

Tests de normalité d'une population

Tests de Henry et Lilliefors

A. Claeys

GEA - IUT A - Lille 1

Janvier 2012

Plan

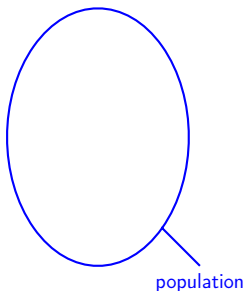
- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?

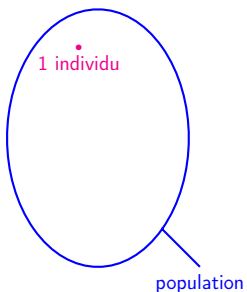
Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



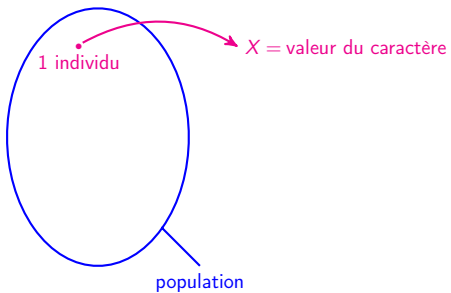
Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



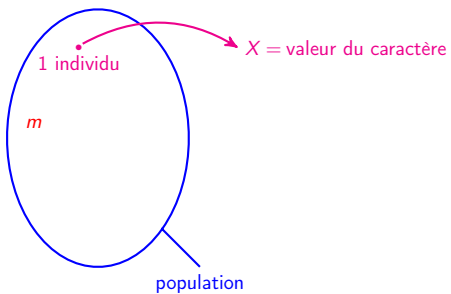
Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



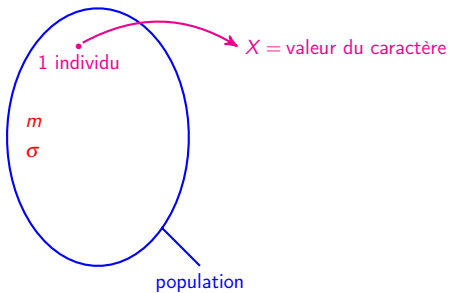
Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



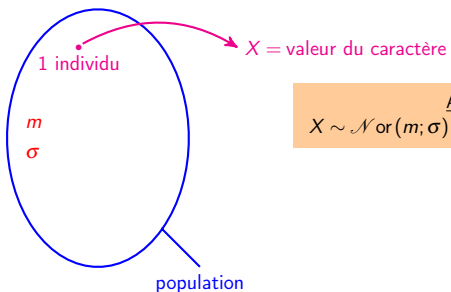
Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



Présentation du problème.

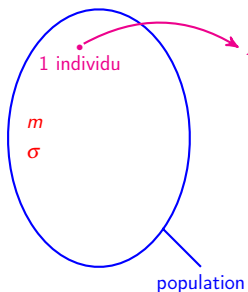
Comment décider qu'une population est normale ?



A tester :
 $X \sim \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$ contre $X \approx \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$.

Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



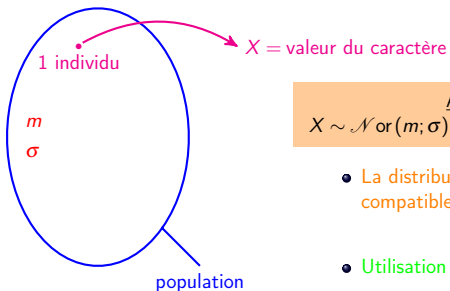
A tester :

$X \sim \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$ contre $X \approx \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$.

- La distribution empirique de la population est-elle compatible avec la loi normale ?

Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



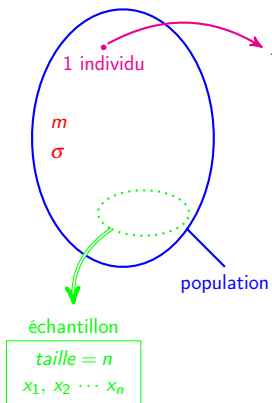
A tester :

$X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ contre $X \approx \mathcal{N}or(m; \sigma)$.

- La distribution empirique de la population est-elle compatible avec la loi normale ?
- Utilisation d'un échantillon.

Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



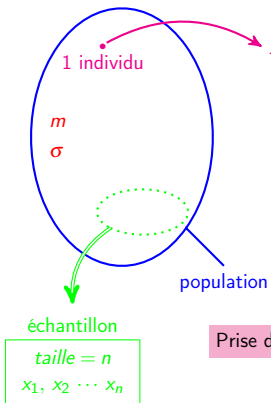
A tester :

$X \sim \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$ contre $X \approx \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$.

- La distribution empirique de la population est-elle compatible avec la loi normale ?
- Utilisation d'un échantillon.

Présentation du problème.

Comment décider qu'une population est normale ?



$X = \text{valeur du caractère}$

A tester :

$X \sim \mathcal{N}(\mu; \sigma)$ contre $X \not\sim \mathcal{N}(\mu; \sigma)$.

- La distribution empirique de la population est-elle compatible avec la loi normale ?
- Utilisation d'un échantillon.

Prise de décision à partir de la fonction de répartition de l'échantillon.

Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

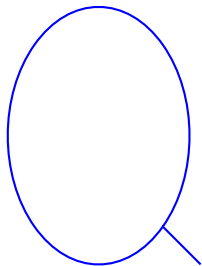
6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.



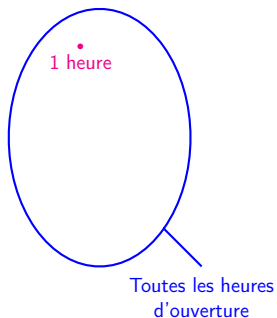
Toutes les heures
d'ouverture

Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

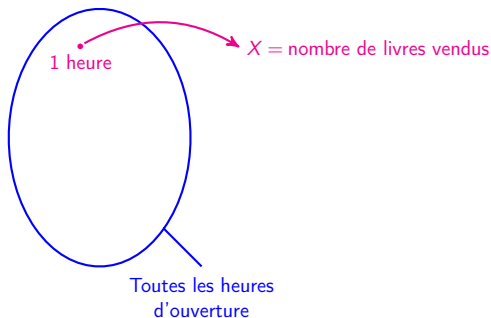


Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

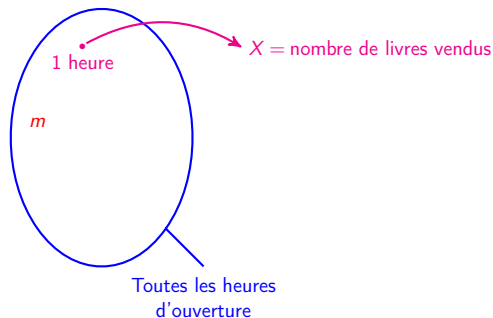


Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

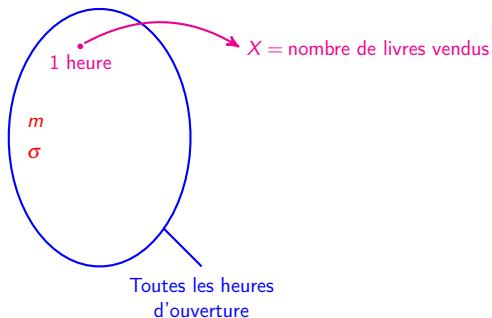


Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

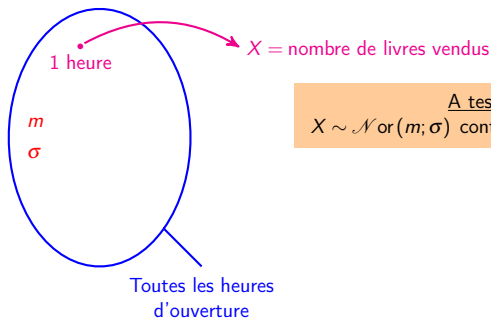


Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.



A tester :

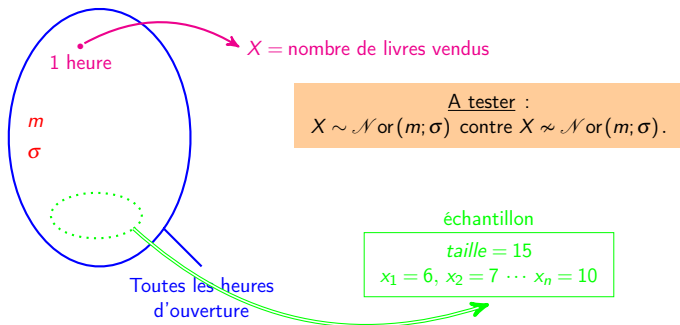
$X \sim \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$ contre $X \approx \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$.

Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.



Exemple 1.

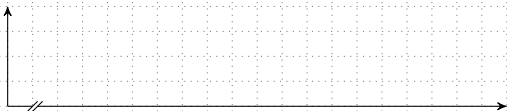
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

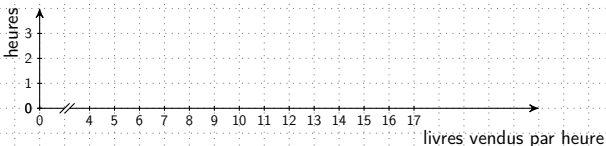
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



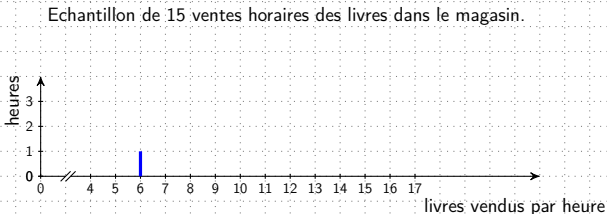
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



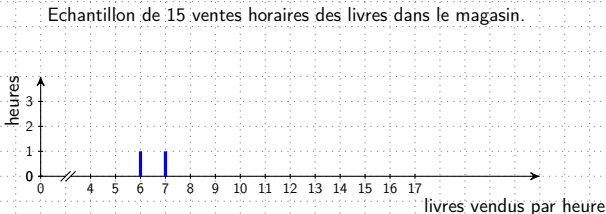
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



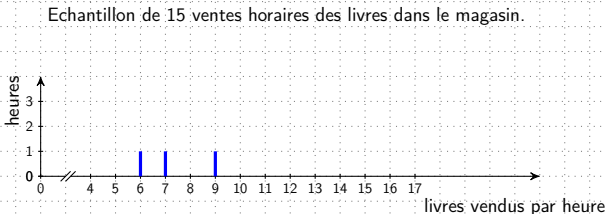
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



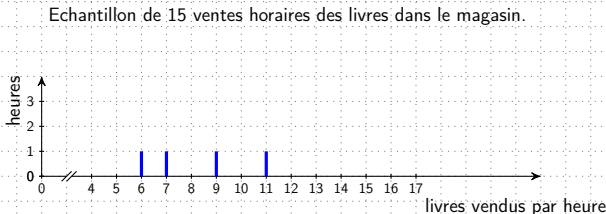
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



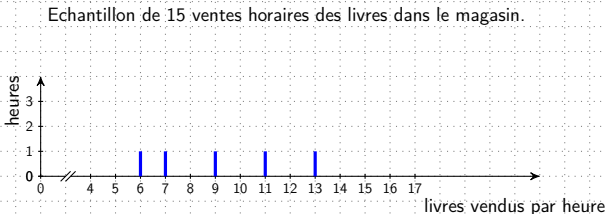
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



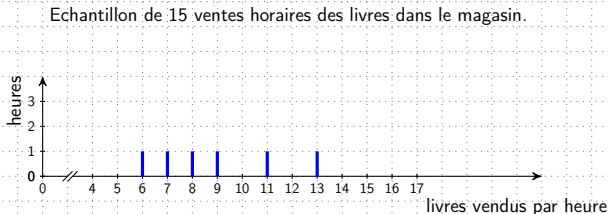
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



Exemple 1.

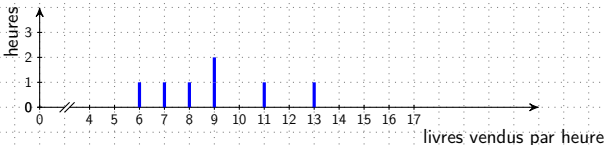
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

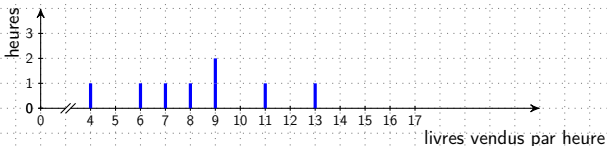
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

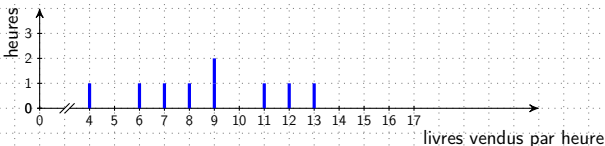
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

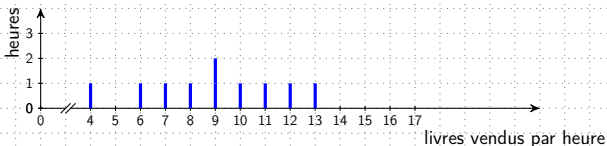
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

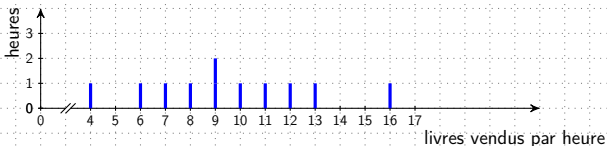
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

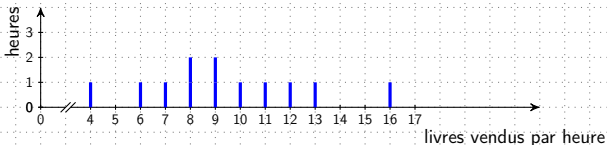
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



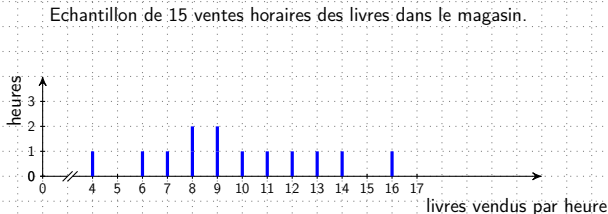
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



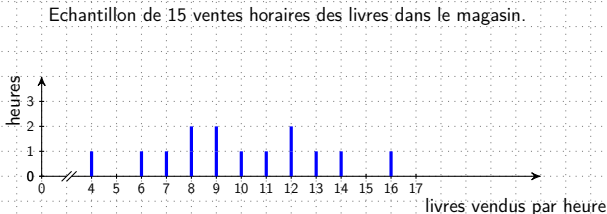
Exemple 1.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.



Exemple 1.

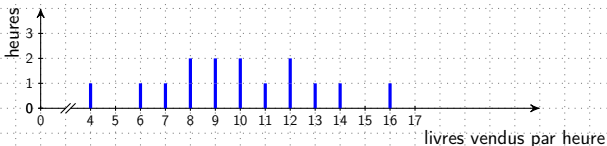
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

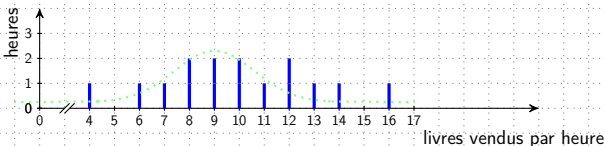
Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Exemple 1.

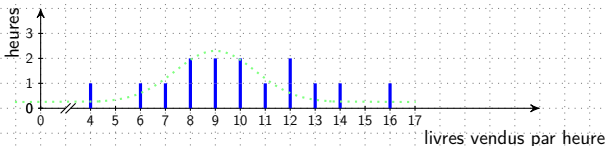
Exemple


Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

- Diagramme à bâtons de l'échantillon.

Echantillon de 15 ventes horaires des livres dans le magasin.



Le diagramme à bâtons suggère la forme de la densité d'une loi normale. 

Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Définition et exemple sur une v.a. discrète (rappel de S2).

Définition

Soit X une v.a. La fonction de répartition de X est définie sur \mathbb{R} par

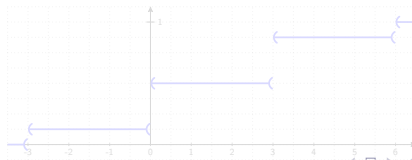
$$F(t) = P(X \leq t).$$

- Si X est discrète alors la représentation graphique de F est en escalier.

Exemple

Déterminer la fonction de répartition de X dont on donne la loi.

x_i	-3	0	3	6
$P(X = x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8



Définition et exemple sur une v.a. discrète (rappel de S2).

Définition

Soit X une v.a. La fonction de répartition de X est définie sur \mathbb{R} par

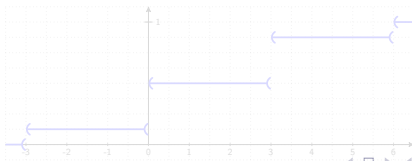
$$F(t) = P(X \leq t).$$

- Si X est discrète alors la représentation graphique de F est en escalier.

Exemple

Déterminer la fonction de répartition de X dont on donne la loi.

x_i	-3	0	3	6
$P(X = x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8



Définition et exemple sur une v.a. discrète (rappel de S2).

Définition

Soit X une v.a. La fonction de répartition de X est définie sur \mathbb{R} par

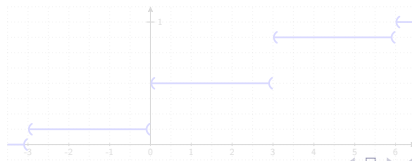
$$F(t) = P(X \leq t).$$

- Si X est discrète alors la représentation graphique de F est en escalier.

Exemple

Déterminer la fonction de répartition de X dont on donne la loi.

x_i	-3	0	3	6
$P(X = x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8



Définition et exemple sur une v.a. discrète (rappel de S2).

Définition

Soit X une v.a. La fonction de répartition de X est définie sur \mathbb{R} par

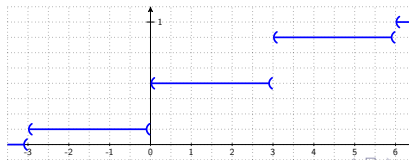
$$F(t) = P(X \leq t).$$

- Si X est discrète alors la représentation graphique de F est en escalier.

Exemple

Déterminer la fonction de répartition de X dont on donne la loi.

x_i	-3	0	3	6
$P(X = x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8



Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

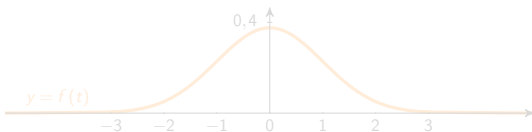
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



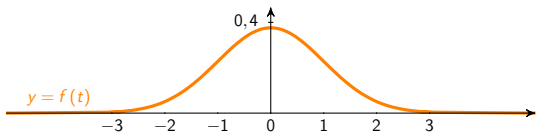
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

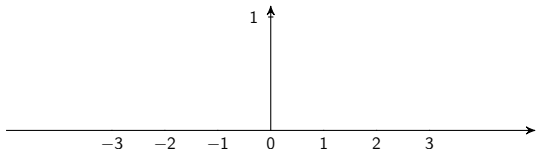
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



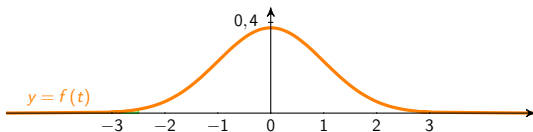
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

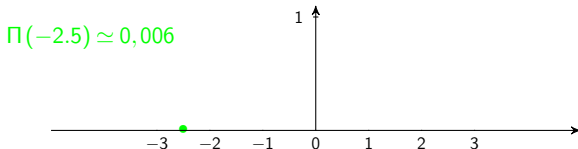
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



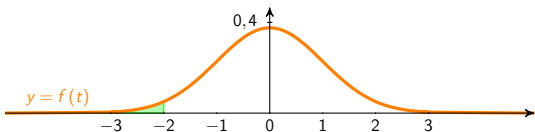
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

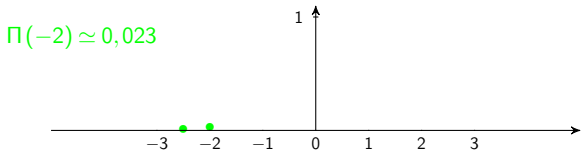
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



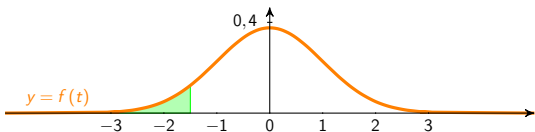
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

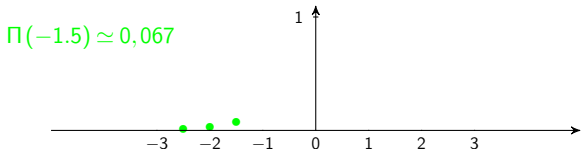
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



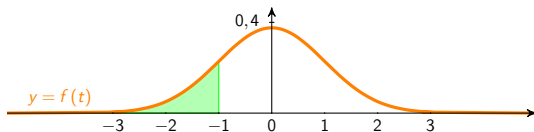
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

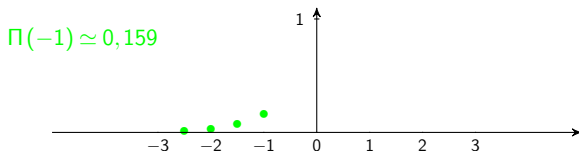
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



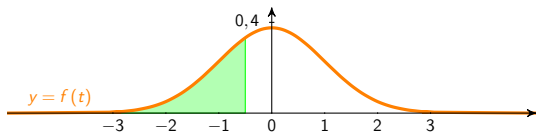
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

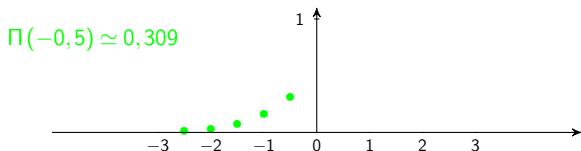
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



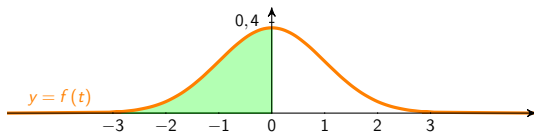
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

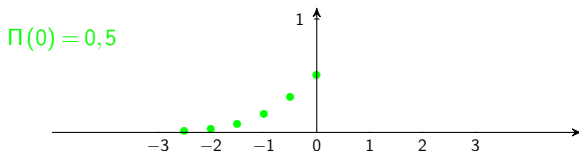
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



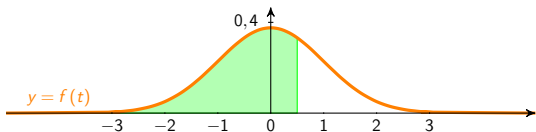
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

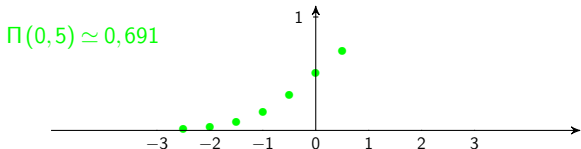
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



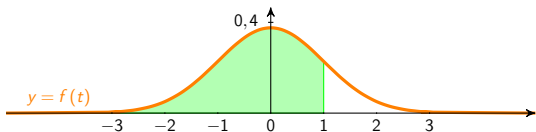
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

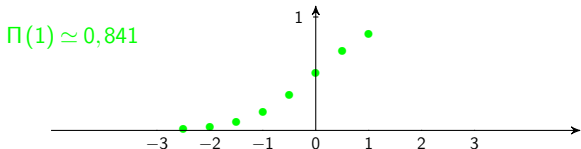
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



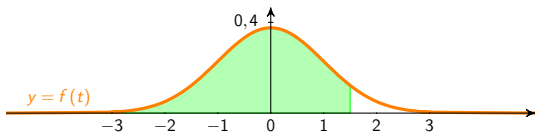
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

