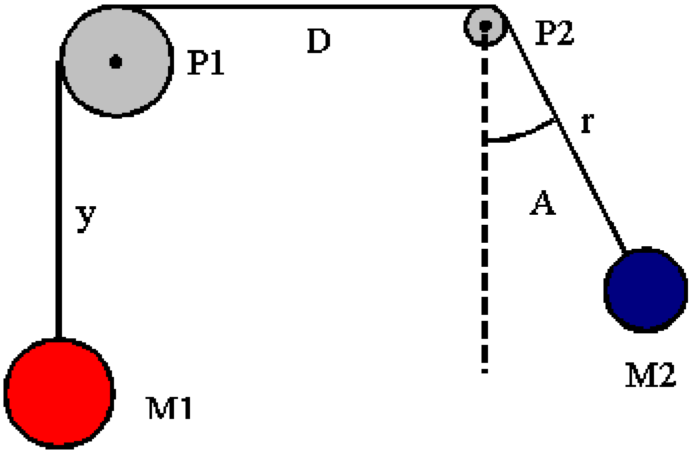
Retour à l'applet

Pendule accéléré



On considère le système ci-dessus constitué par deux masses M_1 et M_2 reliées par un fil inextensible de longueur y + D + r.
On suppose que le diamètre de la poulie P2 est négligeable.
A l'instant initial t = 0, on libère la masse M2. ($r = r_0$, $A = A_0$) avec une vitesse initiale radiale Vr_0 et une vitesse initiale normale VA_0.

Rappels :

En coordonnées polaires, le vecteur vitesse (tangent à la trajectoire) s'exprime sous la forme :
v = d**r**/dt = **r**.dr/dt + **A**.rdA/dt. (**r** et **A** étant les vecteurs unitaires radiaux et tangentiels).
Les composantes du vecteur accélération sont :

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{dA}{dt}\right)^2 \qquad a_A = r\frac{d^2A}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{dA}{dt}$$

Equations du mouvement :

Les forces qui agissent sur M_1 sont le poids $M_1.g$ et la tension du fil T donc :

$$M_1\frac{d^2y}{dt^2} = M_1.g - T \,(1)$$

Les forces qui agissent sur M_2 sont le poids $M_2.g$ et la tension du fil T
Dans la direction radiale, on a : $M_2.a_r = M_2.g.\cos(A) - T\,(2)$
Dans la direction normale, on a : $M_2.a_A = -M_2.g.\sin(A)\,(3)$
On pose $K = M_1/M_2$.

L'élimination de T dans (1) et (2) donne le système d'équations différentielles suivant :

$$\boxed{\begin{array}{c}(1+K)\dfrac{d^2r}{dt^2} = g.(\cos(A)-K) + r\left(\dfrac{dA}{dt}\right)^2 \\ r\dfrac{d^2A}{dt^2} + 2\dfrac{dr}{dt}\dfrac{dA}{dt} + g.\sin(A) = 0\end{array}}$$

Les conditions initiales sont $r = r_0$, $A = A_0$ vitesse radiale $Vr = Vr_0$ et vitesse normale $VA = VA_0$.