INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE DE BAYONNE
Département **G**estion des **E**ntreprises et des **A**dministrations

1ère ANNÉE

Année Universitaire 2004-2005

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

Groupe B (9 juin 2005)

Documents non autorisés

CALCULATRICE MODÈLE CASIO FC100

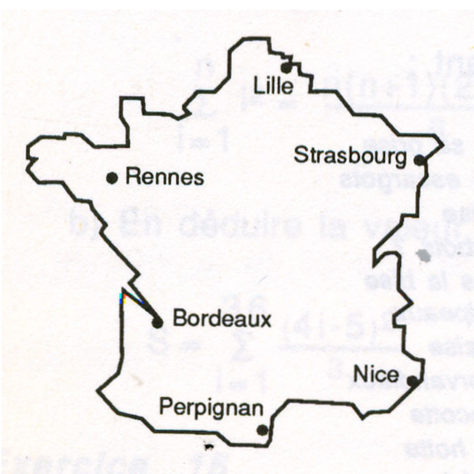
EXERCICE 1

1. Seize équipes de football participent à un championnat. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres deux fois (un match aller et un match retour). Combien y aura-t-il de matchs pendant ce championnat ?

2. Ces seize équipes participent maintenant à un tournoi. À chaque match, l'équipe perdante est éliminée. Combien y aura-t-il de matchs pendant ce tournoi ?

EXERCICE 2

Une compagnie aérienne doit desservir les six villes indiquées sur la carte, chacune d'elle étant reliée, sans escale, à chacune des autres.



Pour cela elle décide d'ouvrir un certain nombre de lignes aériennes ; chacune peut être représentée sur la carte par un segment reliant deux des six villes (Bordeaux-Rennes et Rennes-Bordeaux désignent la même ligne).

1. Combien de lignes la compagnie met-elle en service ?

2. Quel serait le nombre de lignes si la compagnie desservait :
- **a)** une ville supplémentaire ?
- **b)** douze villes au total ?

3. Pendant les mois d'été, la compagnie prévoit d'assurer 45 lignes. Combien de villes desservira-t-elle pendant cette période ?

EXERCICE 3

On considère la variable aléatoire X dont la densité de probabilité f est définie par

$$\begin{cases} f(x) = 0 \text{ si } x \in \left]-\infty\,;0\right[\\ f(x) = kx \text{ si } x \in [0\,;1] \\ f(x) = \dfrac{3k}{x^2} \text{ si } x \in \left]1\,;2\right] \\ f(x) = 0 \text{ si } x \in \left]2\,;+\infty\right[\end{cases}$$

1. Déterminer le nombre réel k et en déduire la fonction de répartition F de la variable aléatoire X.
2. Calculer $P(1 \leqslant X \leqslant 3)$.

EXERCICE 4

Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Une entreprise fabrique, en grande quantité, des pièces métalliques rectangulaires dont les cotés sont exprimés en millimètres.
Un contrôle de qualité consiste à vérifier que la longueur et la largeur des pièces sont conformes à la norme en vigueur.
Dans ce qui suit, tous les résultats approchés seront arrondis à 10^{-3}

Partie A

On note E l'événement: « une pièce prélevée au hasard dans le stock de l'entreprise est conforme ».
On suppose que la probabilité de l'événement E est 0,9.
On prélève au hasard 10 pièces dans le stock. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 pièces.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 pièces, associe le nombre de pièces conformes parmi ces 10 pièces.

1. Déterminer en la justifiant, la loi de probabilité de X.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, 8 pièces au moins soient conformes.

Partie B

Une partie des pièces de la production de l'entreprise est fabriquée par une machine automatique notée « machine 1 ».
Soient M et N les variables aléatoires qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans un lot très important fabriqué par la machine 1, associent respectivement sa longueur et sa largeur.
On suppose que M suit la loi normale de moyenne $m_l = 250$ et d'écart type $\sigma_1 = 1{,}94$.
On suppose que N suit la loi normale de moyenne $m_2 = 150$ et d'écart type $\sigma_2 = 1{,}52$.

1. Calculer la probabilité que la longueur d'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit comprise entre 246 et 254.
2. Déterminer le nombre h tel que $P(250-h) \leqslant M \leqslant 250 + h = 0{,}95$
3. Calculer la probabilité que la largeur d'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit comprise entre 147 et 153.
4. Une pièce est conforme si sa longueur est comprise entre 246 et 254 et si sa largeur est comprise entre 147 et 153.

On admet que les variables M et N sont indépendantes.
Montrer que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit conforme est 0,914

Partie C

Une autre machine automatique de l'entreprise, notée « machine 2 » fabrique également ces mêmes pièces en grande quantité.
On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée de la machine 1 soit conforme est $p_1 = 0{,}914$ et que la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée de la machine 2 soit conforme est $p_2 = 0{,}879$.
La machine 1 fournit 60 % de la production totale de ces pièces et la machine 2 le reste de cette production.
On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée.
Toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées.
On définit les événements suivants:
A : « la pièce provient de la machine 1 » ;
B : « la pièce provient de la machine 2 » ;
C : « la pièce est conforme ».
Calculer P(C).