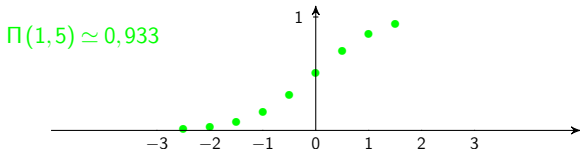
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



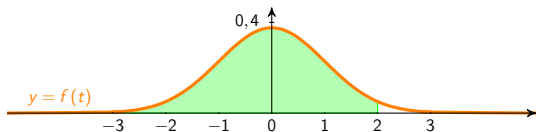
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

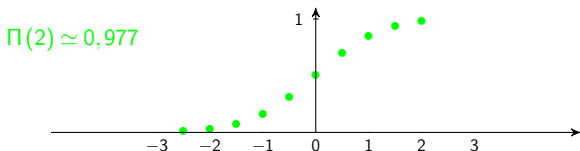
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



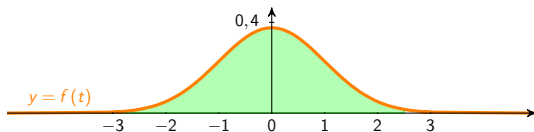
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

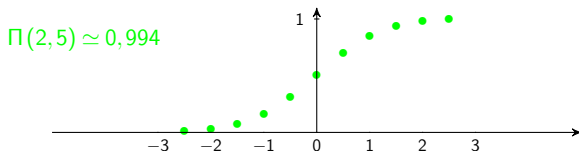
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



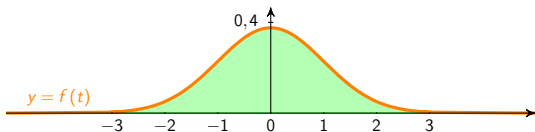
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

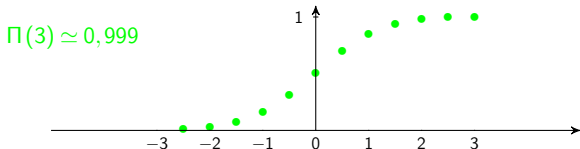
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



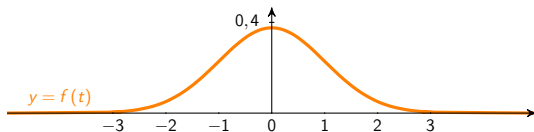
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

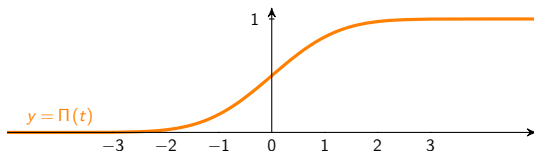
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



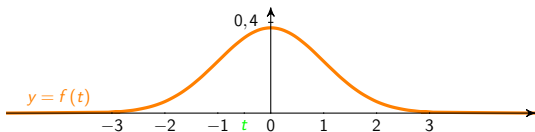
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

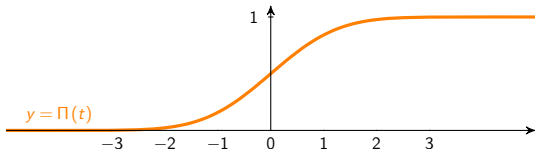
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



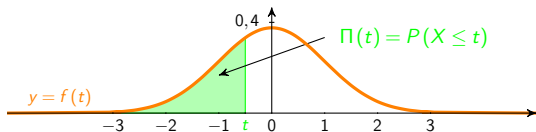
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

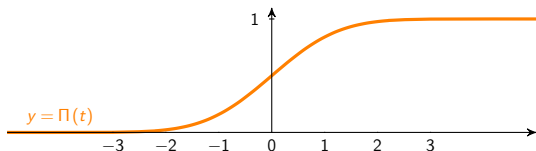
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:



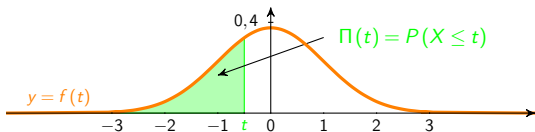
Fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$.

Définition

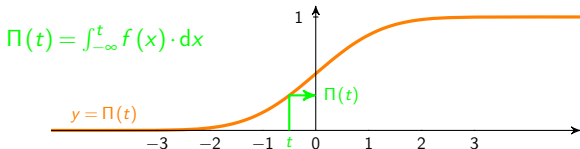
Densité f et fonction de répartition Π de $X \sim \mathcal{N}or(0;1)$ sont définies sur \mathbb{R} par

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx.$$

Densité de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:

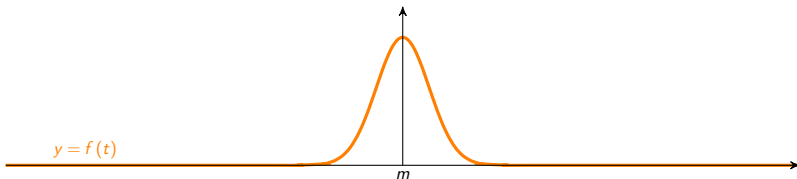


Fonction de répartition de la loi normale $\mathcal{N}or(0;1)$:

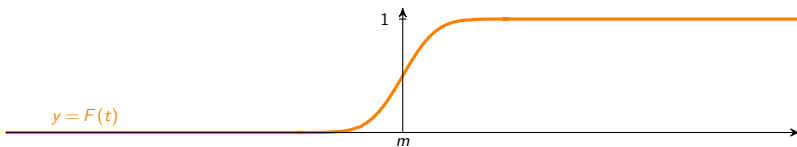


Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



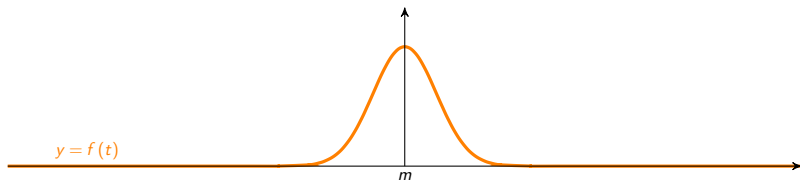
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



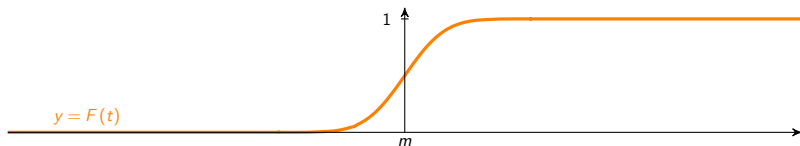
σ petit : faible dispersion (cloche "pointue").

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



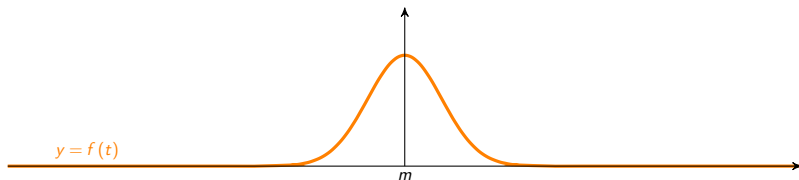
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



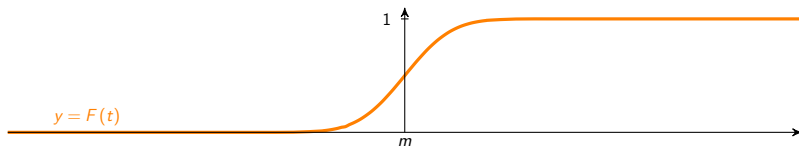
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



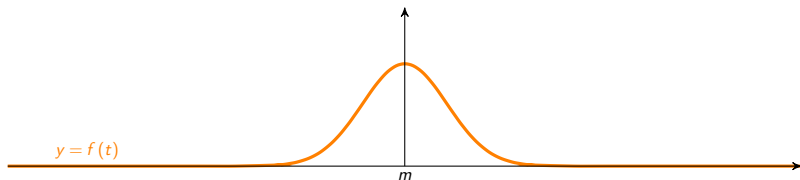
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



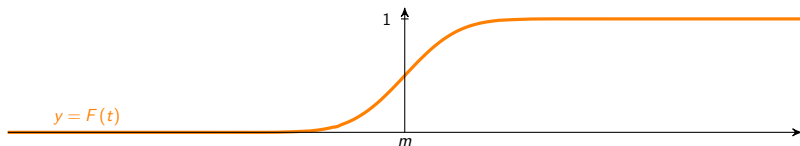
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



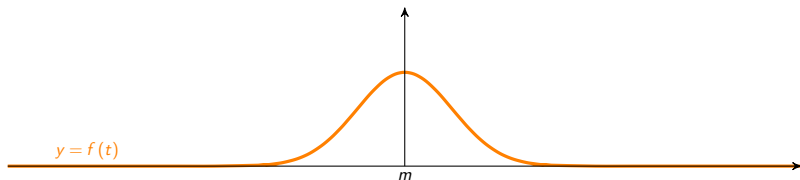
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



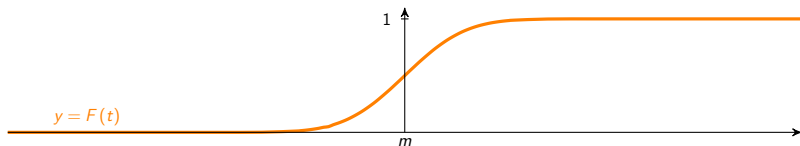
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



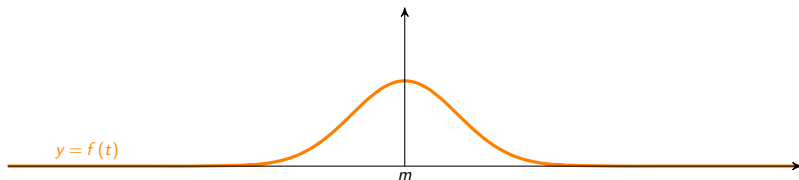
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



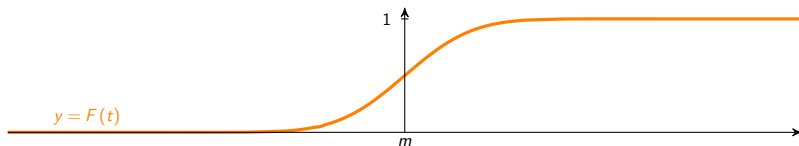
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



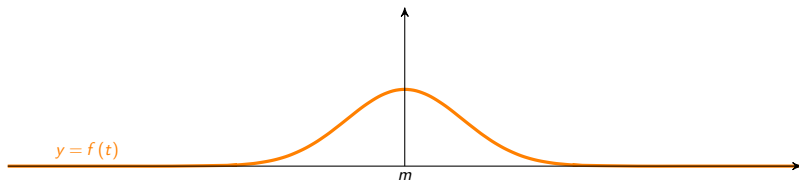
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



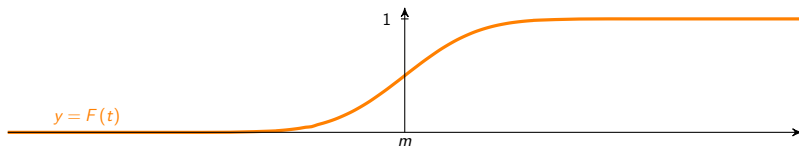
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



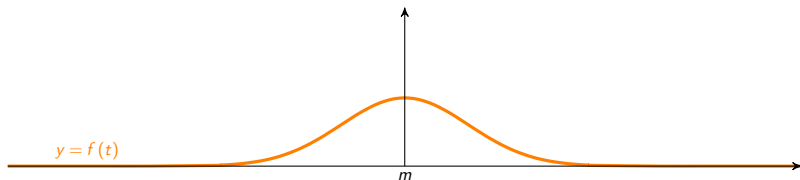
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



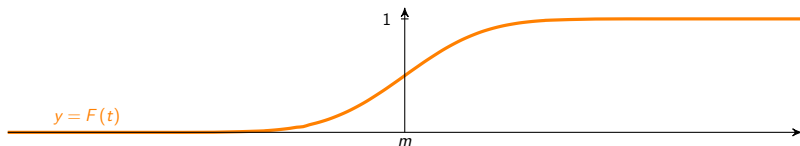
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



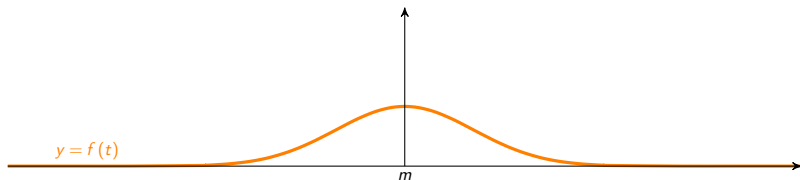
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



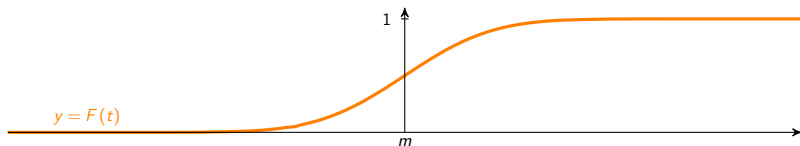
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



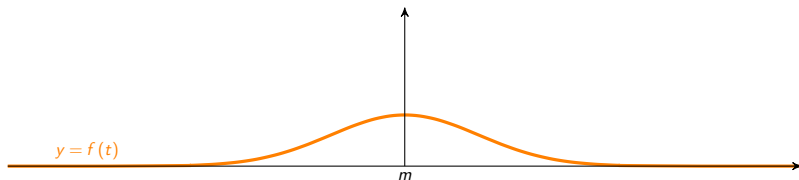
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



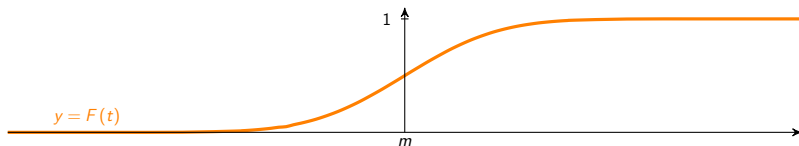
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



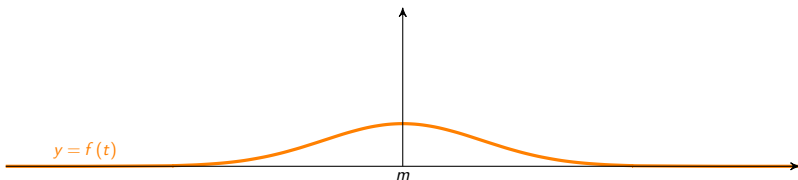
Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



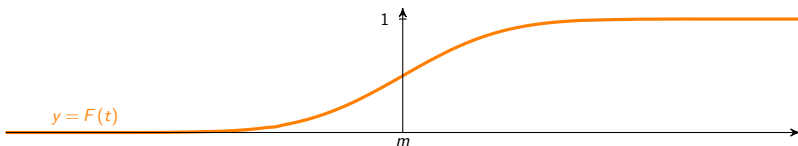
La forme des courbes évolue lorsque σ augmente.

Fonction de répartition de la loi \mathcal{N} or $(m; \sigma)$.

Densité de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



Fonction de répartition de la loi normale \mathcal{N} or $(m; \sigma)$:



σ grand : forte dispersion (cloche "aplatie").

Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_j														

Fréquences cumulées croissantes

x_j	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_j											

≈ 6,7% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i														

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i											

≈ 6,7% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16

On range les valeurs par ordre croissant,

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i											

≈ 6,7% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs,

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i											

≈ 6,7% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i											

≈ 6,7% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i											

≈ 6,7% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$										

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$									

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$								

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$							

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$						

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$					

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$				

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$			

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$		

$\approx 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 $= 1$

$\simeq 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$

$\approx 6,7\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 4.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$

$\approx 13,3\%$ des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 6.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 $= 1$

80% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 12.

Fonction de répartition d'un échantillon (1/2).

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Tableau d'effectifs

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
n_i	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1
f_i	1/15	1/15	1/15	2/15	2/15	2/15	1/15	2/15	1/15	1/15	1/15

On range les valeurs par ordre croissant, on calcule les effectifs, puis les fréquences.

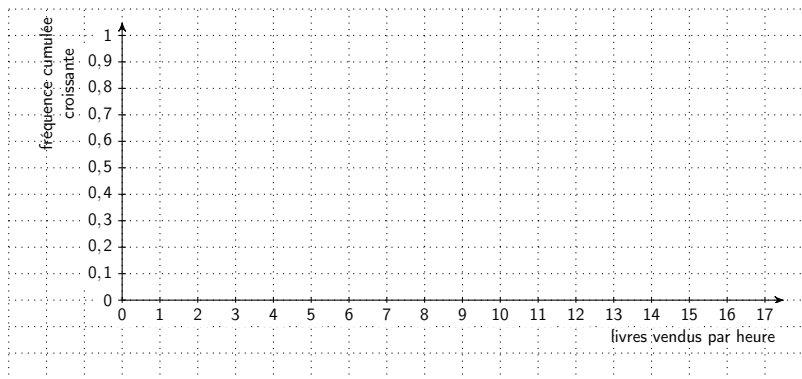
Fréquences cumulées croissantes

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 $= 1$

100% des individus prennent une valeur inférieure ou égale à 16.

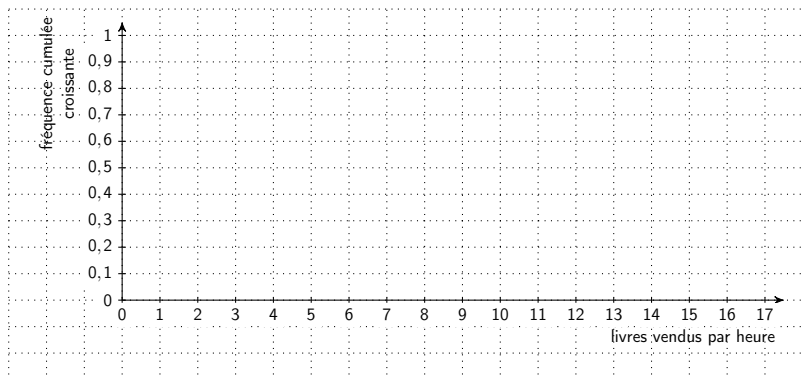
Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

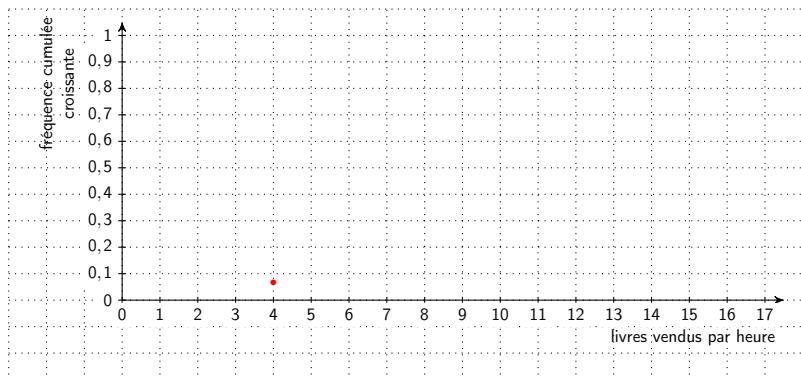
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

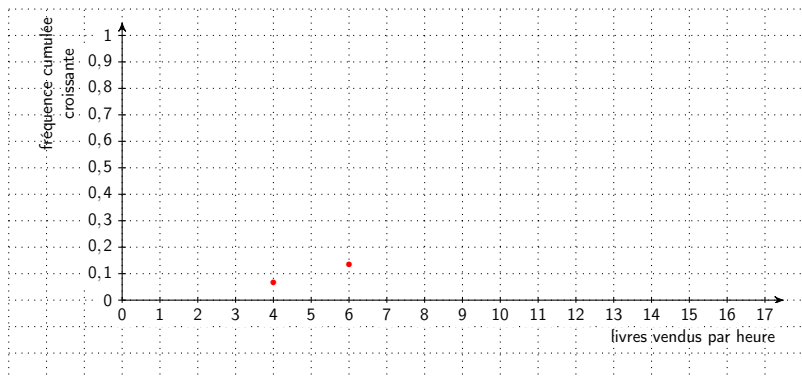
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

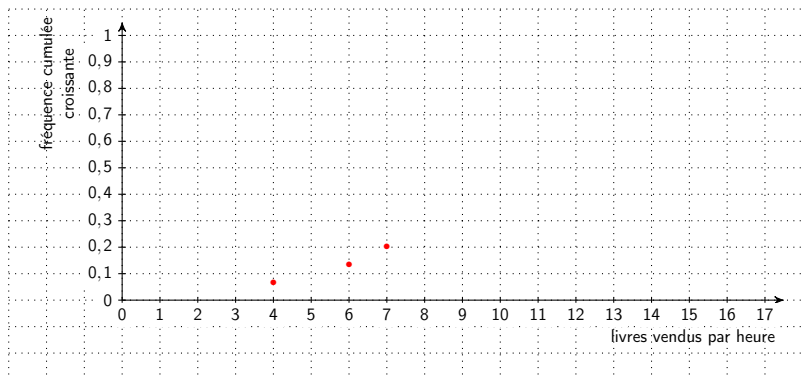
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

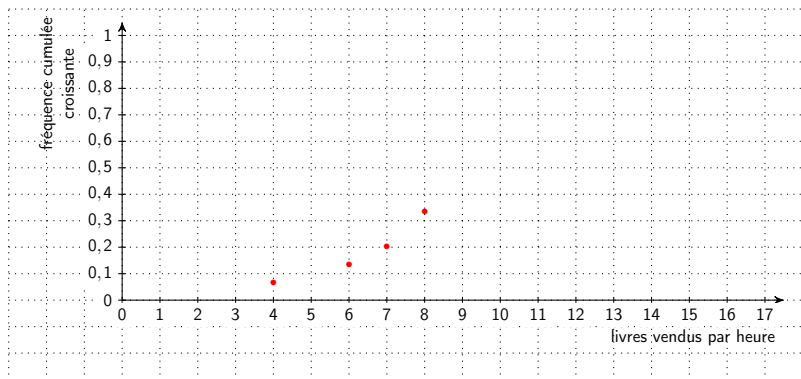
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	≈ 0,067	≈ 0,133	= 0,2	≈ 0,333	≈ 0,467	= 0,6	≈ 0,667	= 0,8	≈ 0,867	≈ 0,933	= 1



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

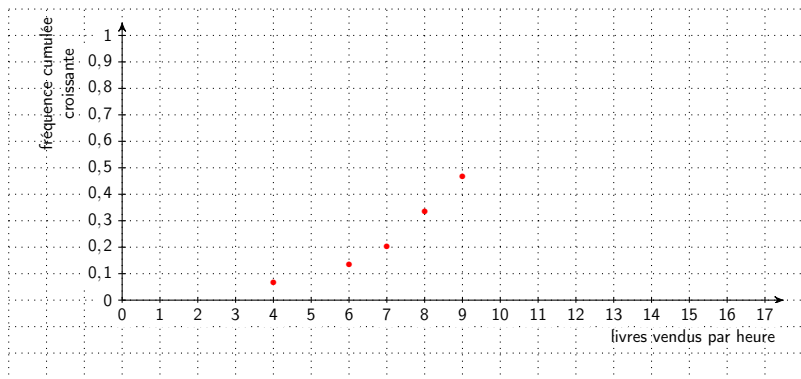
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

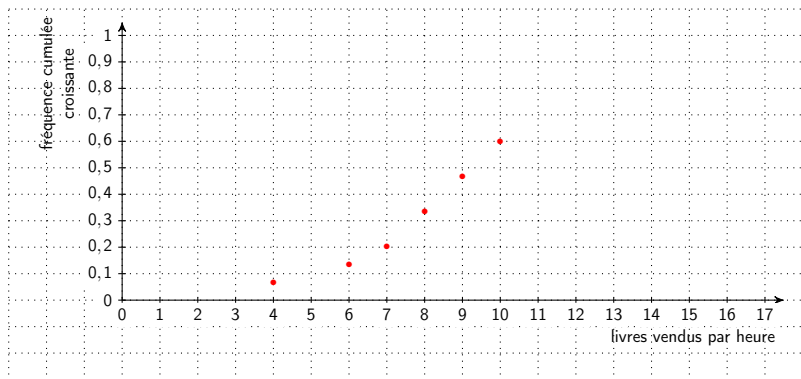
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

