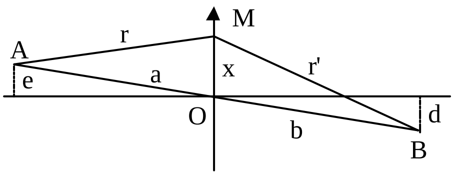
Retour à l'applet

Diffraction de Fresnel

Principe

On considère une source <u>ponctuelle, monochromatique</u> placée en A et un point B sur un écran normal à AB. Un diffracteur plan, également normal à AB, est placé en O.



L'amplitude de la vibration en M est :

$$p = \frac{A}{r}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

L'élément de surface dS autour de M envoie vers B l'amplitude :

$$dp = \frac{kA}{r.r'}dS.\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r+r'}{\lambda}\right) = C.dS.\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r+r'}{\lambda}\right)$$

On pose : $r + r' = a + b + \delta$. Un changement d'origine permet d'écrire que le déphasage entre le rayon direct AB et le rayon qui passe par M est δ/λ, soit : $dp = C.dS.\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right)$

Or : $r^2 = a^2 - e^2 + (x - e)^2 = a^2 + x^2 - 2e.x$. Un développement au premier ordre donne :
$r = a + x^2/2a - e.x/a$. De même, $r' = b + x^2/2b - d.x/b$. Mais $e/a = - d/b$.

Donc : $\delta = \frac{x^2}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{a+b}{2ab}x^2$. En intégrant sur tout le diffracteur, on tire l'amplitude diffractée en B qui est : $P_B = C\int_{X1}^{X2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\alpha^2 x^2\right)dx \quad ; \quad \alpha^2 = \frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}$

$$P_B = C\cos\omega t\int_{X1}^{X2}\cos\frac{\pi}{2}\alpha^2 x^2 dx + C\sin\omega t\int_{X1}^{X2}\sin\frac{\pi}{2}\alpha^2 x^2 dx$$

En écrivant cette amplitude sous la forme $P = C(H.\cos\omega t + K.\sin\omega t)$, on obtient l'expression de l'intensité en B : $I_B = C^2(H^2 + K^2)$.

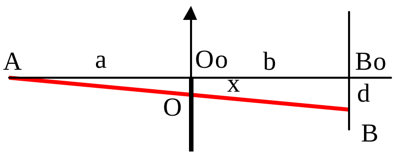
Le changement de variable $t = \alpha x = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}x$ donne finalement l'intensité en M :

$$I = \frac{I_0}{2}\left((\xi_{t2} - \xi_{t1})^2 + (\eta_{t2} - \eta_{t1})^2\right)$$

Les intégrales $\xi_{t1} = \int_0^{t1}\cos\frac{\pi t^2}{2}dt$ et $\eta_{t1} = \int_0^{t1}\sin\frac{\pi t^2}{2}dt$ sont les intégrales de Fresnel.

Diffraction par le bord d'un écran

On considère une fente , placée en A, éclairée en lumière monochromatique et un écran parallèle à la fente placé en B. Un écran plan également parallèle à la fente est placé en O.



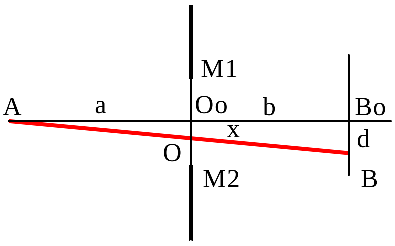
Pour calculer l'intensité lumineuse au point B tel que : $x = a.d/(a + b)$, il faut utiliser les bornes d'intégration $t_1 = \alpha x$ et $t_2 = \infty$. (Les valeurs de x négatives correspondent à l'ombre géométrique de l'écran).

Avec la méthode de Simpson, on calcule les deux intégrales de Fresnel H et K. On peut vérifier que $H(-x) = -H(x)$ et que $K(-x) = -K(x)$ et que pour $t = \infty$, les deux intégrales convergent vers la valeur 0,5. Selon les conditions expérimentales (valeurs de a et de b), on obtient des figures de diffraction homothétiques. On travaille donc en coordonnées réduites.

Pour x positif (dans l'ombre géométrique), l'intensité est $I = ½\{(0{,}5 - H(x))^2 + (0{,}5 - K(x))^2\}$.
Pour x négatif (zone éclairée), l'intensité est $I = ½\{(0{,}5 + H(x))^2 + (0{,}5 + K(x))^2\}$. Les deux cas sont traités successivement et la valeur 0 est exclue.

Diffraction par une fente

On considère en lumière monochromatique une fente source placée en A et une fente écran placée en 0_0. Un écran plan parallèle aux fentes source et diffractante est placé en B.



Le point B est tel que : $OO_0 = x = a.d/(a + b)$. Les bornes d'intégration pour ce point sont :

$$x_1 = OO_0 + O_0M_1 = a.d/(a + b) - e/2$$

$$x_2 = OO_0 + O_0M_2 = a.d/(a + b) + e/2.$$

Soit : $t_1 = \sqrt{\dfrac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}.x_1 = \beta.d - \dfrac{1}{2}\omega$

et $t_2 = \sqrt{\dfrac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}.x_2 = \beta.d + \dfrac{1}{2}\omega$ avec : $\beta = \sqrt{\dfrac{2a}{b(a+b)\lambda}}$ et $\omega = e.\sqrt{\dfrac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}$.

Les bornes d'intégration peuvent aussi s'écrire : $t_1 = \beta.x - 2\beta.e$ et $t_2 = \beta.x + 2\beta.e$

Les valeurs retenues dans le programme sont :
a = b = 1 m ; l = 0,5µm soit $\beta \approx 1{,}4\ mm^{-1}$. L'axe Ox est gradué en unités $\beta.d$;
En plus de la courbe de l'intensité lumineuse, le programme affiche des bandes colorées dont la couleur est fonction de l'intensité. On travaille avec une palette RVB de 256 niveaux.

Retour à l'applet