INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE DE BAYONNE
Département **G**estion des **E**ntreprises et des **A**dministrations

1ère ANNÉE

Année Universitaire 2005-2006

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

Groupe A (12 janvier 2006)

Documents non autorisés

CALCULATRICE MODÈLE CASIO FC100V

Exercice 1 :

Alfred doit acheter au moins 300 litres d'Armagnac, 100 litres de Cognac et 40 litres de Calvados. Il s'adresse à deux grossistes Georges et Henri qui lui proposent les lots suivants :
Pour 700 €, Georges propose 10 litres d'Armagnac, 2 litres de Cognac et 1 litre de Calvados.
Pour 1000 €, Henri propose 5 litres d'Armagnac, 5 litres de Cognac et 1 litre de Calvados.
Quelles quantités Alfred doit-il acheter chez Georges et chez Henri ? Écrire le système de programmation linéaire faisant apparaître les contraintes et le coût à optimiser, sans le résoudre.

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $2u_{n+1} = u_n + 1$; $u_0 = 4$.
On lui associe la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 1$.

1. Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique. En déterminer la raison et le premier terme.

b) En déduire l'expression de v_n, puis celle de u_n en fonction de *n*.

c) On pose $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_n$ et $T_n = \sum_{k=0}^{k=n} v_k = v_0 + v_1 + ... + v_n$. Exprimer T_n puis S_n en fonction de *n*.

Exercice 3 :

On considère les deux matrices carrées d'ordre 2 : A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et I = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Calculer B = 2I – A puis les produits AB et BA.

Exercice 4 :

Partie A

Soit *f* la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln(x)$

(*On rappelle que ln désigne la fonction logarithme népérien*).

On désigne par ($\mathcal{C}$) la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormal (O ; $\overrightarrow{i}$; $\overrightarrow{j}$) (unité graphique : 2cm).

On admettra que la limite de $x\ln(x)$ lorsque *x* tend vers 0 par valeurs supérieures est 0.

1. Étudier les variations de *f*.

2. Déterminer les limites de *f* aux bornes de son intervalle de définition.

3. Soit *g* la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $g(x)=f(x)-x$

Soit *(D)* la droite d'équation $y=x$.

- **a)** Calculer $g(1)$.
- **b)** Étudier les variations de la fonction *g*. En déduire le signe de $g(x)$ quand *x* décrit $]0\ ;+\infty[$.
- **c)** Interpréter pour ($\mathcal{C}$) et *(D)*, les résultats du **b)**.

4. Compléter le tableau de valeurs suivant. On donnera des valeurs approchées à 10^{-2}.

x	2	e	3	4
$f(x)$				

5. Tracer *(D)* et ($\mathcal{C}$).

Partie B

Soit *(E)* le domaine limité par la courbe ($\mathcal{C}$), la droite *(D)* et les droites d'équation $x=1$ et $x=e$.

1. Soit *h* la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $h(x)=x(\ln(x)-1)$. Vérifier que *h* est une primitive de la fonction logarithme népérien.

2. Calculer, en cm², l'aire du domaine *(E)*. (On donnera la valeur exacte).