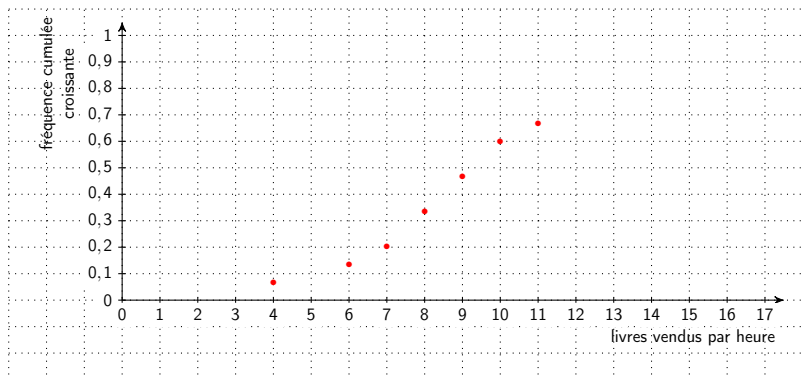
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	≈ 0,067	≈ 0,133	= 0,2	≈ 0,333	≈ 0,467	= 0,6	≈ 0,667	= 0,8	≈ 0,867	≈ 0,933	= 1



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

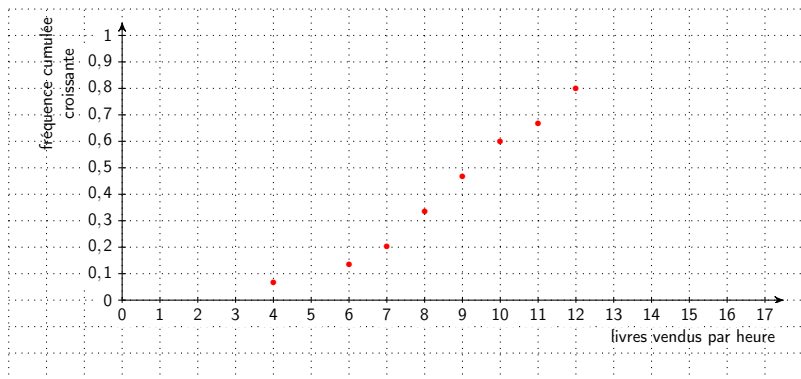
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

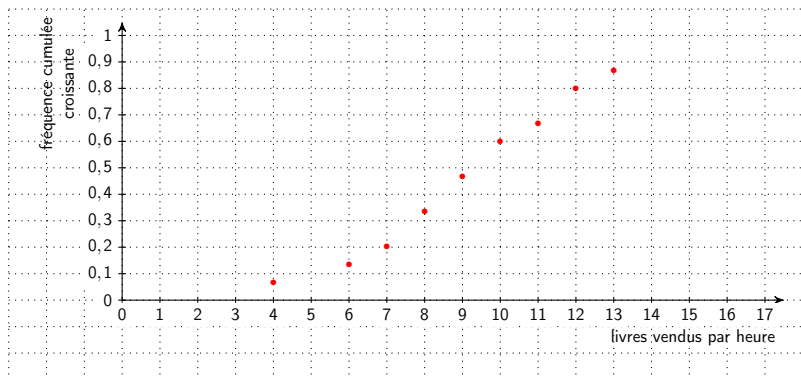
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

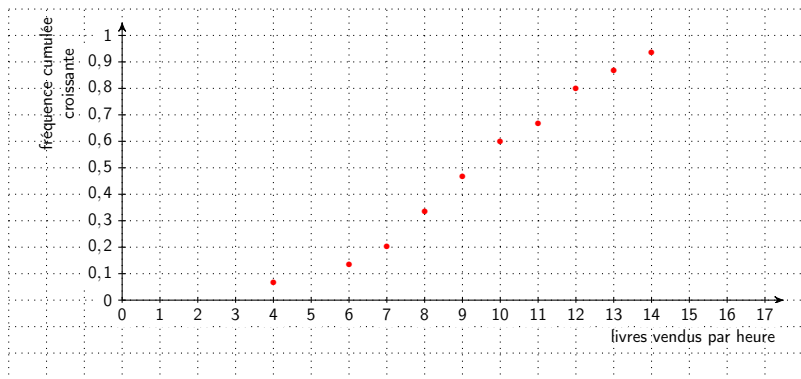
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

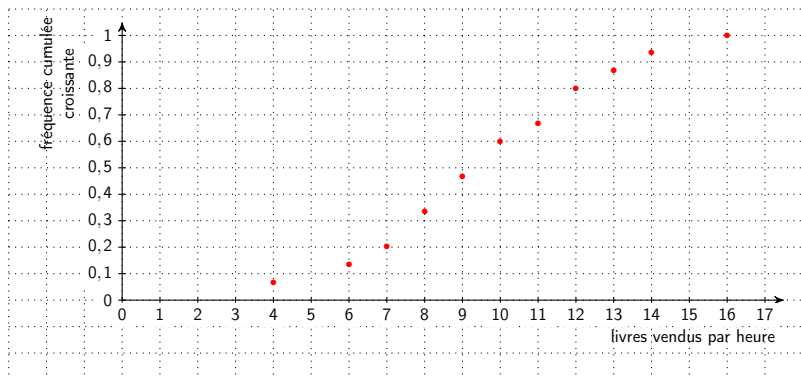
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

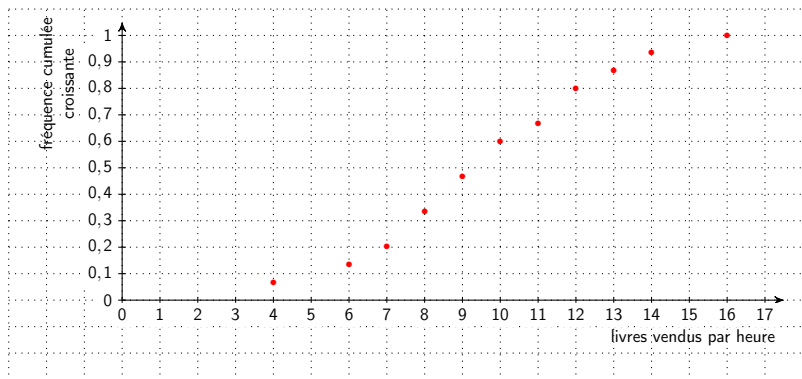
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



On place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

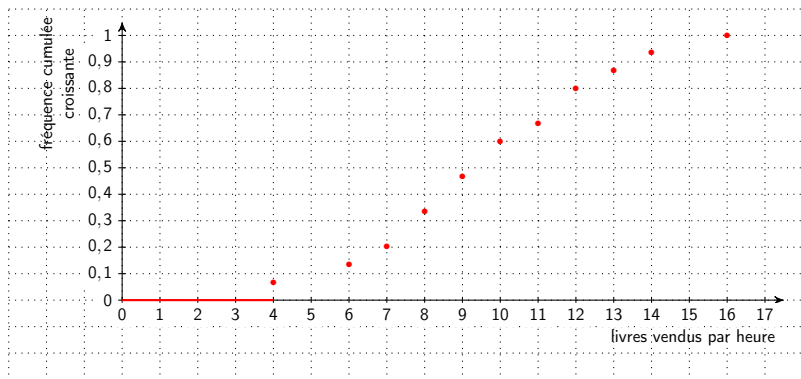
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

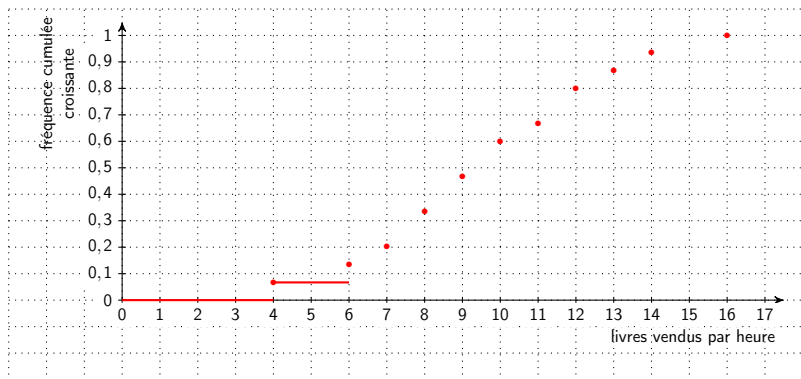
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

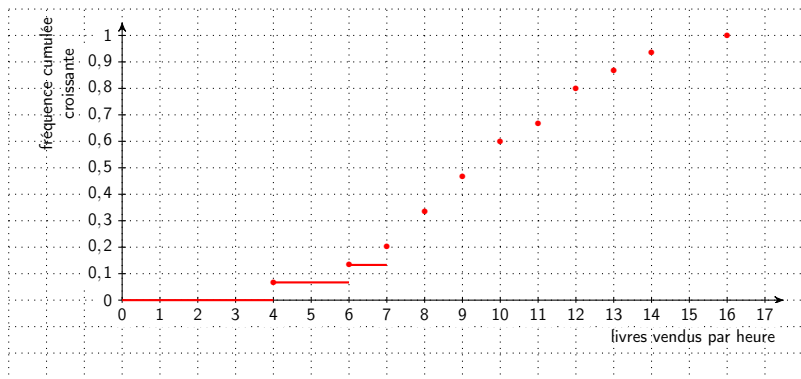
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

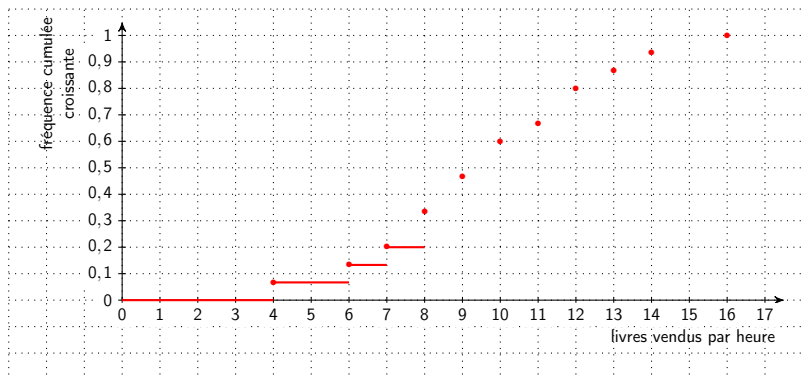
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

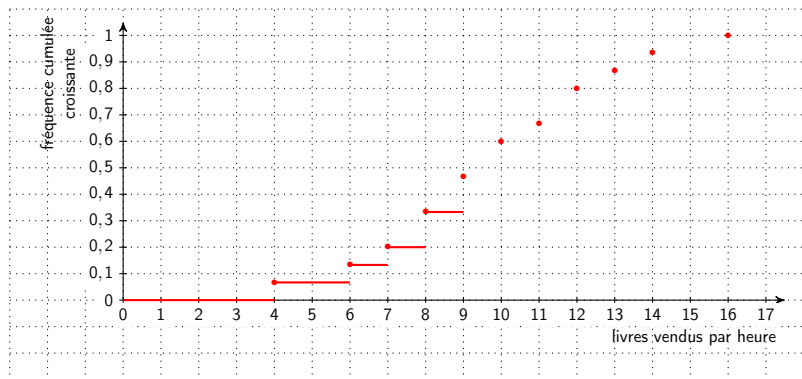
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

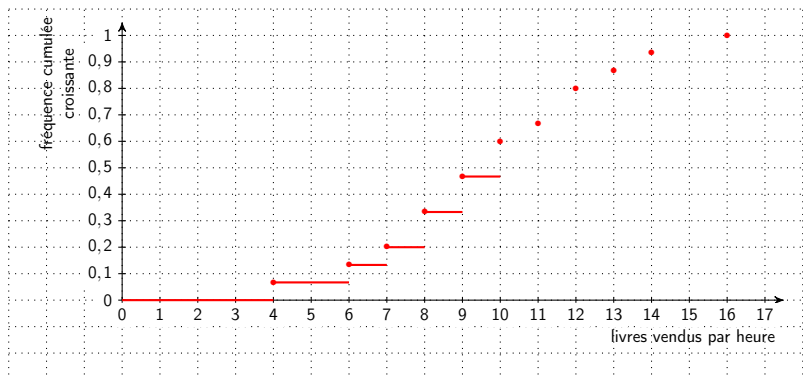
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

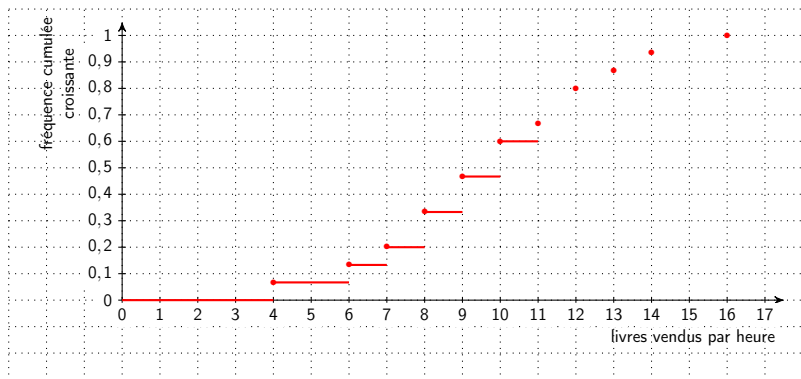
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

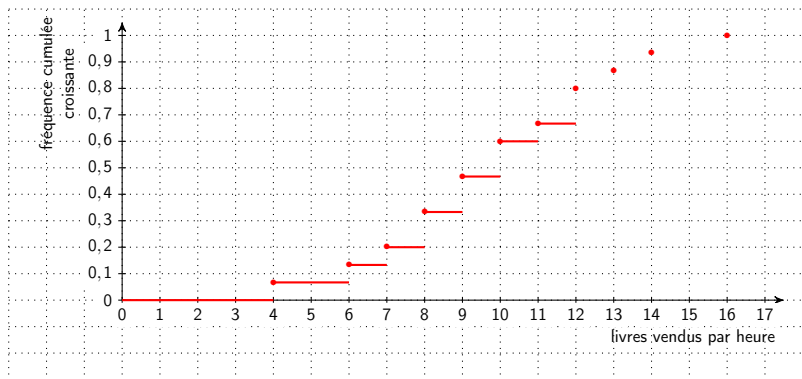
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

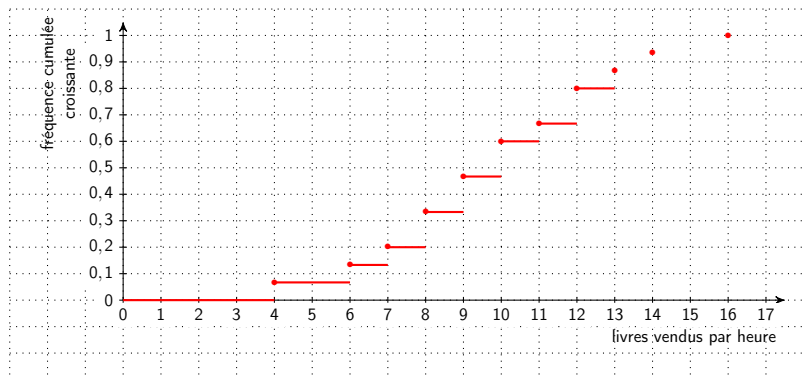
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

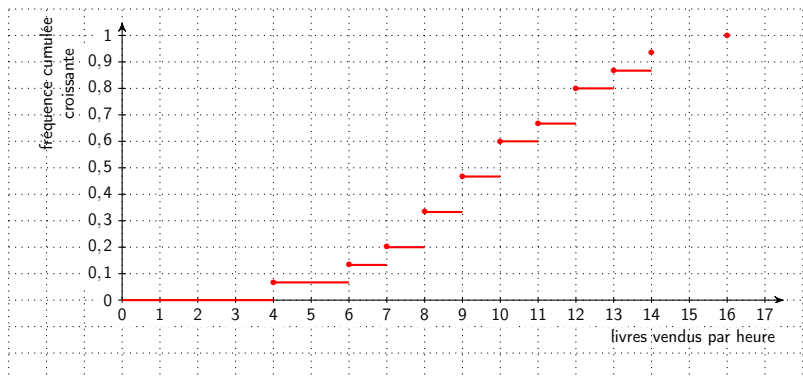
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

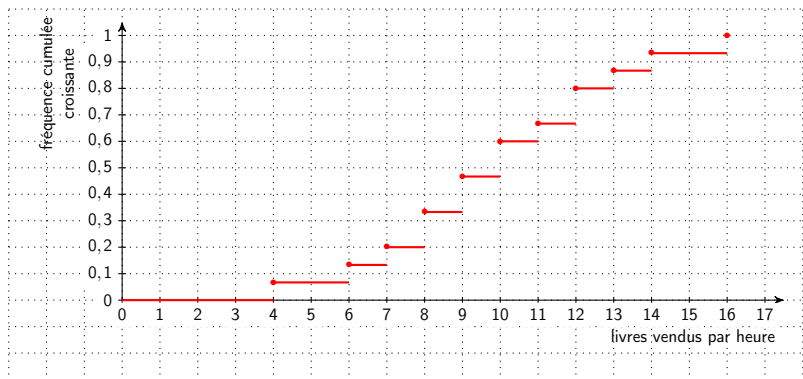
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

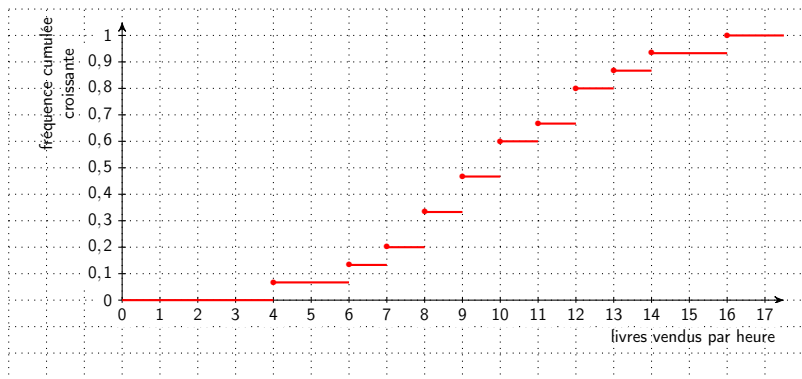
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

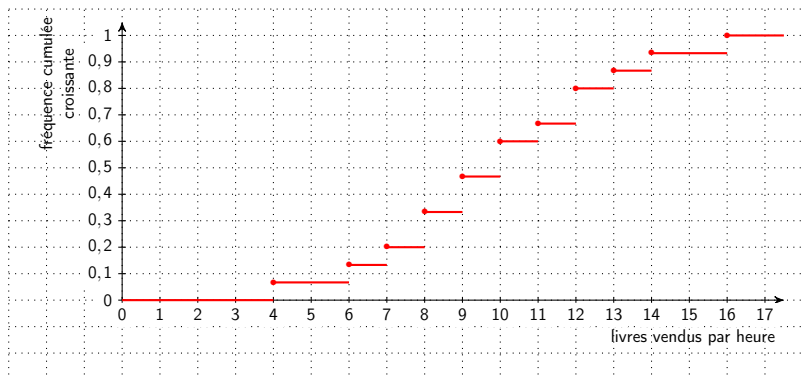
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On complète la courbe sur les intervalles $[x_i; x_{i+1}[$.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

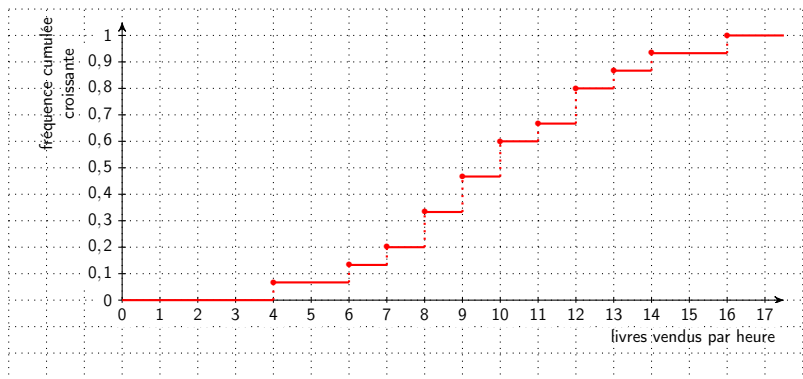
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On trace les traits pointillés verticaux.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

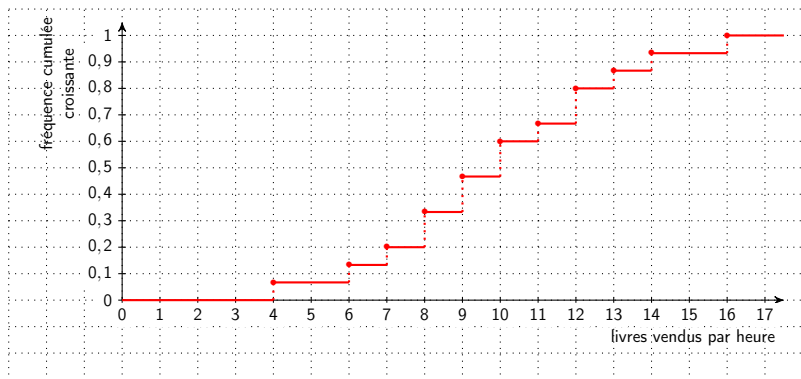
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



On trace les traits pointillés verticaux.

Fonction de répartition d'un échantillon (2/2).

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15	2/15	3/15	5/15	7/15	9/15	10/15	12/15	13/15	14/15	15/15
	$\approx 0,067$	$\approx 0,133$	$= 0,2$	$\approx 0,333$	$\approx 0,467$	$= 0,6$	$\approx 0,667$	$= 0,8$	$\approx 0,867$	$\approx 0,933$	$= 1$



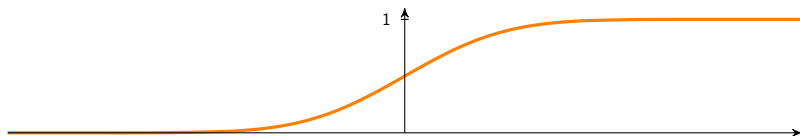
Fonction de répartition de l'échantillon.

Plan

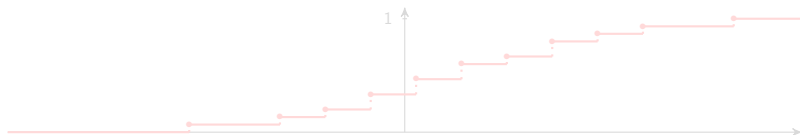
- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Comment juger de la normalité d'une population ?

- Fonction de répartition d'un v.a. suivant une loi normale :



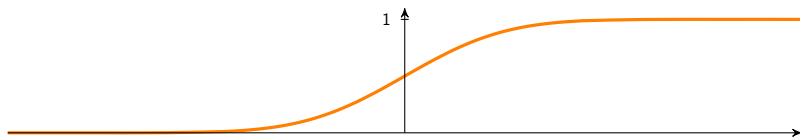
- Fonction de répartition d'un échantillon prélevé dans une population :



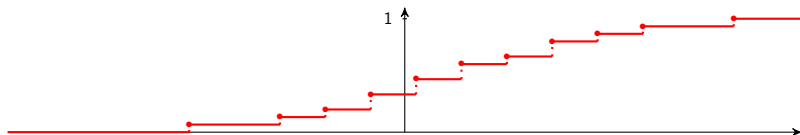
- Les courbes sont-elles proches ?
- Peut-on accepter la normalité de la population ?
 - ▷ Décision grâce au test de Henry,
 - ▷ Décision grâce au test de Lilliefors.

