

## **Exemple**

### **Observation des états de la machine « arc en ciel »**

Vous observez la machine « arc en ciel » dont les états possibles sont modélisés par 4 couleurs :

- Rouge (fonctionnement normal)
- Vert (arrêt dû à une rupture d'approvisionnement en matières premières)
- Bleu (arrêt dû à un engorgement des postes desservis par cette machine)
- Jaune (arrêt dû à des pannes)

La durée d'une journée de travail de la machine est de 400 secondes.

On désire connaître avec un niveau de confiance de 95% et une marge d'erreur de +/- 8% la proportion de chacun des états cités ci-dessus. Vous disposez de 15 jours d'observations.

#### **1) Estimer les proportions des états**

Réaliser une pré-étude car aucune donnée n'est disponible. Elle va se dérouler sous forme de visionnage d'un film de 60 secondes et une observation continue pendant ce temps. (On aurait pu aussi demander à l'opérateur de réaliser un auto-pointage pendant une journée).

Pour cela, visionner le film 1 « arc en ciel » (durée 1 minutes)



A l'issue de cette pré-étude, voici les résultats :

<b>Etat</b>	<b>Durée (secondes)</b>	<b>Proportion</b>
ROUGE	35	58 %
VERT	10	17 %
BLEU	5	8 %
JAUNE	10	17 %

## 2) Déterminer le nombre d'observations nécessaires

D'après l'énoncé, pour un niveau de confiance de 95%, les 4 états doivent avoir une marge d'erreur maximale de 8%.

Calcul pour l'état ROUGE :

$$D'après la relation  $n = 1,96^2 * \frac{p * (1 - p)}{E^2} = 1,96^2 * \frac{0,58 * (1 - 0,58)}{0,08^2} = 147$$$

Etat	Nombre d'observations
ROUGE	147
VERT	85
BLEU	45
JAUNE	85

Le cas le plus défavorable est l'état ROUGE.  
On réalisera donc 147 observations.

Une rapide vérification montre que l'utilisation de la formule est possible (approximation de la loi binomiale par la loi normale) :

$n * p \geq 5$  ce qui se vérifie par  $12 \geq 5$  ( $12 = 147 * 8\%$ )

et  $n * (1 - p) \geq 5$  ce qui est également vérifié par  $62 \geq 5$  ( $62 = 147 * (1 - 8\%)$ ).

## 3) Vérifier que la disponibilité de l'observateur est suffisante

Il faut pour cela déterminer le délai d'observation D qui comprend le temps de se rendre sur place, d'observer (une machine à l'arrêt ne donne pas toujours la cause de l'arrêt !), de reporter l'observation sur papier et de revenir à son lieu initial.

Dans notre cas présent, nous avons chronométré le parcours d'observation et trouvé D = 10 secondes.

La préparation des feuilles de relevés et l'exploitation des résultats sont réalisés en dehors du temps de 400 secondes de travail quotidien de la machine arc en ciel.

On souhaite réaliser 10 observations quotidiennes pour finir l'étude en 15 jours.

Cela entraîne une occupation de l'observateur de 100 secondes réparties de manière aléatoire par tranche de 10 secondes pendant les 400 secondes de fonctionnement de la machine.

L'observateur accepte cette contrainte.

#### 4) Déterminer les plannings d'observations pour la première journée

Une journée = 400 secondes. La durée d'une observation est de 10 secondes.

Voici la méthode utilisée par le bureau international du travail (BIT) :

La journée est découpée en intervalles. Chaque intervalle correspond à une observation possible. La table de nombre au hasard fournit le numéro de l'intervalle retenu pour réaliser une observation.

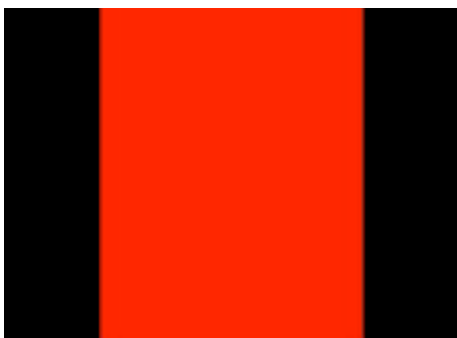
Dans notre exemple, nous avons une journée de 400 secondes pour des observations de 10 secondes, soient 40 intervalles possibles. On retient dans la table tout nombre compris entre 1 et 40.

On choisit cette fois, pour la lecture de la table, un pas de lecture de 2 en prenant comme point d'entrée le nombre en haut à gauche et en lisant horizontalement de gauche à droite.

Les nombres retenus pour les 10 observations de la journée sont en rouge. Les nombres noirs en gras correspondent aux nombres non retenus.

**02** 22 **85** 19 **48** 74 **55** 24 **89** 69 **15** 53 **00** 20 **88** 48 **95** 08  
**85** 76 **34** 51 **40** 44 **62** 93 **65** 99 **72** 64 **09** 34 **01** 13 **09** 74  
**00** 88 **96** 79 **38** 24 **77** 00 **70** 91 **47** 43 **43** 82 **71** 67 **49** 90  
**64** 29 **81** 85 **50** 47 **36** 50 **91** 19 **09** 15 **98** 75 **60** 58 **33** 15  
**94** 03 **80** 04 **21** 49 54 91 77 85 00 45 68 23 12 94 23 44  
42 28 52 73 06 41 37 47 47 31 52 99 89 82 22 81 86 55  
09 27 52 72 49 11 30 93 33 29 54 17 54 48 47 42 04 79  
54 68 64 07 85 32 05 96 54 79 57 43 96 97 30 72 12 19  
25 04 92 29 71 11 64 10 42 23 23 67 01 19 20 58 35 93  
28 58 32 91 95 28 42 36 98 59 66 32 15 51 46 63 57 10  
64 35 04 62 24 87 44 85 45 68 41 66 19 17 13 09 63 37  
61 05 55 88 25 01 15 77 12 90 69 34 36 93 52 39 36 23  
98 93 18 93 86 98 99 04 75 28 30 05 12 09 57 35 90 15

Pour faire les observations, visionner les 400 premières secondes du film 2 « arc en ciel ».



Voici la table avec les horaires triés de façon croissante et les résultats d'observation tirés du film :

<b>période</b>	<b>Horaire (secondes)</b>	<b>Etat : couleur</b>
01	10	R
02	20	R
09	90	R
15	150	J
21	210	R
33	330	R
34	340	R
36	360	R
38	380	R
40	400	J

### 5) Faire un bilan intermédiaire à l'issue de cette première journée

Voici les résultats obtenus pour cette journée d'observation :

<b>Etat</b>	<b>Nombre d'occurrences</b>	<b>Pourcentage total</b>
ROUGE	8	80 %
VERT	0	0 %
BLEU	0	0 %
JAUNE	2	20 %

Il faut calculer la marge d'erreur de chaque état pour 10 observations avec un niveau de confiance de 95%.

Soit pour l'état rouge :

$$E = \sqrt{\frac{z^2 * p_{obs} * (1 - p_{obs})}{n}} = \sqrt{\frac{1.96^2 * (1 - 0.70) * 0.70}{10}} = 28\%$$

<b>Etat</b>	<b>Pourcentage total</b>	<b>Marge d'erreur E</b>
ROUGE	80 %	25 %
VERT	0 %	
BLEU	0 %	
JAUNE	20 %	25 %

Toutes ces marges d'erreur sont supérieures à la valeur objectif de 8%.

Il faut donc continuer les observations.