Retour à l'applet

Mouvements relatifs

Un point M se déplace avec une vitesse uniforme selon le diamètre d'un plateau qui tourne avec une vitesse angulaire constante.

Vecteurs position

Dans le repère tournant (inertiel) X'OY', la position du point M est donnée par :
x' = x0 + v.t et **y' = 0** et le vecteur position par :

$$\boxed{\vec{r}' = x\vec{i}'} \quad (1)$$

Dans le repère fixe (non inertiel) XOY, la position du point M est donnée par :
x = x'.cos(ωt) et **y = x'.sin(ωt)** et le vecteur position par :

$$\boxed{\vec{r} = x'.\cos(\omega t).\vec{i} + x'.\sin(\omega t).\vec{j}} \quad (2)$$

Vecteurs vitesse

Dans le repère tournant X'OY', la vitesse de M est constante : $\boxed{\vec{v}' = v.\vec{i}'}$ (3)
Dans le repère fixe XOY, on a :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v.\cos(\omega t) - x'.\omega.\sin(\omega t) \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = v.\sin(\omega t) + x'.\omega.\cos(\omega t)$$

En posant $\vec{\omega} = \omega\vec{k}'$ avec $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$ trièdre direct, on tire : $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$

$$\boxed{\vec{v} = \left(v.\cos(\omega t) - x'.\omega.\sin(\omega t)\right)\vec{i} + \left(v.\sin(\omega t) + x'.\omega.\cos(\omega t)\right)\vec{j}} \quad (4)$$

Vecteurs accélération

Dans le repère tournant X'OY', l'accélération de M est nulle : $\boxed{\vec{\gamma}' = 0}$ (5)
Dans le repère fixe XOY, on a :

$$\gamma_x = \frac{dv_x}{dt} = -2.v.\omega.\sin(\omega t) - x'.\omega^2.\cos(\omega t)\ ;\ \gamma_y = \frac{dv_y}{dt} = 2.v.\omega.\cos(\omega t) - x'.\omega^2.\sin(\omega t) \quad (6)$$

Dans la relation de composition des accélération : $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}' + 2.\vec{\omega} \wedge \vec{v} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$, γ' est nul, le second terme est l'accélération de Coriolis et le dernier terme (accélération centrifuge) est radial.
On peut calculer ces deux termes et vérifier que leur somme correspond aux relations (6)

Terme de Coriolis :

$$2.\vec{\omega} \wedge \vec{v} = 2.(\omega\vec{k}) \wedge (v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j})$$

$$\boxed{\vec{\gamma}_{Cor} = -2.\omega.\left(v.\sin(\omega t) + x'.\omega.\cos(\omega t)\right)\vec{i} + 2.\omega.\left(v.\cos(\omega t) - x'.\omega.\sin(\omega t)\right)\vec{j}}$$

Terme centrifuge :

$$\boxed{\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = x'.\omega^2\left(\cos(\omega t).\vec{i} + \sin(\omega t).\vec{j}\right)}$$

Retour à l'applet