Comment juger de la normalité d'une population ?

- Fonction de répartition d'un v.a. suivant une loi normale :



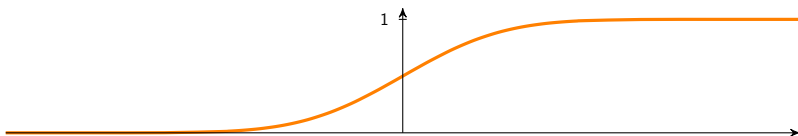
- Fonction de répartition d'un échantillon prélevé dans une population :



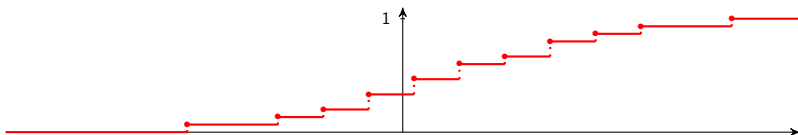
- Les courbes sont-elles proches ?
- Peut-on accepter la normalité de la population ?
 - ▷ Décision grâce au test de Henry,
 - ▷ Décision grâce au test de Lilliefors.

Comment juger de la normalité d'une population ?

- Fonction de répartition d'un v.a. suivant une loi normale :



- Fonction de répartition d'un échantillon prélevé dans une population :

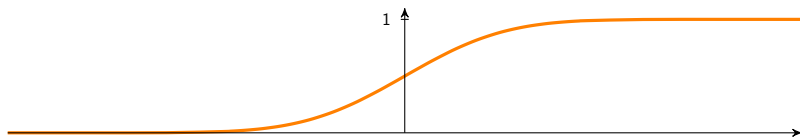


- Les courbes sont-elles proches ?
- Peut-on accepter la normalité de la population ?

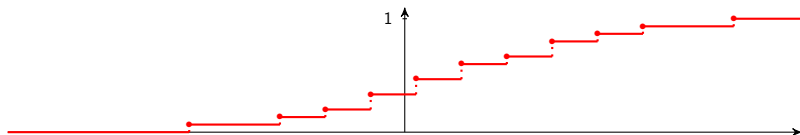
- ▷ Décision grâce au test de Henry,
- ▷ Décision grâce au test de Lilliefors.

Comment juger de la normalité d'une population ?

- Fonction de répartition d'un v.a. suivant une loi normale :



- Fonction de répartition d'un échantillon prélevé dans une population :

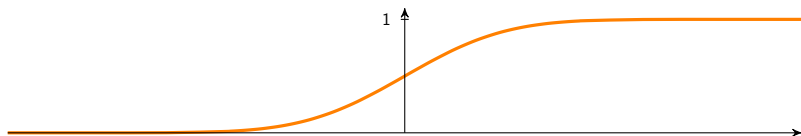


- Les courbes sont-elles proches ?
- Peut-on accepter la normalité de la population ?

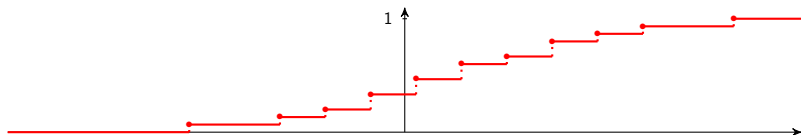
- ▷ Décision grâce au test de Henry,
- ▷ Décision grâce au test de Lilliefors.

Comment juger de la normalité d'une population ?

- Fonction de répartition d'un v.a. suivant une loi normale :



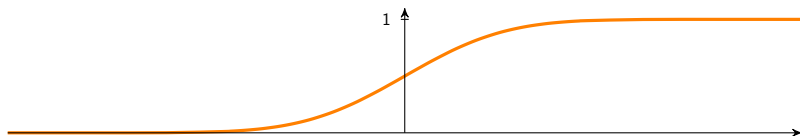
- Fonction de répartition d'un échantillon prélevé dans une population :



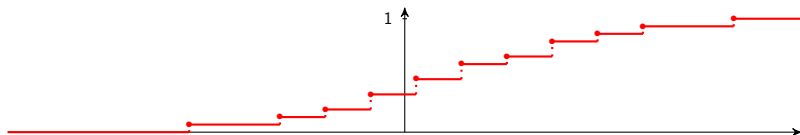
- Les courbes sont-elles proches ?
- Peut-on accepter la normalité de la population ?
 - ▷ Décision grâce au test de Henry,
 - ▷ Décision grâce au test de Lilliefors.

Comment juger de la normalité d'une population ?

- Fonction de répartition d'un v.a. suivant une loi normale :



- Fonction de répartition d'un échantillon prélevé dans une population :



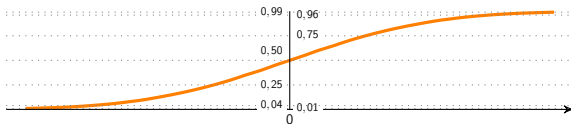
- Les courbes sont-elles proches ?
- Peut-on accepter la normalité de la population ?
 - ▷ Décision grâce au test de Henry,
 - ▷ Décision grâce au test de Lilliefors.

Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

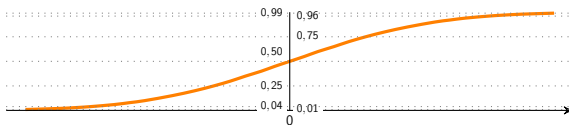
Une déformation particulière.

- La fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}or(0;1)$ est tracée.

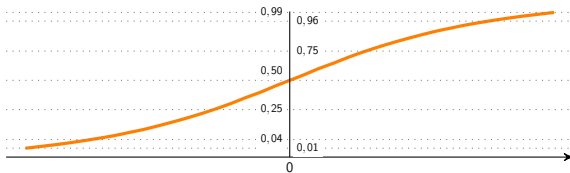


Une déformation particulière.

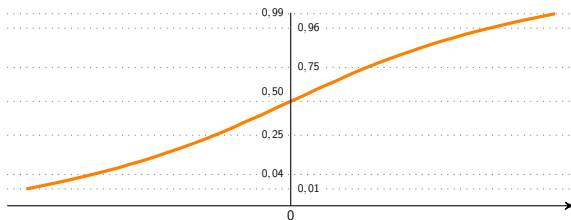
- La fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0;1)$ est tracée.
- On étire irrégulièrement l'axe des ordonnées pour rendre la courbe droite.



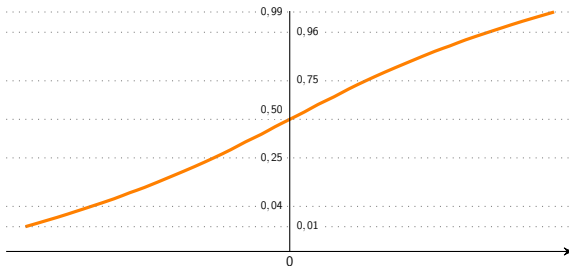
Une déformation particulière.



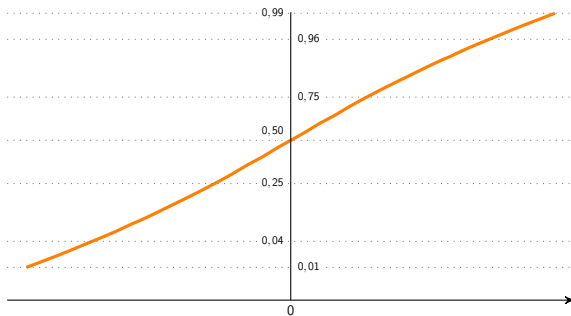
Une déformation particulière.



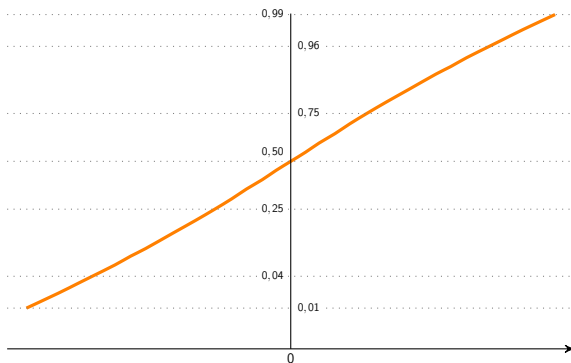
Une déformation particulière.



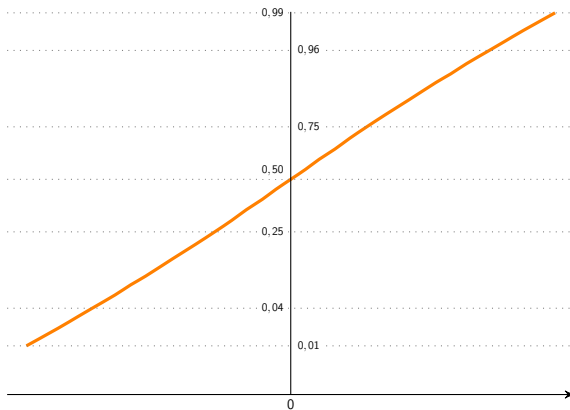
Une déformation particulière.



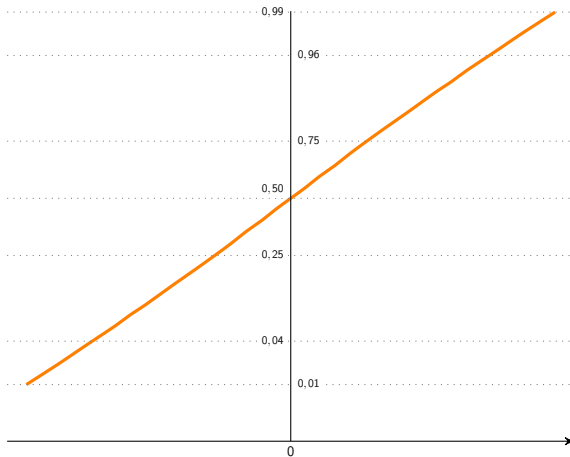
Une déformation particulière.



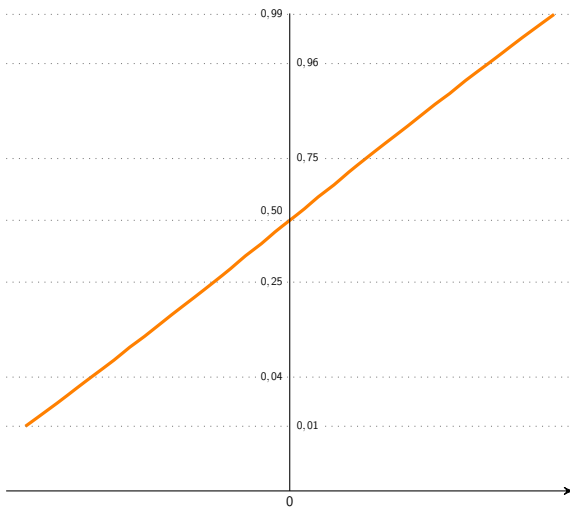
Une déformation particulière.



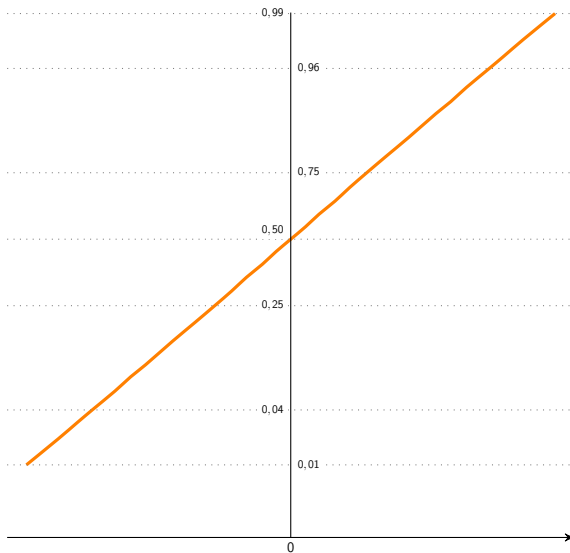
Une déformation particulière.



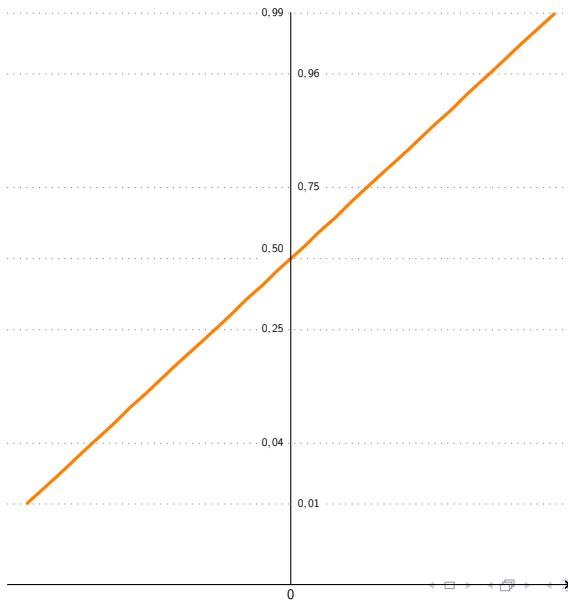
Une déformation particulière.



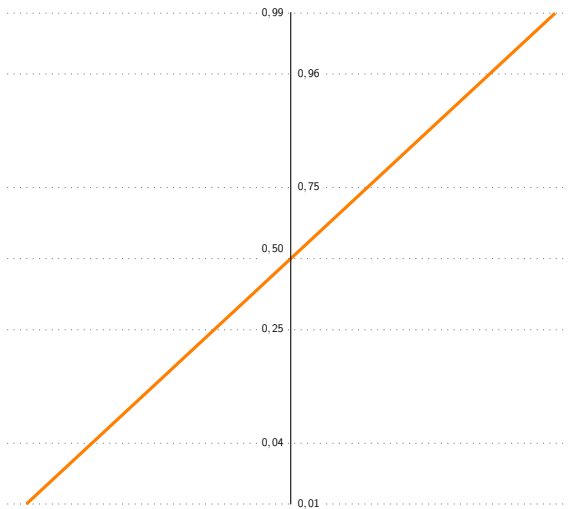
Une déformation particulière.



Une déformation particulière.



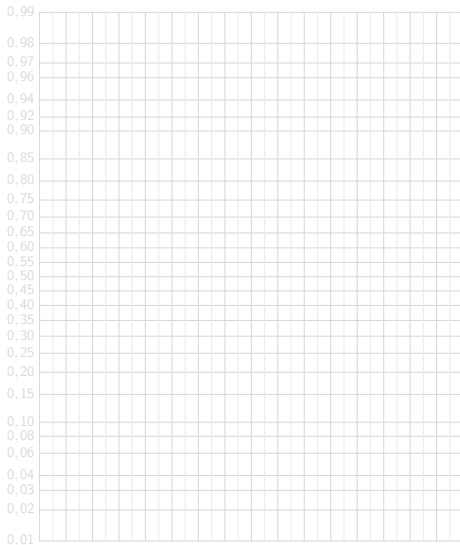
Une déformation particulière.



- On obtient le papier gauss-arithmétique.

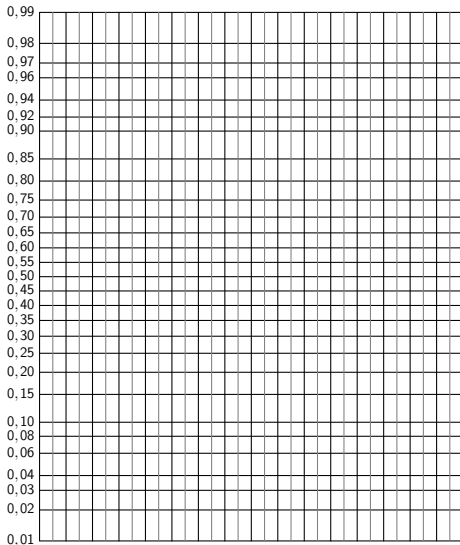
Théorème

Sur le papier gauss-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N} or(m; \sigma)$ est une droite.



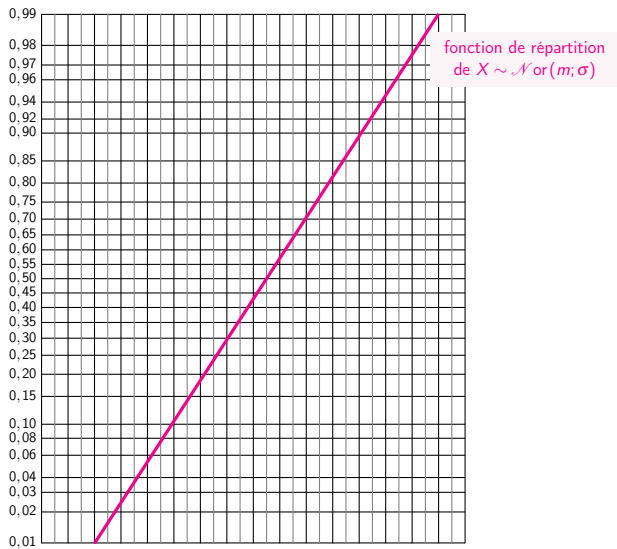
Théorème

Sur le papier gaussien-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N} or(m; \sigma)$ est une droite.



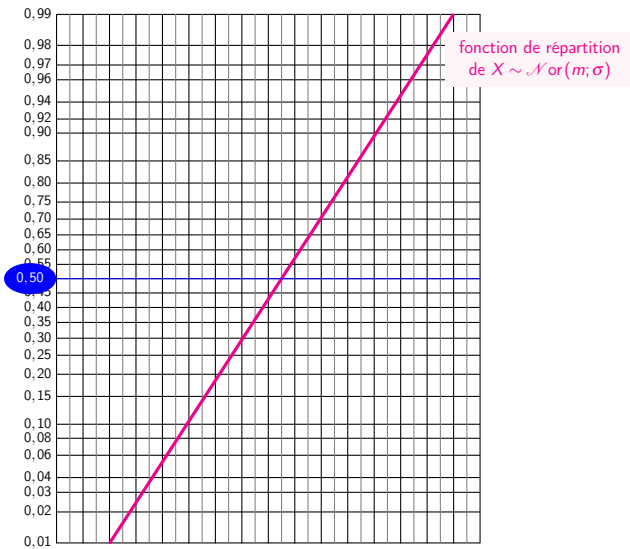
Théorème

Sur le papier gaucho-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.



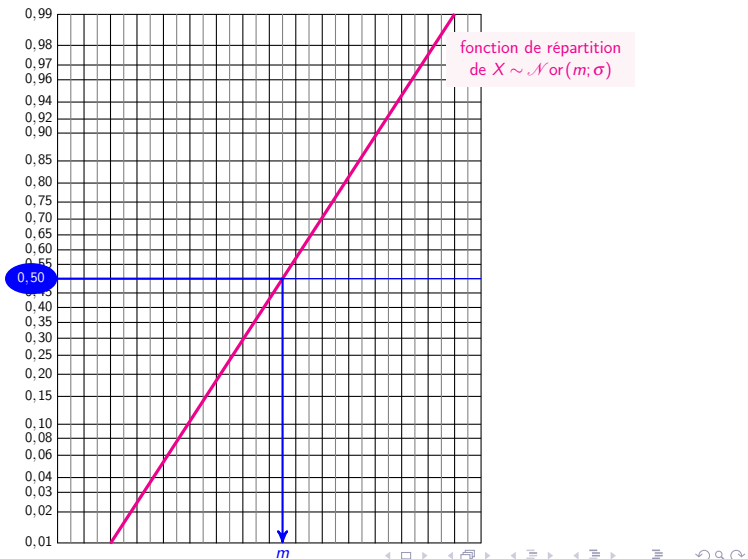
Théorème

Sur le papier gaussio-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.



Théorème

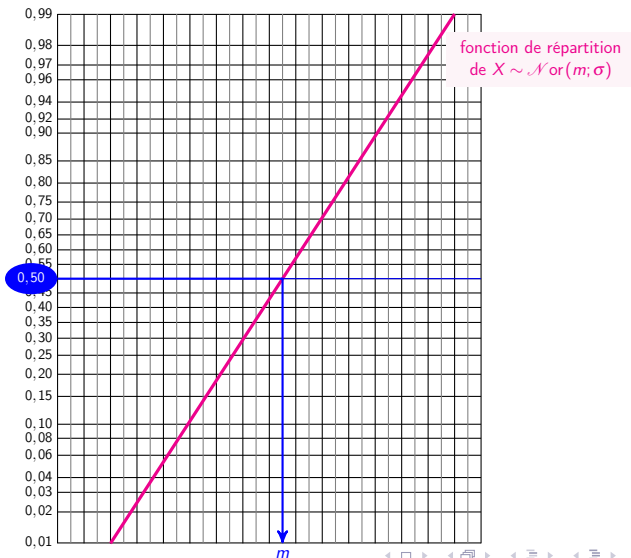
Sur le papier gaussio-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.



Théorème

Sur le papier gaussio-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.

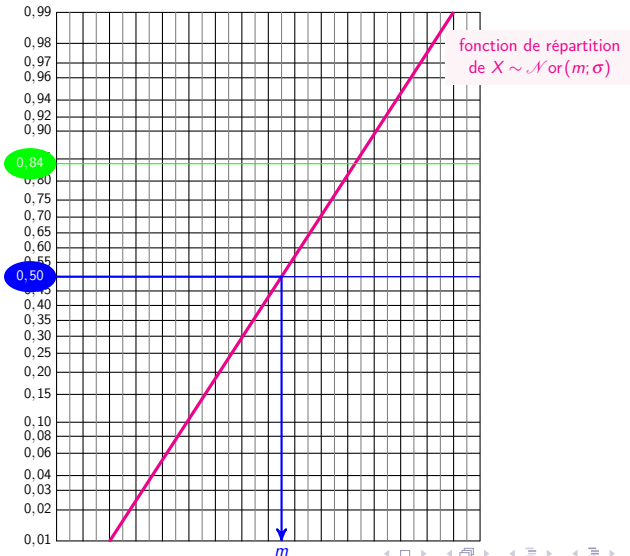
$$\Pi(1) \simeq 0,84$$



Théorème

Sur le papier gauss-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.

