INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE DE BAYONNE
Département **G**estion des **E**ntreprises et des **A**dministrations

1ère ANNÉE

Année Universitaire 2003-2004

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

Groupe B (10 juin 2004)

Documents non autorisés

CALCULATRICE MODÈLE CASIO FC100

Exercice 1 :

Une remorque ne peut supporter plus de 490 tonnes. Les charges sont constituées de n pièces numérotées de 1 à n. On note Z_i la variable aléatoire prenant pour valeur la masse, en tonnes, de la pièce numérotée i.
On suppose que les variables aléatoires Z_i ($1 \leqslant i \leqslant n$) sont indépendantes et qu'elles suivent toutes la même loi normale de paramètres $m = 0{,}9$ et $\sigma = 0{,}05$.

On note $T_n = \sum_{i=1}^{n} Z_i = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n$ la variable aléatoire donnant la masse totale, exprimée en tonnes de n pièces.

1. Préciser la loi de T_n. Quels en sont les paramètres ?
2. Quelle est la probabilité d'être en surcharge si on met 544 pièces dans la remorque ?

Exercice 2 :

Une carrière fournit des dalles de pierre à agrafer en façade. Les dalles existent en deux formats et en deux sortes de pierre :

Formats : - carrés de côté 40 cm représentant 35 % du stock.
- rectangulaires de 40 cm x 30 cm représentant 65 % du stock.

Pierre : - comblanchien pour 70 % des carrés.
- remiremont pour 40 % des rectangulaires.

Les dalles sont livrées en palettes, recouvertes d'un film opaque et laissées sous la pluie. À la longue, la référence s'est effacée.

1. Quelle est la probabilité qu'une palette, prise au hasard dans le stock, contienne :
   a) des dalles carrées de comblanchien ?
   b) des dalles rectangulaires de comblanchien ?
   c) des dalles de comblanchien quel que soit leur format ?

2. En déchirant le plastique d'une palette, le comblanchien apparaît. Quelle est la probabilité que les dalles de cette palette soient carrées ? *On arrondira le résultat à 10^{-4}*.

Exercice 3 :

Partie A

Un joueur dispose de deux dés équilibrés :

d) un dé D_1 normal comportant les faces numérotées de 1 à 6
e) un dé D_2 comportant deux faces numérotées 1, une face numérotée 2 et trois faces numérotées 6.

On notera : - D_1 l'événement : « le joueur prend le dé D_1 »
- D_2 l'événement : « le joueur prend le dé D_2 »
- E l'événement : « le joueur obtient 6 ».

Le joueur choisit au hasard un dé et le lance.

1. Déterminer les probabilités $P(E/D_1)$ et $P(E/D_2)$.

2. Déterminer P(E).

3. Le joueur obtient un 6. Quelle est la probabilité que cela soit avec le dé D_1 ?

Partie B

Le joueur dispose maintenant d'un dé cubique équilibré. Le dé a trois faces rouges, une face orange et deux faces vertes.

Le joueur lance le dé une fois. La règle du jeu est la suivante :

Il mise 10 €.

- si la face est rouge, il ne reçoit rien.
- si la face est orange, il reçoit 10 €.
- si la face est verte, il reçoit 20 €.

On appelle gain algébrique du joueur la différence entre ce qu'il reçoit et ce qu'il mise. On désigne par X la variable aléatoire égale au gain algébrique.

1. **a)** Quelles valeurs X peut-elle prendre ?

b) Donner la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

2. Le joueur effectue n lancers successifs <u>indépendants</u> ($n \geqslant 2$). On admet que la probabilité de gain positif est de 1/3 à chaque lancer.

a) Quelle est, en fonction de n, la probabilité que le joueur n'obtienne aucun gain positif ?

b) Quelle est, en fonction de n, la probabilité P_n que le joueur obtienne au moins une fois un gain positif ?

c) Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $P_n \geqslant 0,99$.

<u>Exercice 4 :</u>

Une entreprise de matériel pour l'industrie produit des modules constitués de deux types de pièces : P_1 et P_2.

1. On note A l'événement : « une pièce P_1 choisie au hasard dans la production des pièces P_1 est défectueuse ».
On note de même B l'événement : « une pièce P_2 choisie au hasard dons la production des pièces P_2 est défectueuse ».

On admet que les probabilités des événements A et B sont P(A) = 0,03 et P(B) = 0,07 et on suppose que ces deux événements sont indépendants.

Un module étant choisi au hasard dans la production, calculer, à 10^{-4} près, la probabilité de chacun des événements suivants :

E_1 : « les deux pièces du module sont défectueuses ».

E_2 : « au moins une des deux pièces du module est défectueuse ».

E_3 : « aucune des deux pièces constituant le module n'est défectueuse ».

2. Dans un important stock de ces modules, on prélève au hasard 10 modules pour vérification. Le stock est assez important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 modules.

On considère la variable aléatoire *X* qui, à tout prélèvement de 10 modules, associe le nombre de modules réalisant l'événement E_3 défini à la question **2.**

On suppose que la probabilité de l'événement E_3 est 0,902.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire *X* .

b) Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que, dans un tel prélèvement, 9 modules au moins réalisent l'événement E_3.

<u>Exercice 5 :</u>

Une entreprise conditionne et commercialise du sel fin fluoré en sachets. La fermeture des sachets est automatisée, mais le mécanisme est parfois défectueux. On sait que la variable aléatoire X mesurant le nombre de pannes au cours d'une année d'utilisation, suit une loi de Poisson de paramètre λ. Par ailleurs, on a remarqué que les événements « X = 1 » et « X = 2 » ont la même probabilité.

1. Montrer que le paramètre de cette loi est 2.

2. Calculer la probabilité que le nombre de pannes dans l'année soit supérieur ou égal à 6.