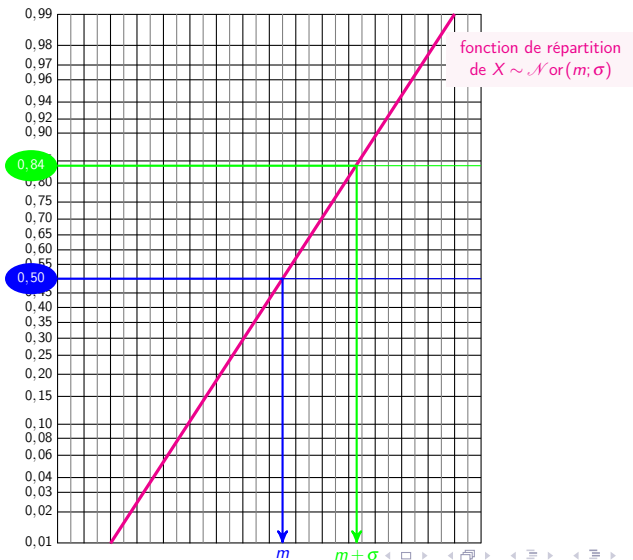
$$\Pi(1) \simeq 0,84$$



Théorème

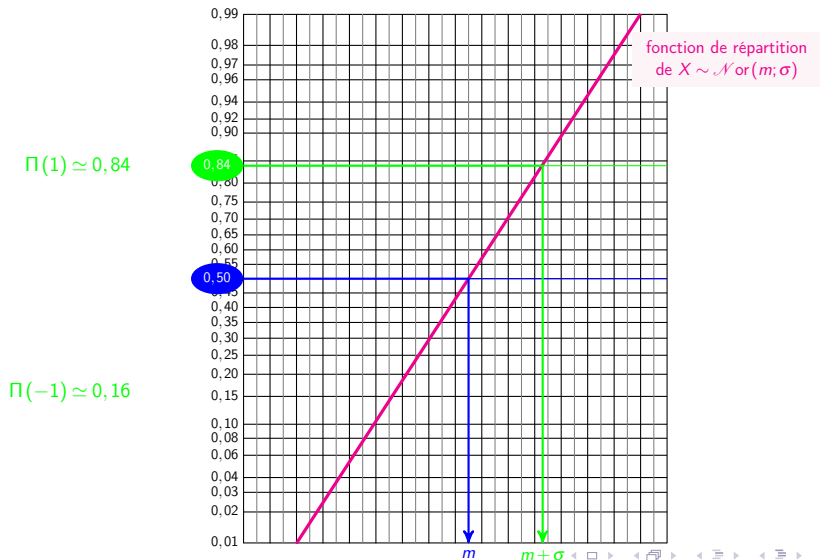
Sur le papier gaussien-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}(m; \sigma)$ est une droite.

$$\Pi(1) \simeq 0,84$$



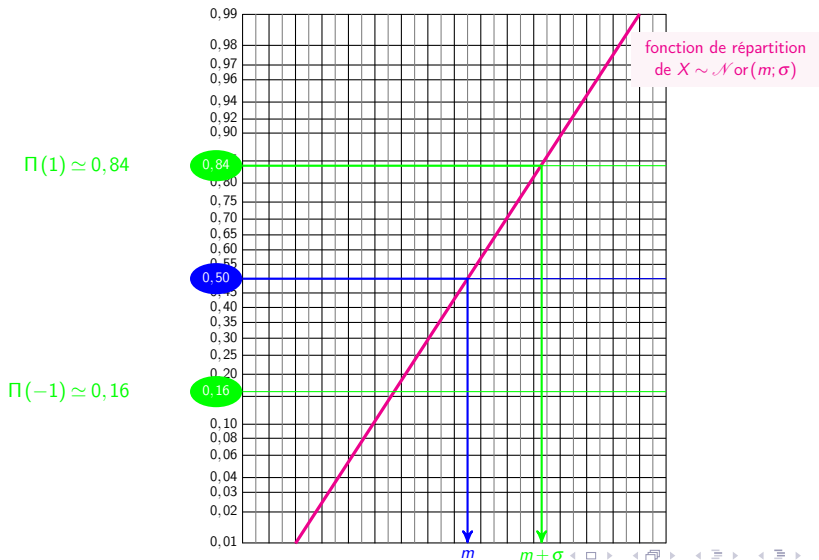
Théorème

Sur le papier gauso-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.



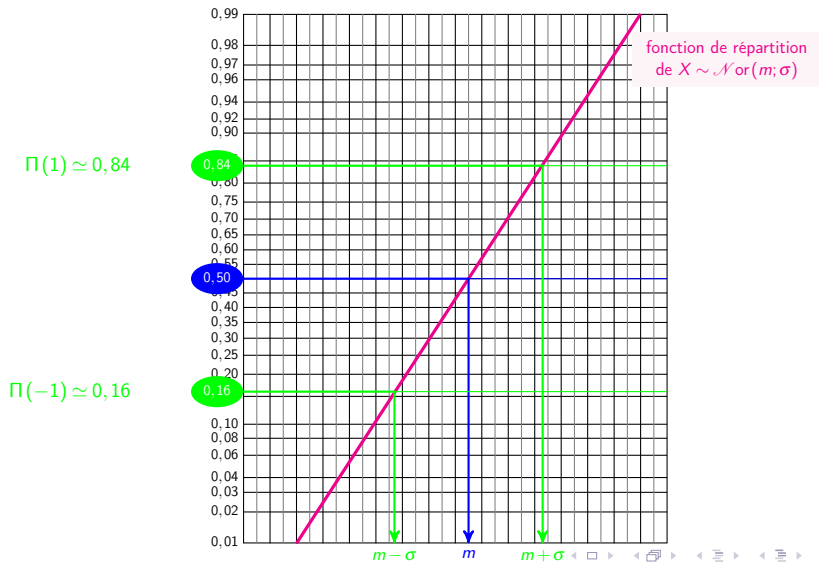
Théorème

Sur le papier gauss-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}or(m; \sigma)$ est une droite.



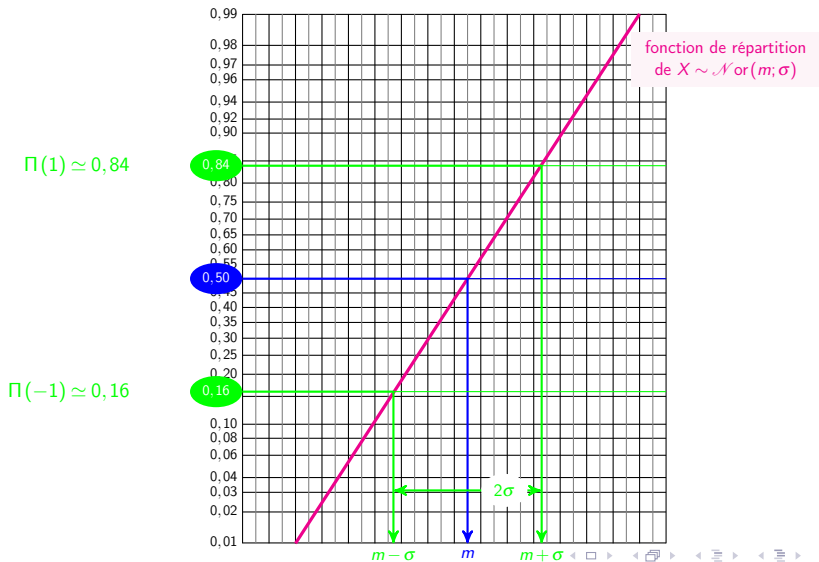
Théorème

Sur le papier gauss-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}(m; \sigma)$ est une droite.



Théorème

Sur le papier gaussien-arithmétique, la représentation graphique de la fonction de répartition de $X \sim \mathcal{N}(m; \sigma)$ est une droite.



Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gausso-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

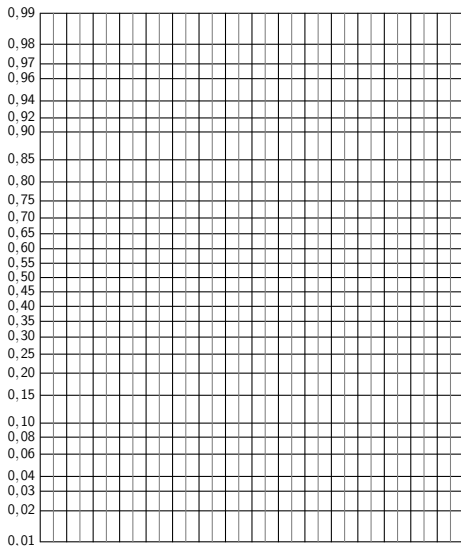
Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

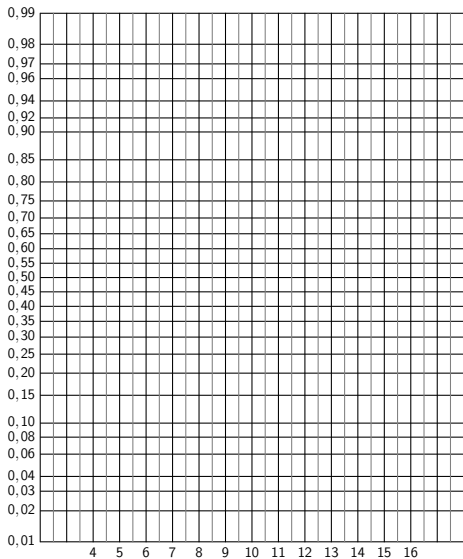
Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Placer les points de coord. $(x_i; F_i)$ sur le papier gauss-arithmétique.
- Prendre une décision suivant l'allure du nuage de points :
 - ▷ points proches d'une même droite : accepter la normalité ;
 - ▷ sinon : rejeter la normalité de la population.

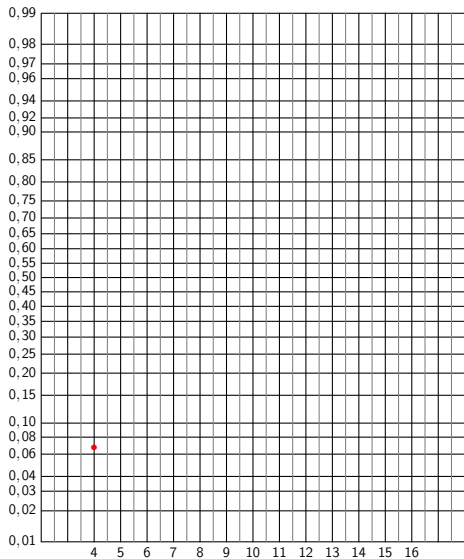
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



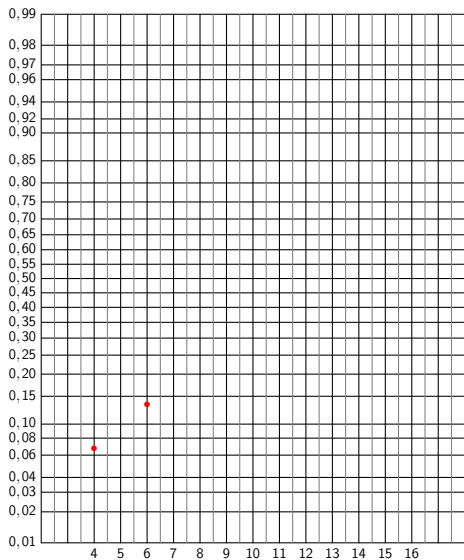
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



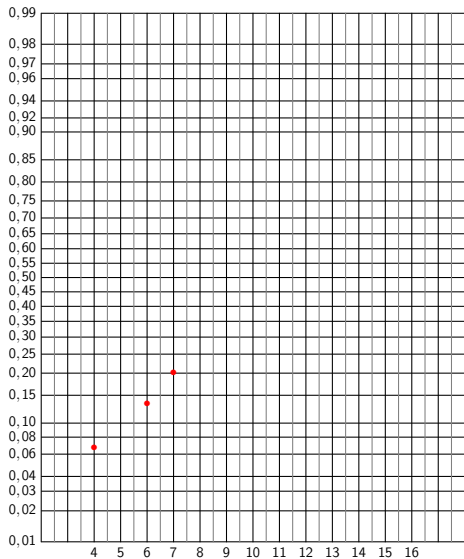
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$\frac{1}{15}$ $\approx 0,067$	$\frac{2}{15}$ $\approx 0,133$	$\frac{3}{15}$ $= 0,2$	$\frac{5}{15}$ $\approx 0,333$	$\frac{7}{15}$ $\approx 0,467$	$\frac{9}{15}$ $= 0,6$	$\frac{10}{15}$ $\approx 0,667$	$\frac{12}{15}$ $= 0,8$	$\frac{13}{15}$ $\approx 0,867$	$\frac{14}{15}$ $\approx 0,933$	$\frac{15}{15}$ $= 1$



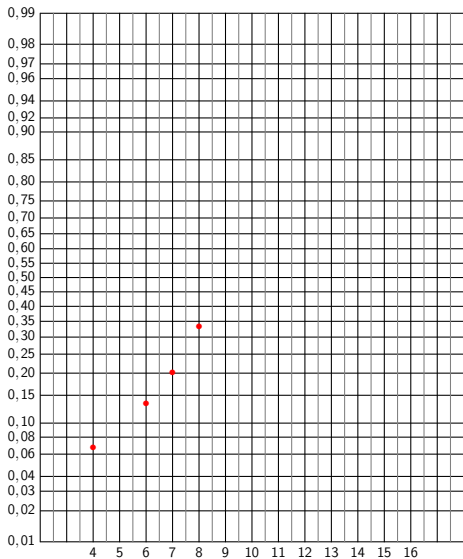
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



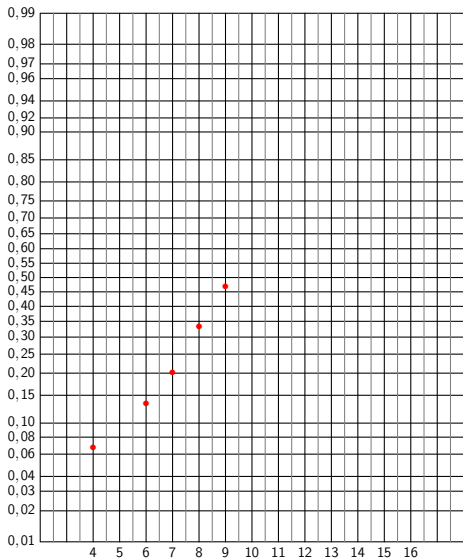
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



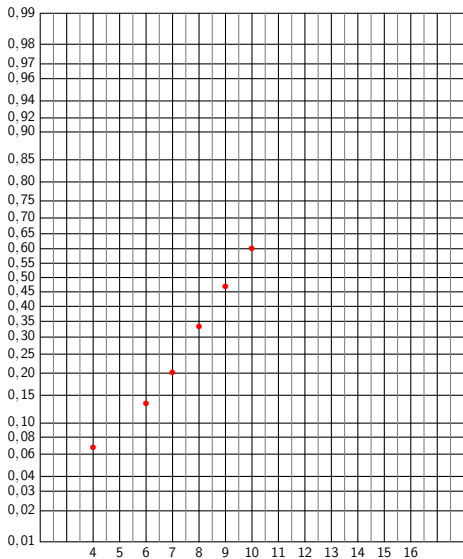
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



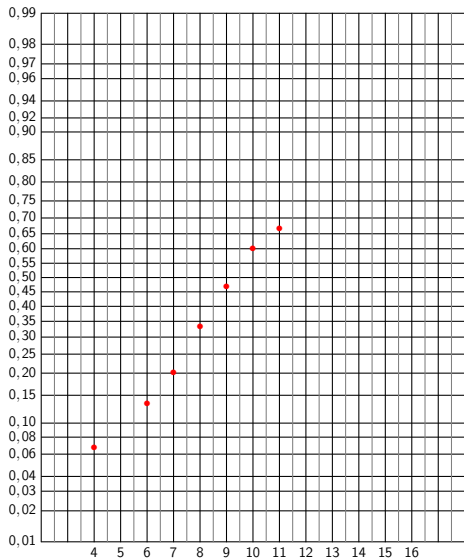
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



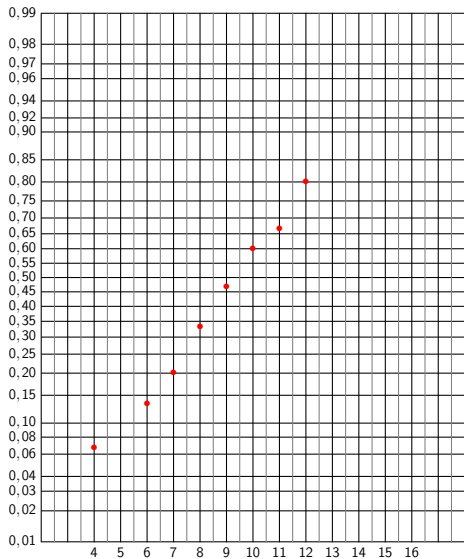
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 $= 1$



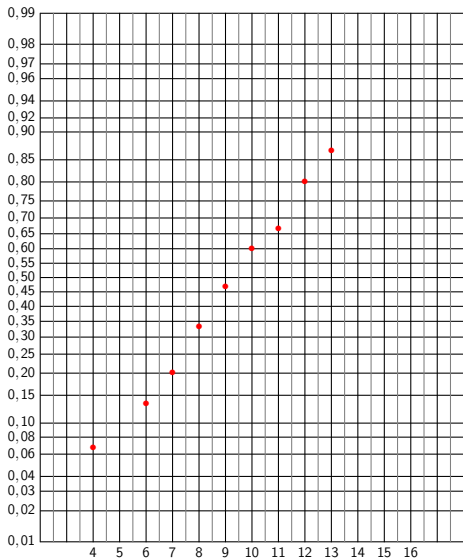
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



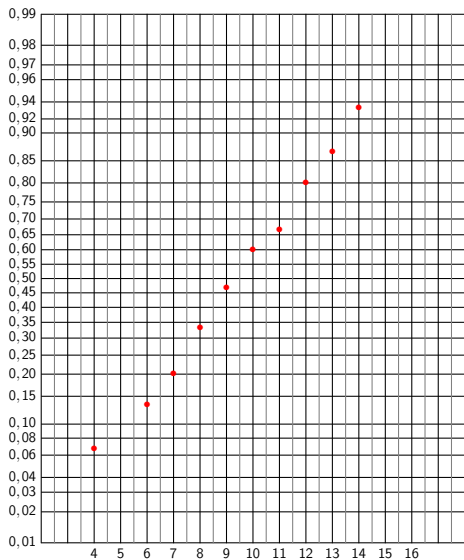
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$



x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$

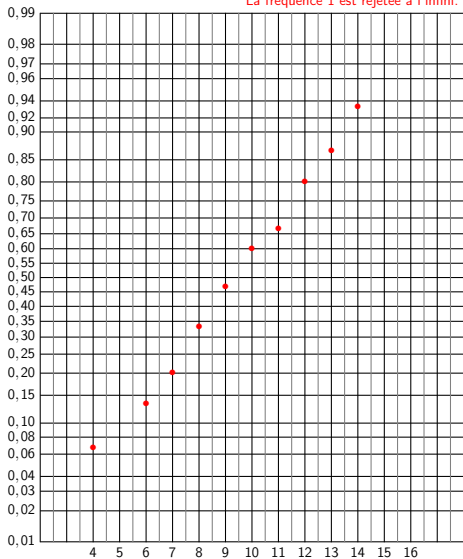


x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$

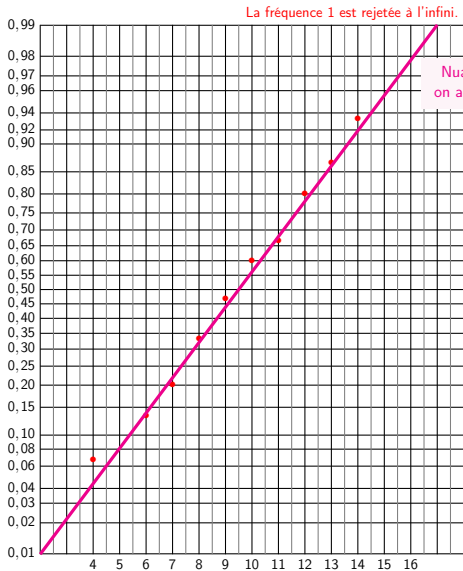


x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\simeq 0,067$	$2/15$ $\simeq 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\simeq 0,333$	$7/15$ $\simeq 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\simeq 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\simeq 0,867$	$14/15$ $\simeq 0,933$	$15/15$ $= 1$

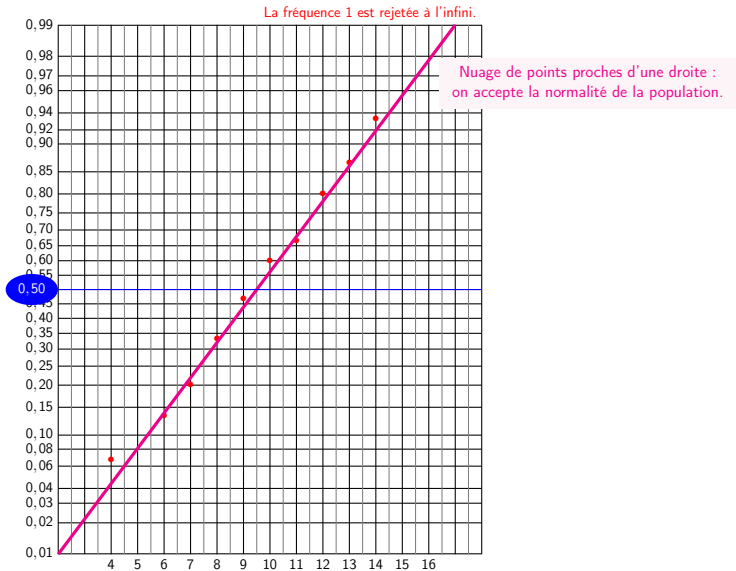
La fréquence 1 est rejetée à l'infini.



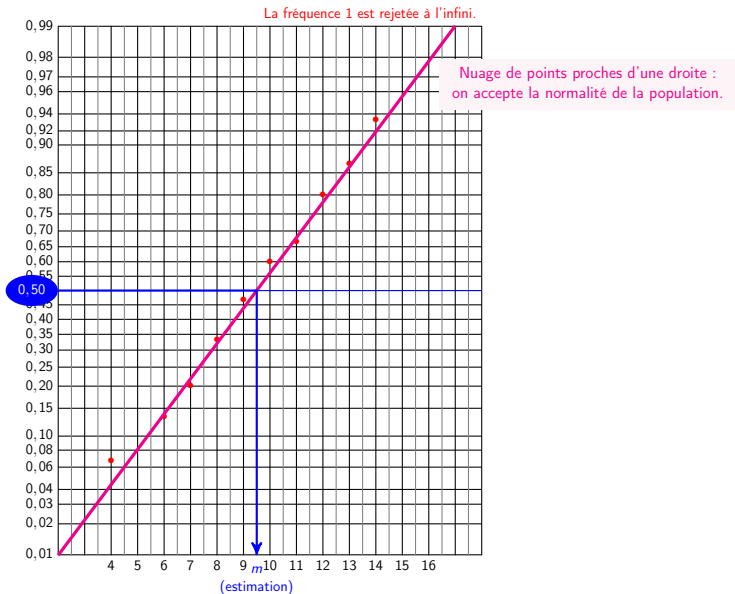
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 $= 1$



x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	$1/15$ $\approx 0,067$	$2/15$ $\approx 0,133$	$3/15$ $= 0,2$	$5/15$ $\approx 0,333$	$7/15$ $\approx 0,467$	$9/15$ $= 0,6$	$10/15$ $\approx 0,667$	$12/15$ $= 0,8$	$13/15$ $\approx 0,867$	$14/15$ $\approx 0,933$	$15/15$ $= 1$



x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

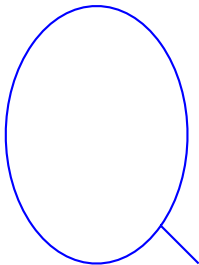
Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4



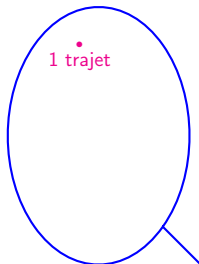
Tous les trajets
sur le tronçon

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4



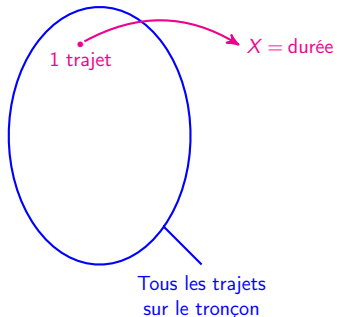
Tous les trajets
sur le tronçon

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

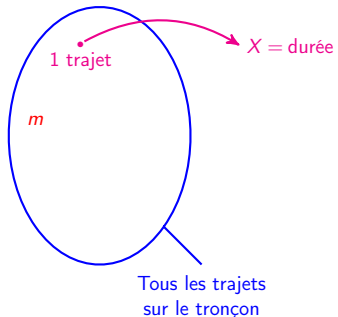


Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

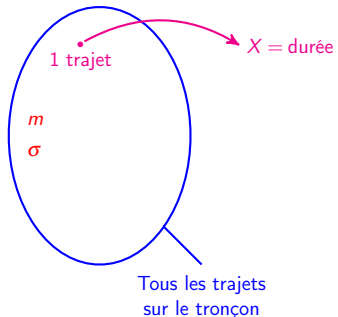


Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

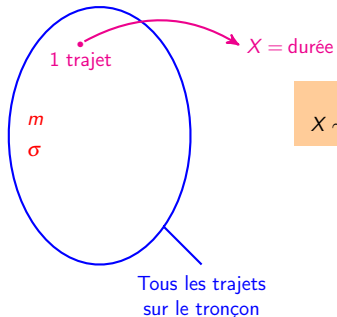


Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4



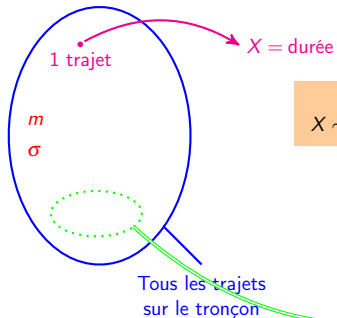
A tester :
 $X \sim \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$ contre $X \approx \mathcal{N}(\text{or}(m; \sigma))$.

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4



A tester :
 $X \sim \mathcal{N} \text{ or } (m; \sigma)$ contre $X \approx \mathcal{N} \text{ or } (m; \sigma)$.

échantillon
 taille = 39
 X_1, X_2, \dots, X_{39}

Exemple 2.

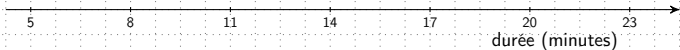
Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	$[5; 8[$	$[8; 11[$	$[11; 14[$	$[14; 20[$	$[20; 23[$
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

- Histogramme de l'échantillon.

Répartition des 39 trajets de l'échantillon suivant leur durée.



Exemple 2.

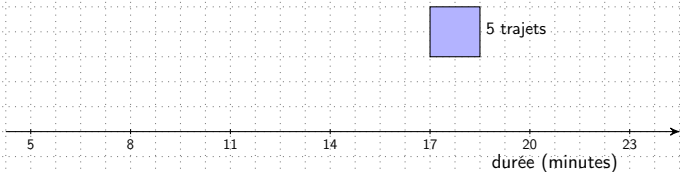
Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

- Histogramme de l'échantillon.

Répartition des 39 trajets de l'échantillon suivant leur durée.



Exemple 2.

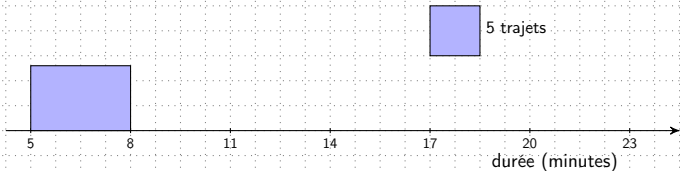
Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	$[5; 8[$	$[8; 11[$	$[11; 14[$	$[14; 20[$	$[20; 23[$
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

- Histogramme de l'échantillon.

Répartition des 39 trajets de l'échantillon suivant leur durée.



Exemple 2.

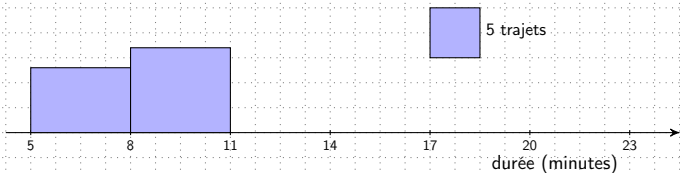
Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	$[5; 8[$	$[8; 11[$	$[11; 14[$	$[14; 20[$	$[20; 23[$
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

- Histogramme de l'échantillon.

Répartition des 39 trajets de l'échantillon suivant leur durée.



Exemple 2.

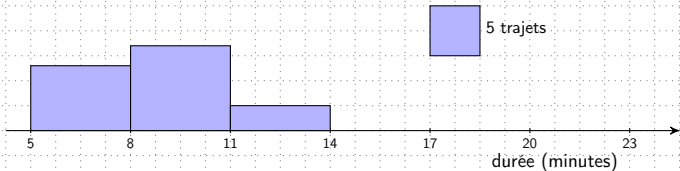
Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	$[5; 8[$	$[8; 11[$	$[11; 14[$	$[14; 20[$	$[20; 23[$
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

- Histogramme de l'échantillon.

Répartition des 39 trajets de l'échantillon suivant leur durée.



Exemple 2.

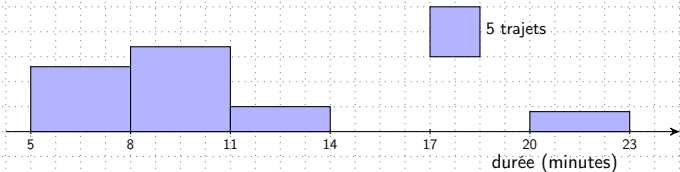
Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

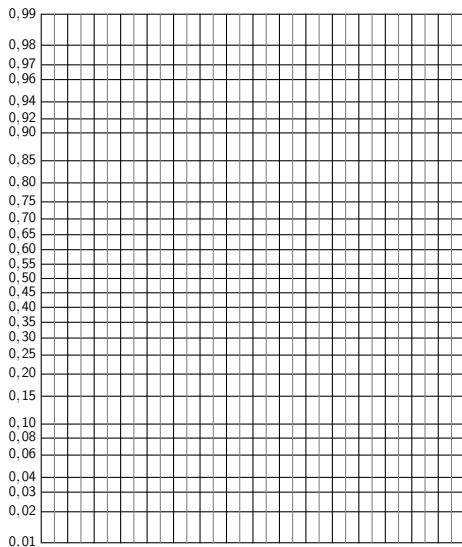
- Histogramme de l'échantillon.

Répartition des 39 trajets de l'échantillon suivant leur durée.

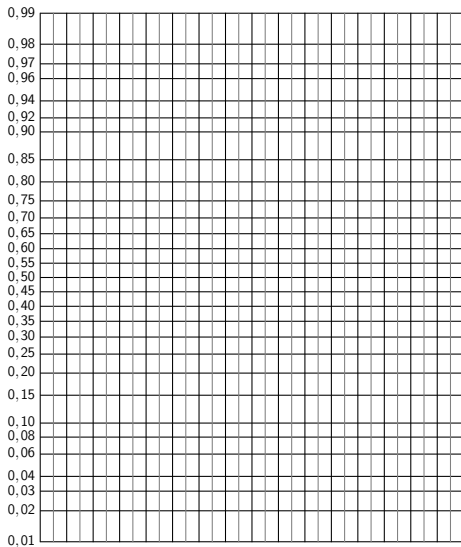


L'histogramme ne suggère pas la forme de la densité d'une loi normale.

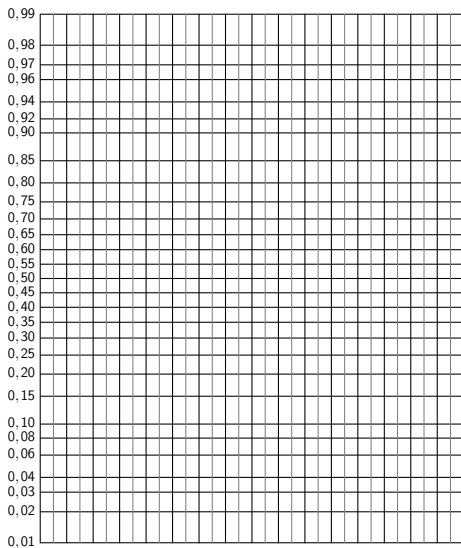
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i						



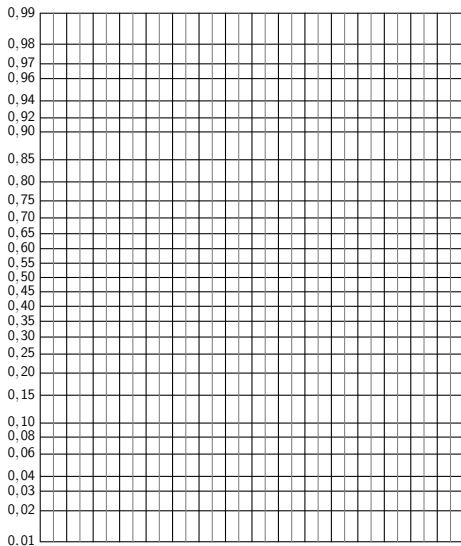
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$					



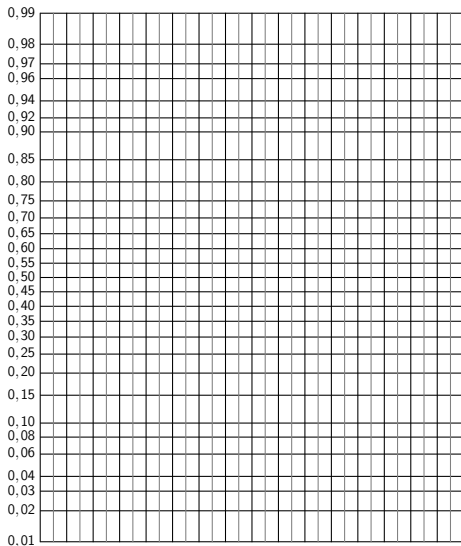
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$	$13/39$ $\simeq 0,333$				



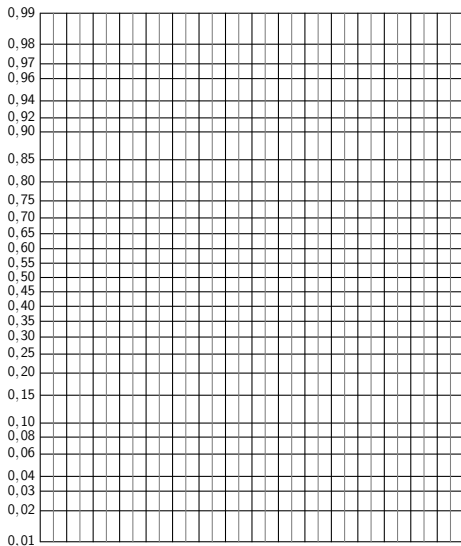
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$	$13/39$ $\simeq 0,333$	$30/39$ $= 0,769$			



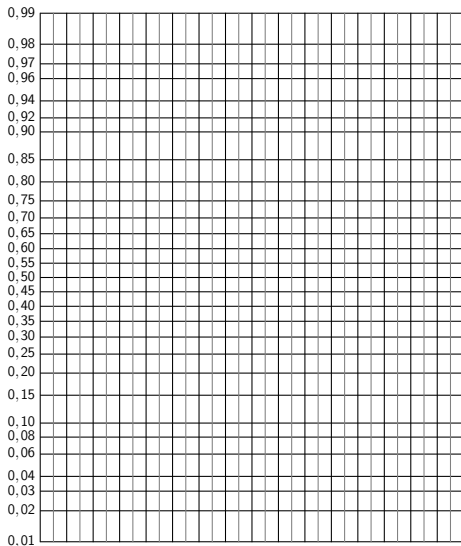
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$	$13/39$ $\simeq 0,333$	$30/39$ $= 0,769$	$35/39$ $\simeq 0,897$		



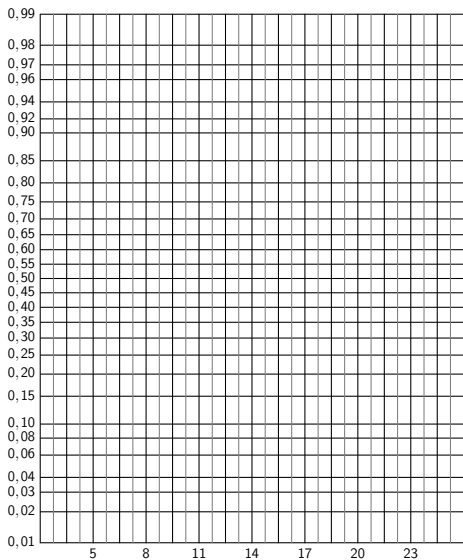
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$	$13/39$ $\simeq 0,333$	$30/39$ $= 0,769$	$35/39$ $\simeq 0,897$	$35/39$ $\simeq 0,897$	



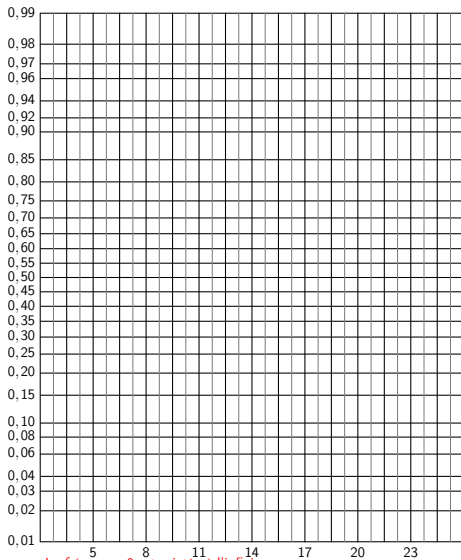
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$	$13/39$ $\simeq 0,333$	$30/39$ $= 0,769$	$35/39$ $\simeq 0,897$	$35/39$ $\simeq 0,897$	$39/39$ $= 1$



x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$0/39$ $= 0$	$13/39$ $\simeq 0,333$	$30/39$ $= 0,769$	$35/39$ $\simeq 0,897$	$35/39$ $\simeq 0,897$	$39/39$ $= 1$

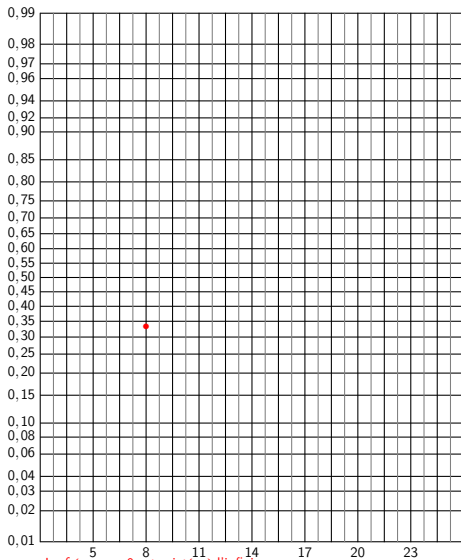


x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	$\frac{0}{39}$ $= 0$	$\frac{13}{39}$ $\simeq 0,333$	$\frac{30}{39}$ $= 0,769$	$\frac{35}{39}$ $\simeq 0,897$	$\frac{35}{39}$ $\simeq 0,897$	$\frac{39}{39}$ $= 1$



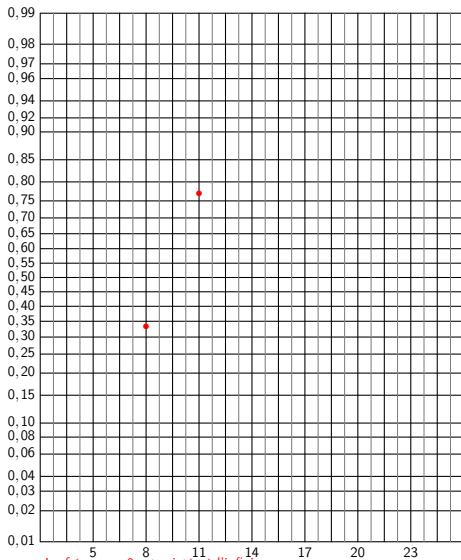
La fréquence 0 est rejetée à l'infini.

x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 = 0,769	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



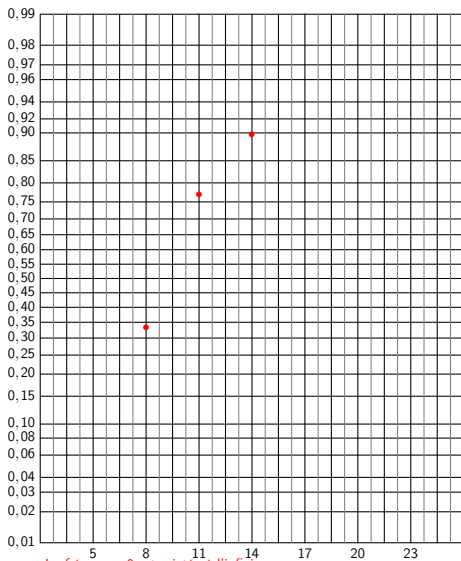
La fréquence 0 est rejetée à l'infini.

x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 = 0,769	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



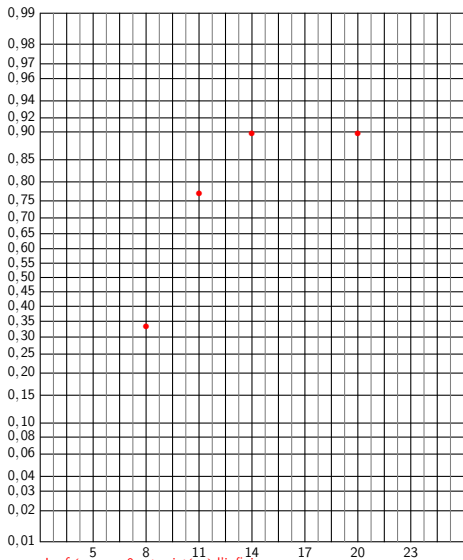
La fréquence 0 est rejetée à l'infini.

x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 = 0,769	35/39 $\simeq 0,897$	35/39	39/39 = 1



La fréquence 0 est rejetée à l'infini.

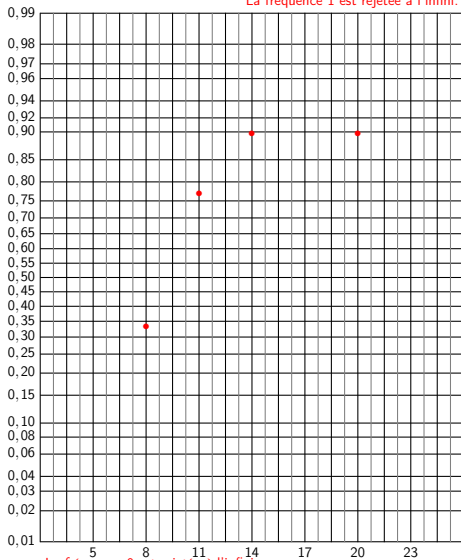
x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 = 0,769	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



La fréquence 0 est rejetée à l'infini.

x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 = 0,769	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1

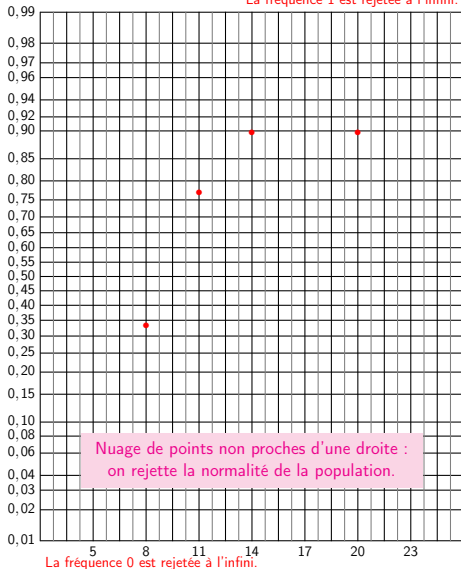
La fréquence 1 est rejetée à l'infini.



La fréquence 0 est rejetée à l'infini.

x_i	5	8	11	14	20	23
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 = 0,769	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1

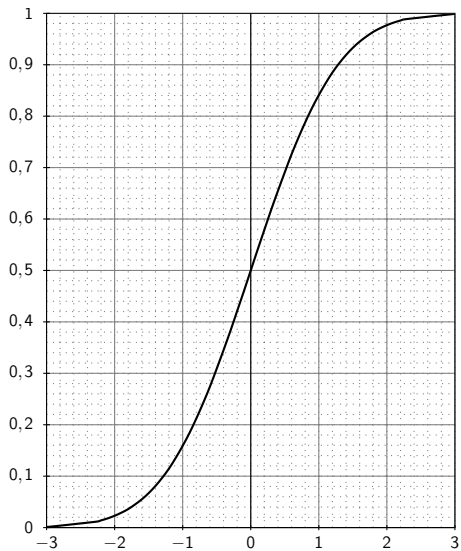
La fréquence 1 est rejetée à l'infini.



Plan

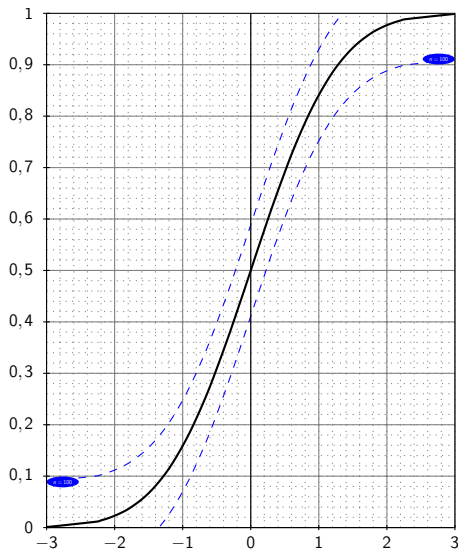
- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

- En noir : la fonction de répartition de $\mathcal{N}or(0;1)$.



- En noir : la fonction de répartition de $\mathcal{N}or(0;1)$.
- En bleu: les frontières significatives pour $n = 100$:

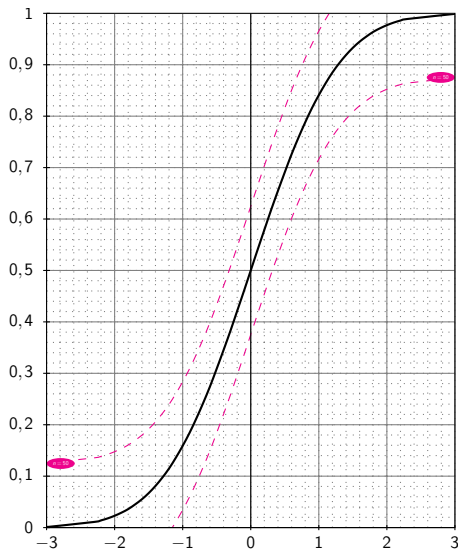
Si la population est normale (avec $m = 0$ et $\sigma = 1$), il n'y a que 5% de chance que la fonction de répartition d'un **futur** échantillon de taille $n = 100$ sorte des frontières.



- En noir : la fonction de répartition de $\mathcal{N}or(0;1)$.

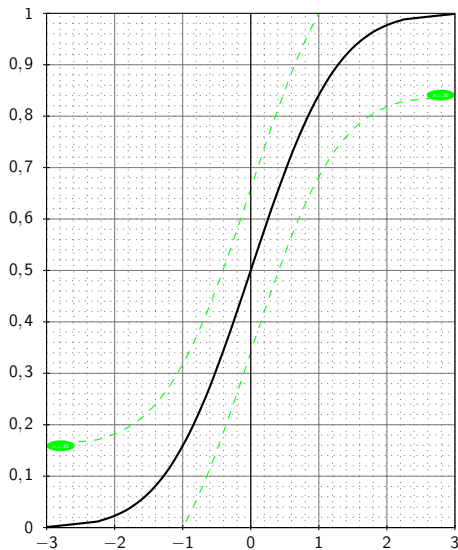
- En magenta: les frontières significatives pour $n = 50$:

Si la population est normale (avec $m = 0$ et $\sigma = 1$), il n'y a que 5% de chance que la fonction de répartition d'un **futur** échantillon de taille $n = 50$ sorte des frontières.



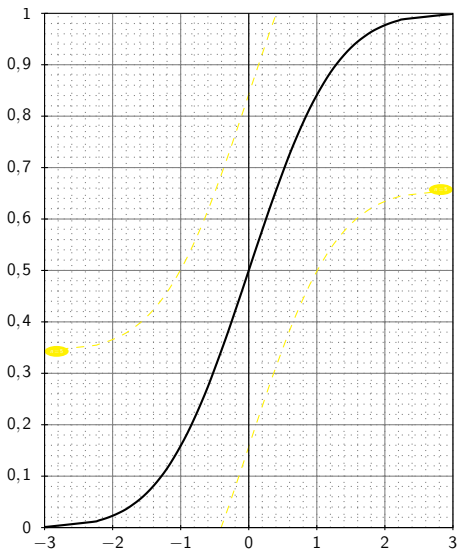
- En noir : la fonction de répartition de $\mathcal{N}or(0;1)$.
- En vert: les frontières significatives pour $n = 30$:

Si la population est normale (avec $m = 0$ et $\sigma = 1$), il n'y a que 5% de chance que la fonction de répartition d'un **futur** échantillon de taille $n = 30$ sorte des frontières.

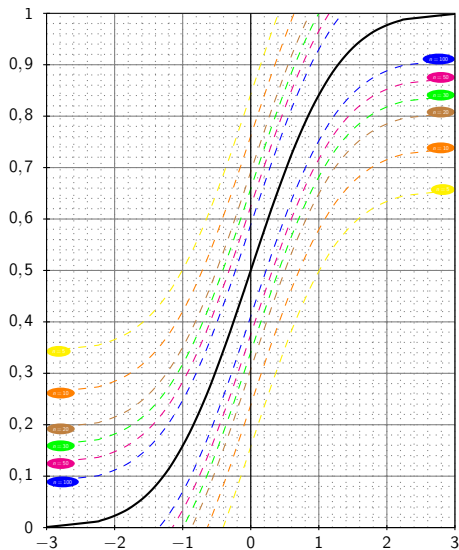


- En noir : la fonction de répartition de $\mathcal{N}or(0;1)$.
- En jaune: les frontières significatives pour $n = 5$:

Si la population est normale (avec $m = 0$ et $\sigma = 1$), il n'y a que 5% de chance que la fonction de répartition d'un **futur** échantillon de taille $n = 5$ sorte des frontières.



Le papier de Lilliefors mesure si la différence entre la fonction de répartition de l'échantillon et la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0;1)$ est significative.



Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_j par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_j : $x_j^* = \frac{x_j - \bar{x}}{\sigma}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_j .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_j par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_j : $x_j^* = \frac{x_j - \bar{x}}{\sigma}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_j .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_i : $x_i^* = \frac{x_i - \bar{X}}{\hat{\sigma}}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_i : $x_i^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\hat{\sigma}}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_i : $x_i^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\hat{\sigma}}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_i : $x_i^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\hat{\sigma}}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_i : $x_i^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\hat{\sigma}}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Le fonctionnement du test.

- Prélever un échantillon dans la population.
- Ranger les valeurs x_i par ordre croissant.
- Centrer et réduire les valeurs x_i : $x_i^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\hat{\sigma}}$.
- Déterminer les fréquences cumulées croissantes F_i .
- Construire la fonction de répartition de l'échantillon (valeurs centrées-réduites) sur le papier de Lilliefors.
- Prendre une décision suivant la position de la fonction de répartition :
 - ▷ ne coupe pas les frontières : accepter la normalité ;
 - ▷ coupe les frontières : rejeter la normalité de la population.

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} =$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}}$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*											
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870										
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_1^* = \frac{x_1 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{4 - 9,9333}{3,1728} \simeq -1,870$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240									
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_2^* = \frac{x_2 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{6 - 9,9333}{3,1728} \simeq -1,240$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925								
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_3^* = \frac{x_3 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{7 - 9,9333}{3,1728} \simeq -0,925$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609							
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_4^* = \frac{x_4 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{8 - 9,9333}{3,1728} \simeq -0,609$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294						
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_5^* = \frac{x_5 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{9 - 9,9333}{3,1728} \simeq -0,294$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021					
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_6^* = \frac{x_6 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{10 - 9,9333}{3,1728} \simeq 0,021$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336				
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_7^* = \frac{x_7 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{11 - 9,9333}{3,1728} \simeq 0,336$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651			
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_8^* = \frac{x_8 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{12 - 9,9333}{3,1728} \simeq 0,651$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967		
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_9^* = \frac{x_9 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{13 - 9,9333}{3,1728} \simeq 0,967$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_{10}^* = \frac{x_{10} - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{14 - 9,9333}{3,1728} \simeq 1,282$$

Centrage et réduction des valeurs de l'échantillon.

Exemple

Dans un magasin de loisirs, on a étudié le nombre de livres vendus par heure d'ouverture. On a obtenu les 15 mesures suivantes (en nombre d'objets) :

6 – 7 – 9 – 11 – 13 – 8 – 9 – 4 – 12 – 10 – 16 – 8 – 14 – 12 – 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{149}{15} = \simeq 9,9333\dots$$

$$V = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1621}{15} - \left(\frac{149}{15}\right)^2 \simeq 9,3955\dots$$

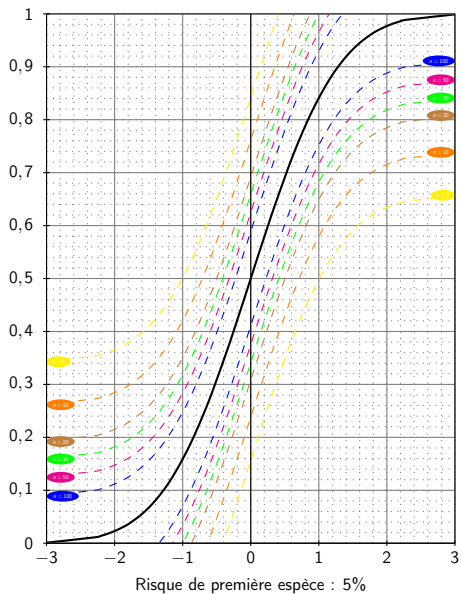
$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 3,0652\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{15}{14}} \simeq 3,1728\dots$$

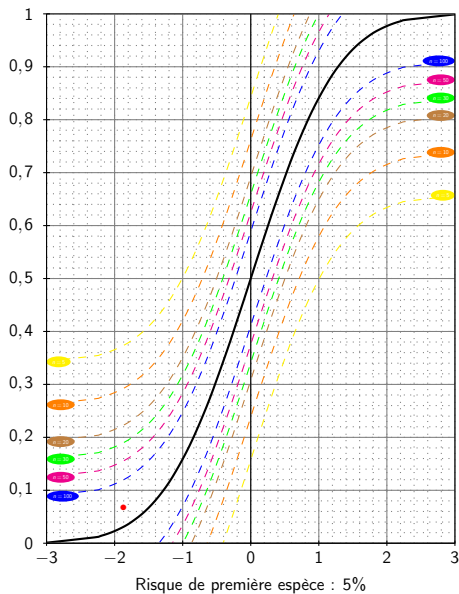
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\simeq 0,067$	2/15 $\simeq 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\simeq 0,333$	7/15 $\simeq 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\simeq 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\simeq 0,867$	14/15 $\simeq 0,933$	15/15 = 1

$$x_{11}^* = \frac{x_{11} - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{16 - 9,9333}{3,1728} \simeq 1,912$$

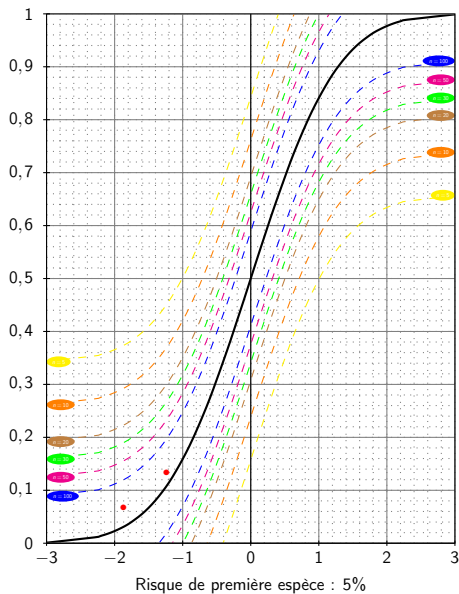
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



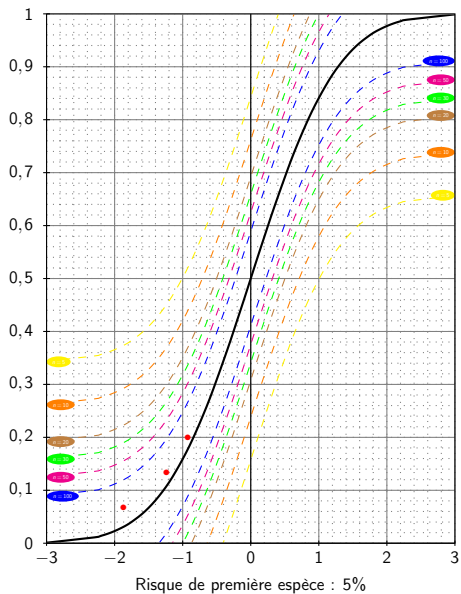
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



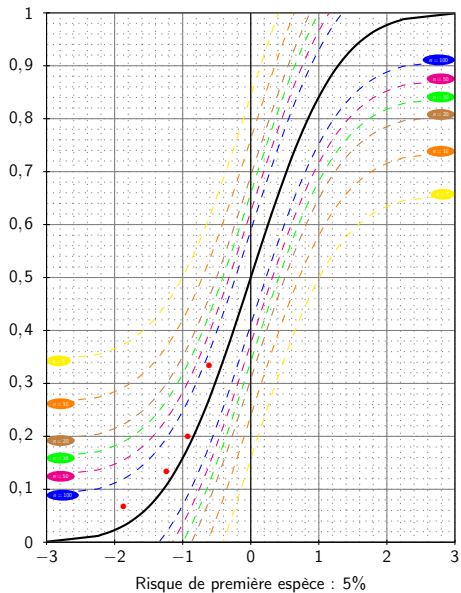
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 = 0,2	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 = 0,6	10/15 $\approx 0,667$	12/15 = 0,8	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 = 1



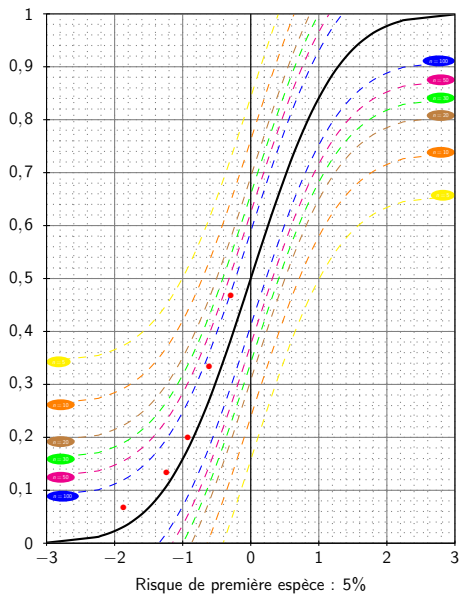
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



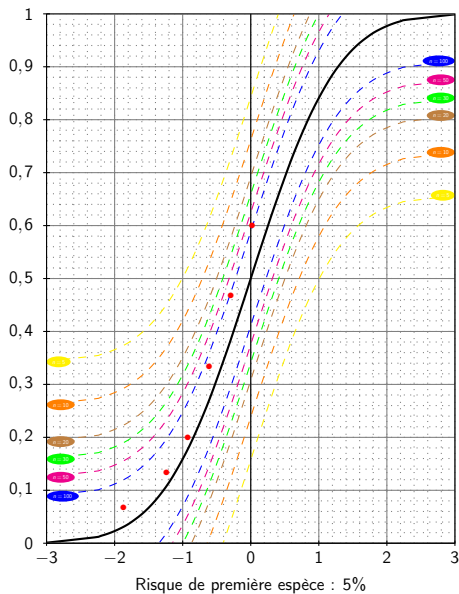
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



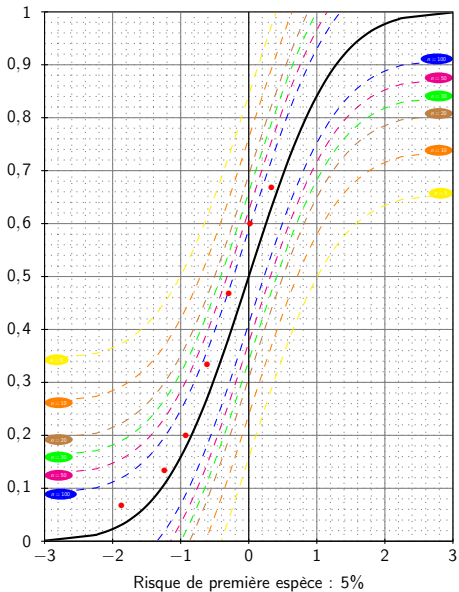
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



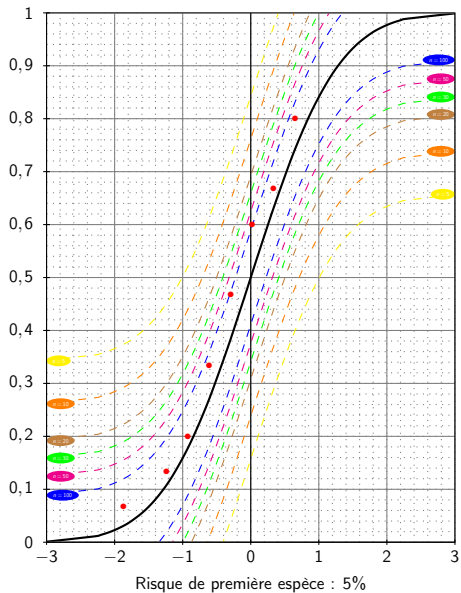
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



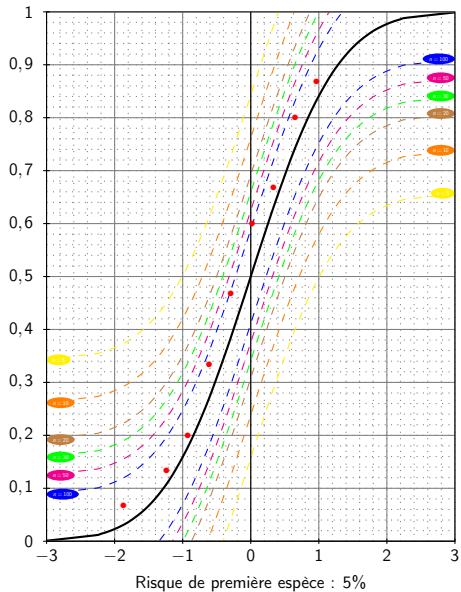
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



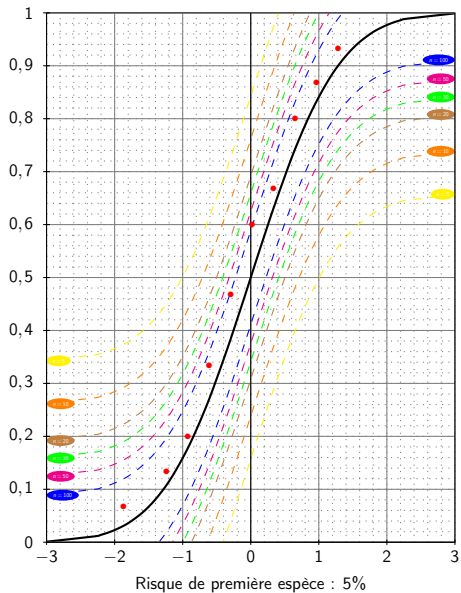
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



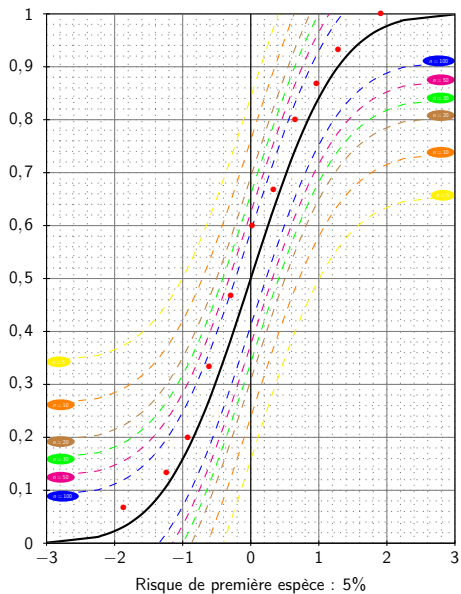
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



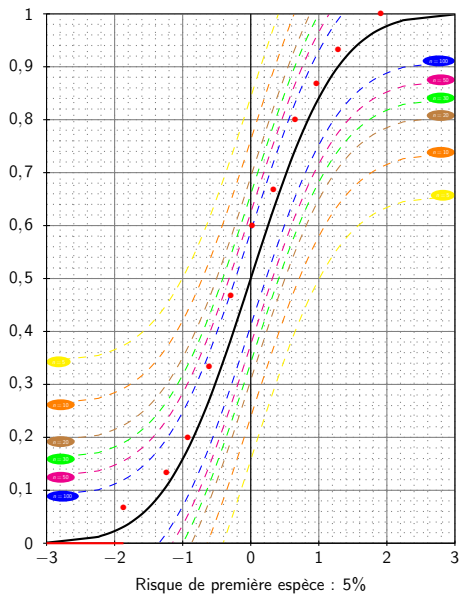
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



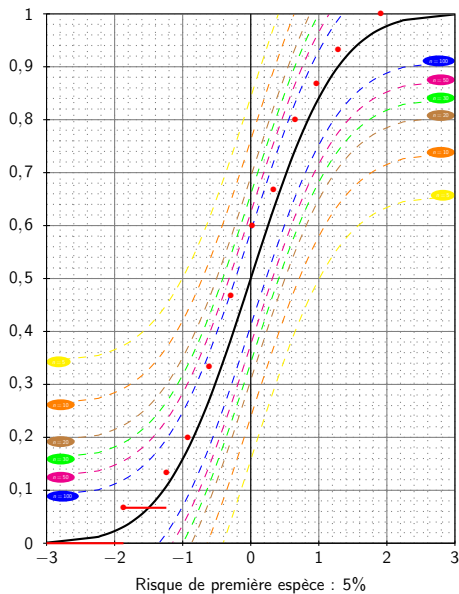
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



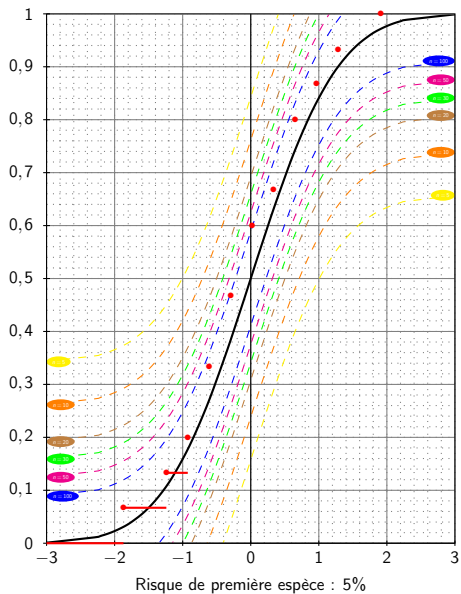
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



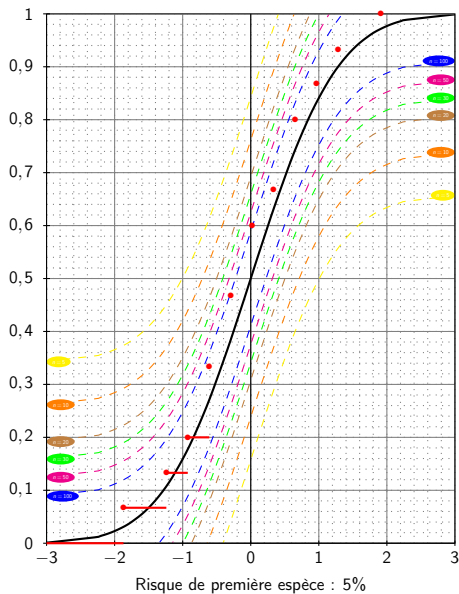
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



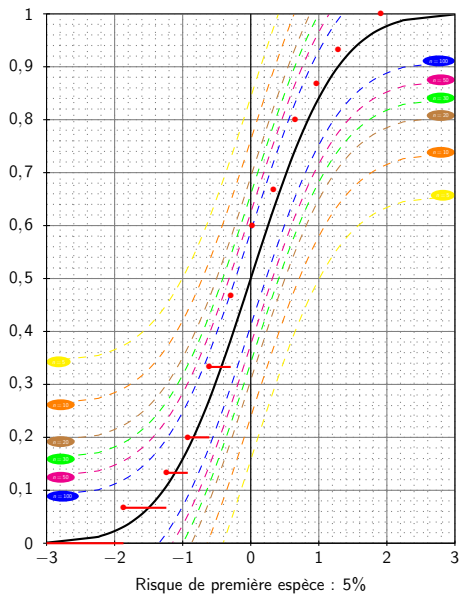
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



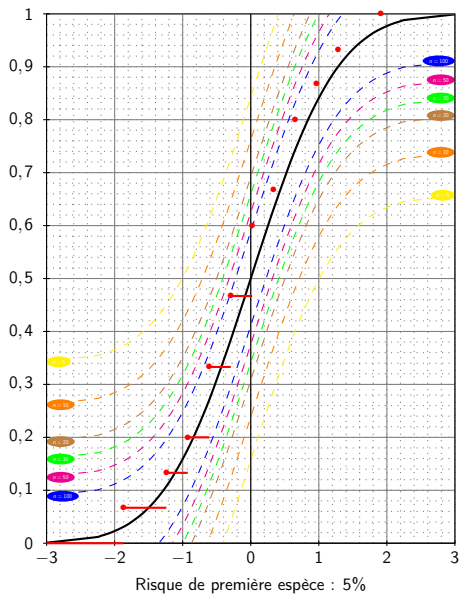
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



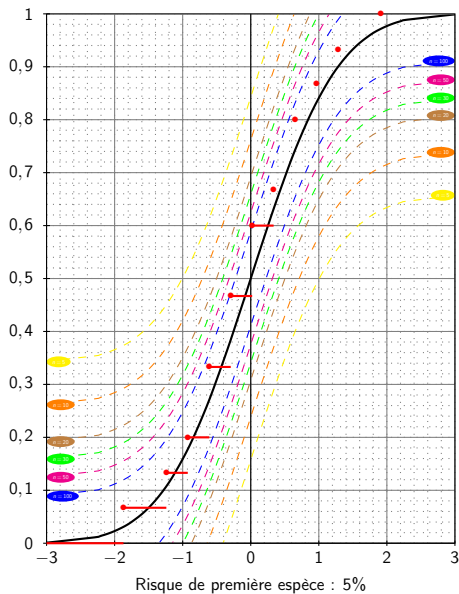
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



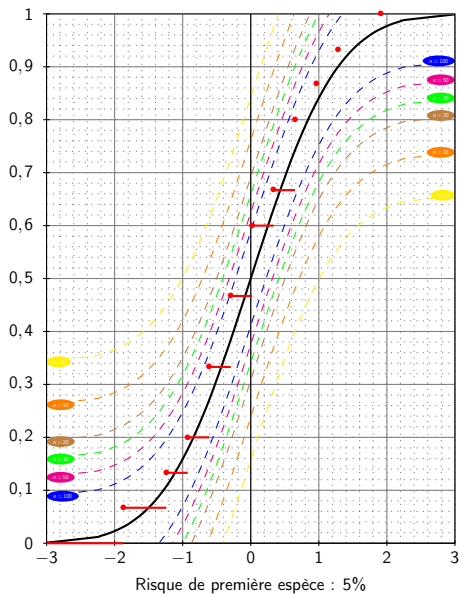
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



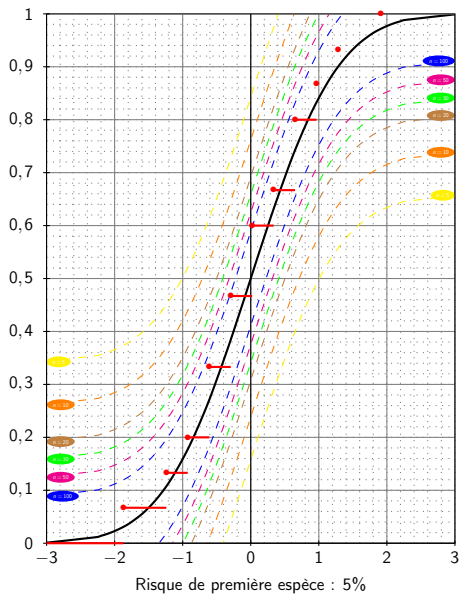
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



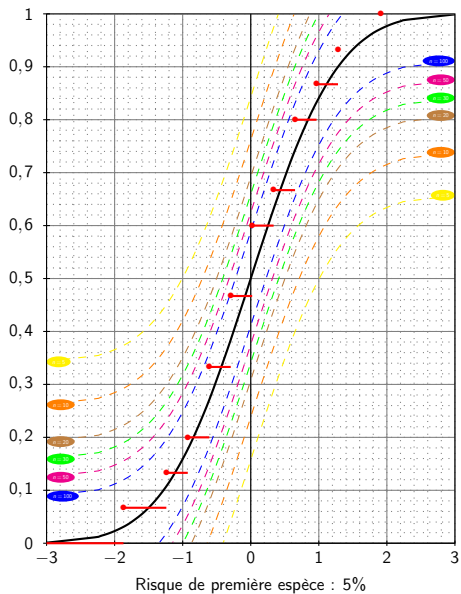
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



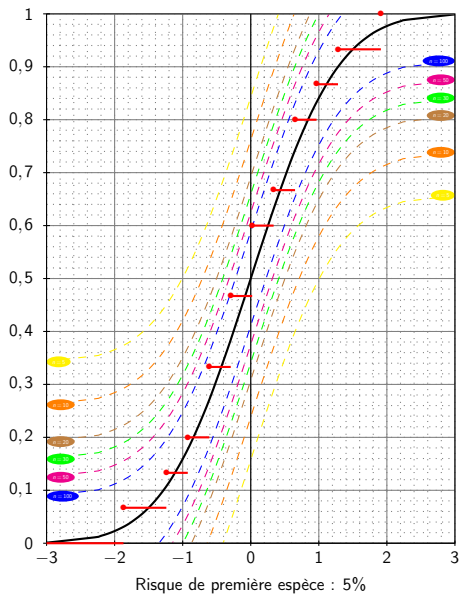
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



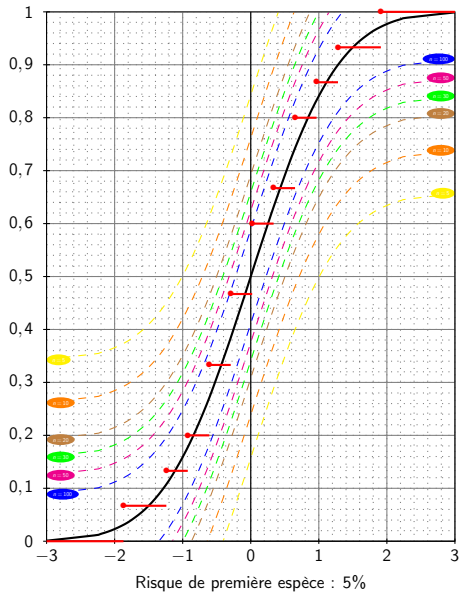
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



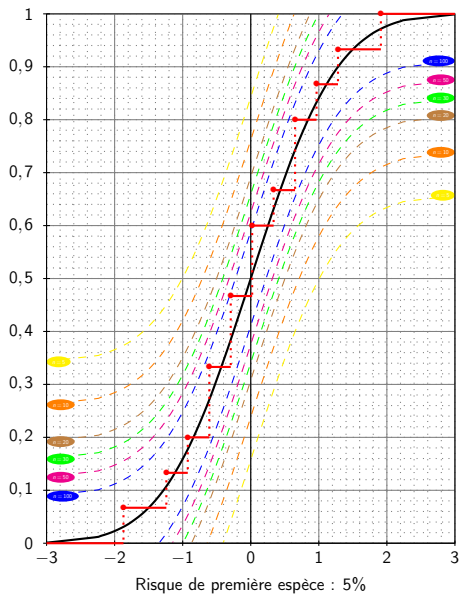
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



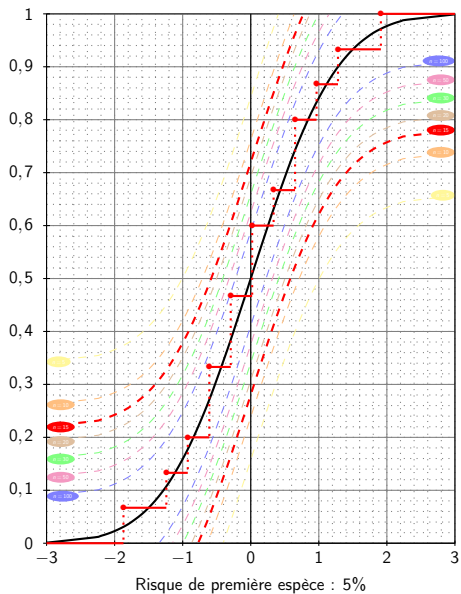
x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$

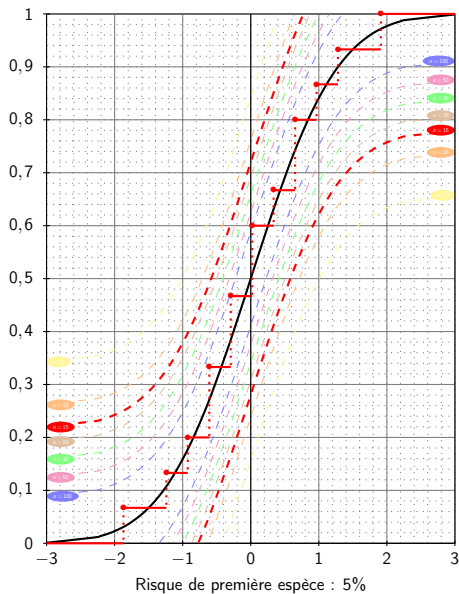


x_i	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16
x_i^*	-1,870	-1,240	-0,925	-0,609	-0,294	0,021	0,336	0,651	0,967	1,282	1,912
F_i	1/15 $\approx 0,067$	2/15 $\approx 0,133$	3/15 $= 0,2$	5/15 $\approx 0,333$	7/15 $\approx 0,467$	9/15 $= 0,6$	10/15 $\approx 0,667$	12/15 $= 0,8$	13/15 $\approx 0,867$	14/15 $\approx 0,933$	15/15 $= 1$



La fonction de répartition de l'échantillon de taille $n = 15$ ne sort pas des courbes $n = 15$.

On accepte la normalité de la population.



Plan

- 1 L'enjeu.
- 2 Fonction de répartition.
 - Définition (rappel de S2).
 - Cas d'une loi normale.
 - Cas d'un échantillon.
 - Comparaison des fonctions de répartition.
- 3 Test de Henry.
 - Le papier gauss-arithmétique.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.
- 4 Test de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov).
 - Le papier de Lilliefors.
 - Exemple 1.
 - Exemple 2.

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} =$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154\dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154\dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444\dots$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154\dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154\dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063\dots$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154\dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}}$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154\dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444\dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063\dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626\dots$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*						
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots \qquad \hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173					
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1

$$x_1^* = \frac{x_1 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{5 - 10,1154}{4,3626} \simeq -1,173$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485				
F_i	0/39	13/39	30/39	35/39	35/39	39/39
	= 0	$\simeq 0,333$	$\simeq 0,769$	$\simeq 0,897$	$\simeq 0,897$	= 1

$$x_2^* = \frac{x_2 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{8 - 10,1154}{4,3626} \simeq -0,485$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203			
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1

$$x_3^* = \frac{x_3 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{11 - 10,1154}{4,3626} \simeq 0,203$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890		
F_i	0/39	13/39	30/39	35/39	35/39	39/39
	= 0	$\simeq 0,333$	$\simeq 0,769$	$\simeq 0,897$	$\simeq 0,897$	= 1

$$x_4^* = \frac{x_4 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{14 - 10,1154}{4,3626} \simeq 0,890$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	
F_i	0/39	13/39	30/39	35/39	35/39	39/39
	= 0	$\simeq 0,333$	$\simeq 0,769$	$\simeq 0,897$	$\simeq 0,897$	= 1

$$x_5^* = \frac{x_5 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{20 - 10,1154}{4,3626} \simeq 2,266$$

Exemple 2.

Exemple

Dans une société de transport en commun, on a étudié le temps de parcours d'un tronçon :

Durées du trajet en minutes	[5; 8[[8; 11[[11; 14[[14; 20[[20; 23[
Nombres de trajets	13	17	5	0	4

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{394,5}{39} = \simeq 10,1154 \dots$$

$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2 = \frac{4713,75}{39} - \left(\frac{394,5}{39}\right)^2 \simeq 18,5444 \dots$$

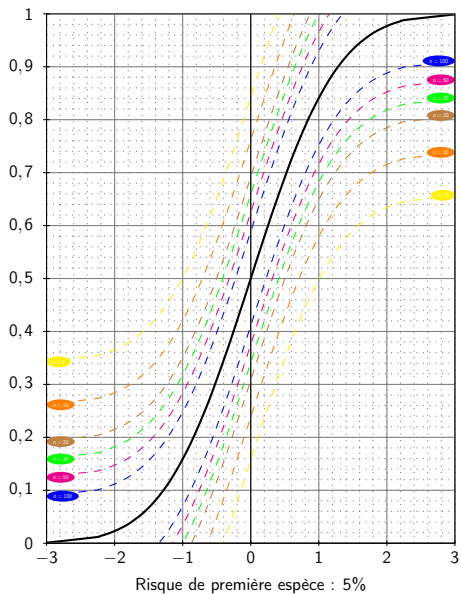
$$\sigma = \sqrt{V} \simeq 4,3063 \dots$$

$$\hat{\sigma} = \sigma \times \sqrt{\frac{39}{38}} \simeq 4,3626 \dots$$

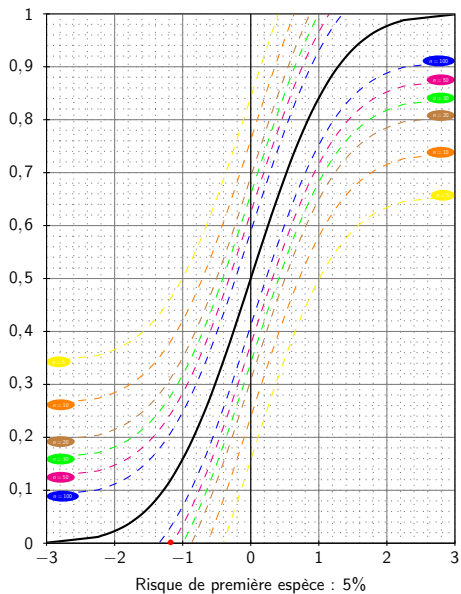
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39	13/39	30/39	35/39	35/39	39/39
	= 0	$\simeq 0,333$	$\simeq 0,769$	$\simeq 0,897$	$\simeq 0,897$	= 1

$$x_6^* = \frac{x_6 - \bar{x}}{\hat{\sigma}} \simeq \frac{23 - 10,1154}{4,3626} \simeq 2,953$$

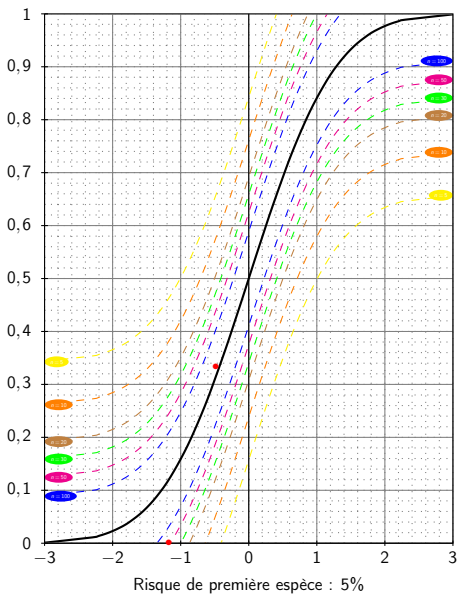
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



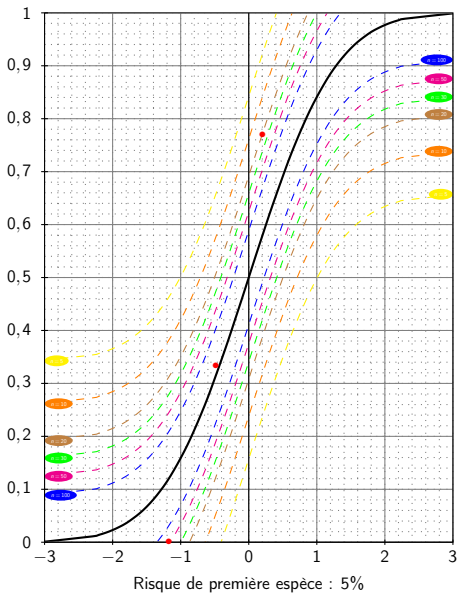
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



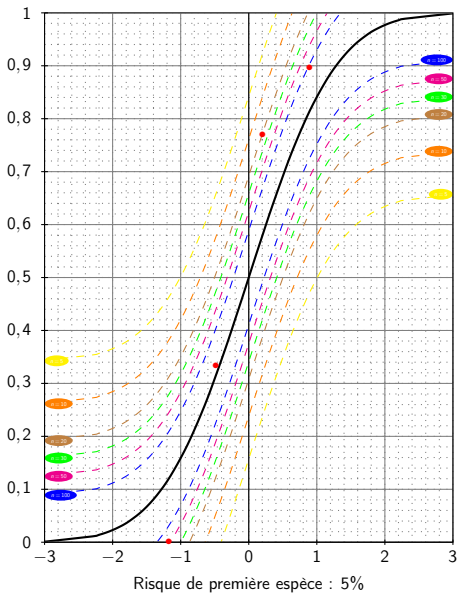
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



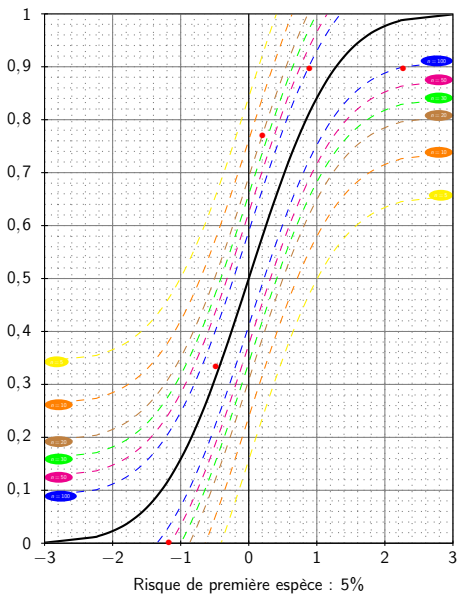
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



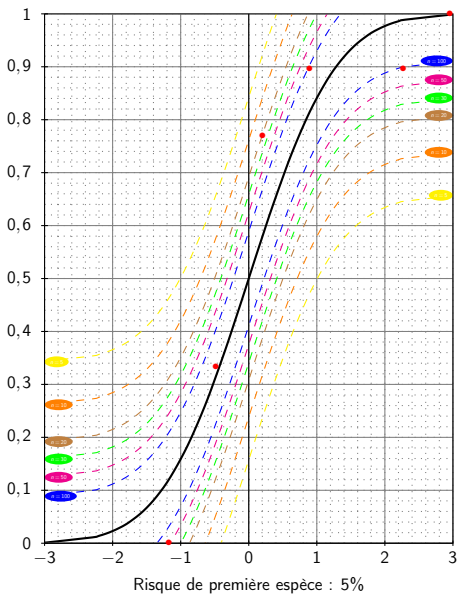
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



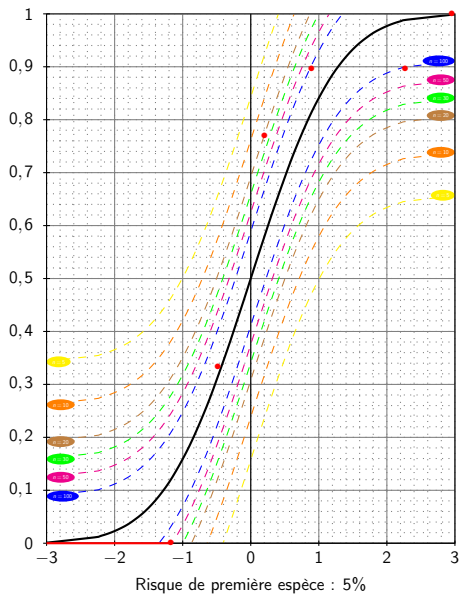
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



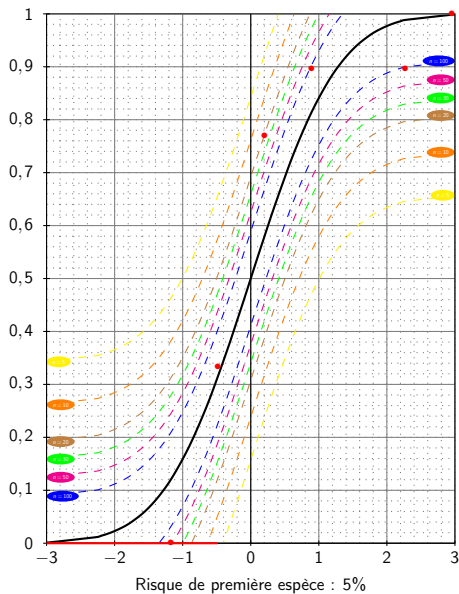
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



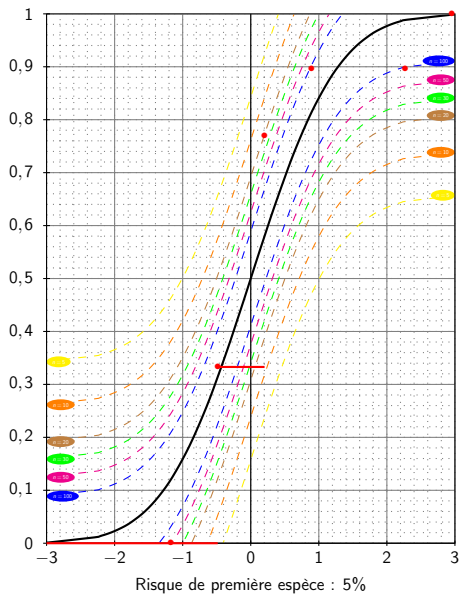
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



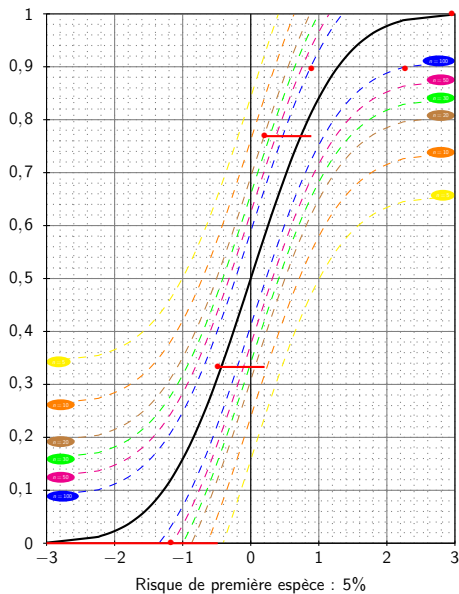
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



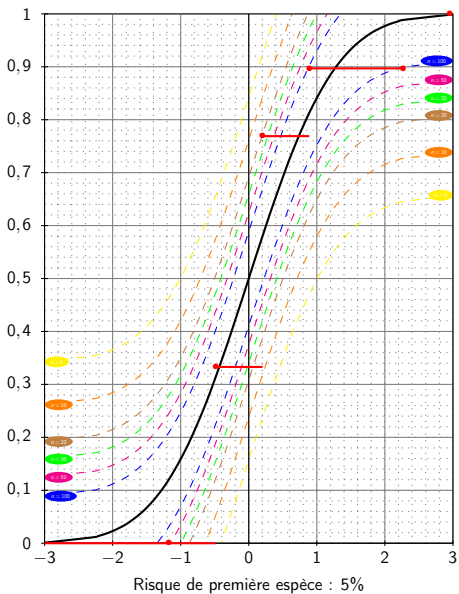
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



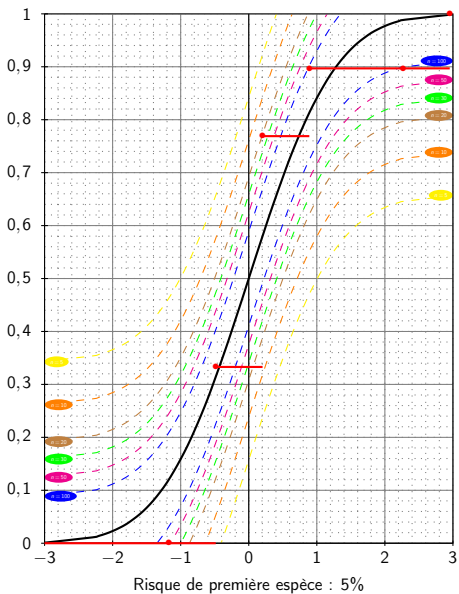
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



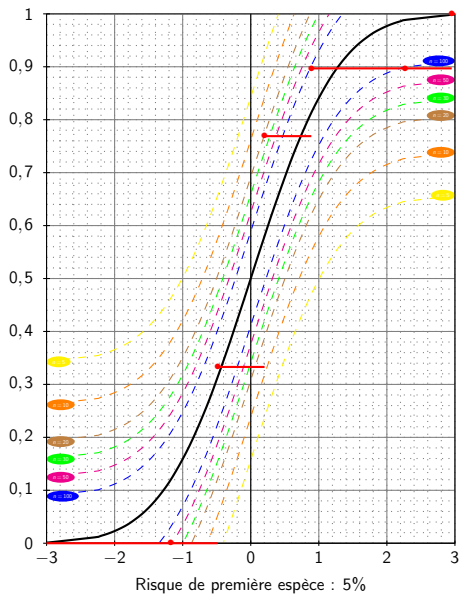
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\simeq 0,333$	30/39 $\simeq 0,769$	35/39 $\simeq 0,897$	35/39 $\simeq 0,897$	39/39 = 1



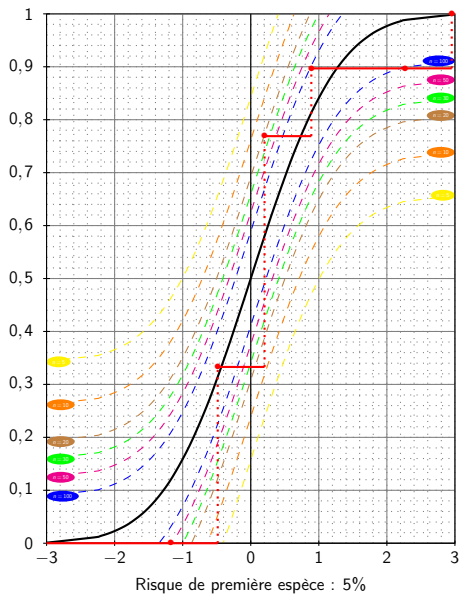
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



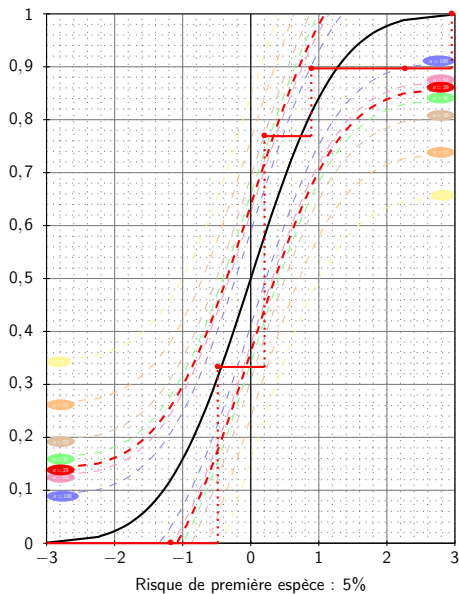
x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



x_i	5	8	11	14	20	23
x_i^*	-1,173	-0,485	0,203	0,890	2,266	2,953
F_i	0/39 = 0	13/39 $\approx 0,333$	30/39 $\approx 0,769$	35/39 $\approx 0,897$	35/39 $\approx 0,897$	39/39 = 1



La fonction de répartition de l'échantillon de taille $n = 39$ sort des courbes $n = 39$.

On rejette la normalité de la population.

