ELECTRICITE

Analyse des signaux et des circuits électriques

Michel Piou

Chapitre 12
La puissance en triphasé et sa mesure.

Edition 20/09/2010

numéro d'enregistrement de <Document Libre> : DL-001051-04-12.01.00

Table des matières

Temps de travail estimé pour un apprentissage de ce chapitre en autonomie : 7 heures

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

1 POURQUOI ET COMMENT ?

L'énergie électrique distribuée en triphasé concerne principalement les entreprises. Les puissances mises en jeu sont parfois considérables, avec des conséquences économiques importantes. Les choix des appareillages électriques ainsi que la mesure des performances de ceux-ci nécessite une bonne connaissance de la notion de puissance et des méthodes de mesure qui s'y rapportent.

Prérequis :
Connaissance du chapitre 10 « Energie et puissance électrique » et du chapitre 11 « Tensions et courants dans les lignes triphasées. Montages étoile et triangle ».

Objectifs :
Le calcul et la mesure des puissances en triphasé.

Méthode de travail :
Nous allons établir quelques formules et surtout présenter l'utilisation du **théorème de Boucherot** dans le contexte du triphasé alternatif sinusoïdal équilibré. Il conviendra d'apprendre très précisément cette méthode du théorème de Boucherot.
Ce chapitre présente également un certain nombre de montages de wattmètres et varmètres. Ces montages sont présentés de façon qu'on puisse s'y référer en cas de besoin, mais il ne semble pas nécessaire de les mémoriser.

Travail en autonomie :
Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

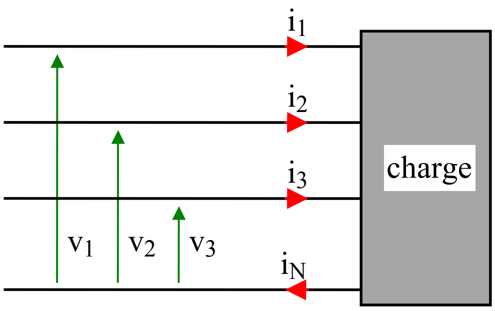
Corrigés en ligne :
Pour permettre une vérification autonome des exercices, consulter « Baselecpro »
(chercher « baselecpro accueil » sur Internet avec un moteur de recherche)

LA PUISSANCE EN TRIPHASE ET SA MESURE

2 PUISSANCE DANS UNE LIGNE TRIPHASEE

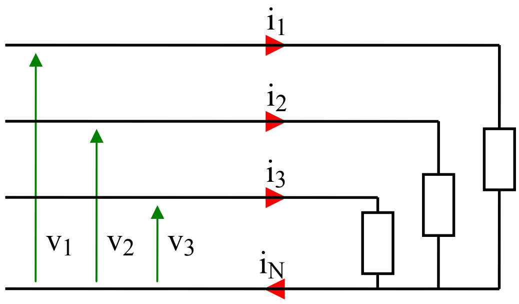
2.1 Puissance active dans le cas le plus général

Le "triphasé" alternatif sinusoïdal sera traité plus en détail au paragraphe suivant. Ce paragraphe traite donc de la puissance dans une ligne de trois phases plus éventuellement un neutre, mais avec des **tensions et des courants quelconques périodiques de même période**. C'est une situation que l'on rencontre souvent par exemple dans les onduleurs triphasés ou les ponts redresseurs triphasés.



Cette ligne triphasée est soumise à des tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$, et elle est parcourue par des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ et $i_N(t)$ qu'elle délivre à une charge quelconque.

Il est toujours possible de simuler le comportement de cette charge par trois dipôles montés en étoile qui pour les mêmes tensions engendreront les mêmes courants.



La loi de conservation de l'énergie précise que la **puissance instantanée** totale consommée par la charge est la somme des puissances instantanées consommées par chaque élément :

$$\boxed{p(t) = v_1(t).i_1(t) + v_2(t).i_2(t) + v_3(t).i_3(t)}$$

Lorsque les signaux sont de même période, la valeur moyenne de la somme est la somme des valeurs moyennes, donc : **puissance active** (ou puissance moyenne) transportée par une ligne triphasée s'exprime par la relation générale:

$$\boxed{P = \left(v_1(t).i_1(t)\right)_{moy} + \left(v_2(t).i_2(t)\right)_{moy} + \left(v_3(t).i_3(t)\right)_{moy}}$$

2.2 Puissance apparente et facteur de puissance en régime triphasé équilibré en tensions et courants.

* Si les tensions et les courants sont triphasés équilibrés (mais pas nécessairement « alternatifs sinusoïdaux »), la **puissance apparente** se définie par $\boxed{S = 3.V_{eff}.I_{eff}}$

Son unité est le Volt-Ampère (VA).

Elle caractérise grossièrement le **coût d'une transmission de puissance électrique dans une ligne triphasée**.

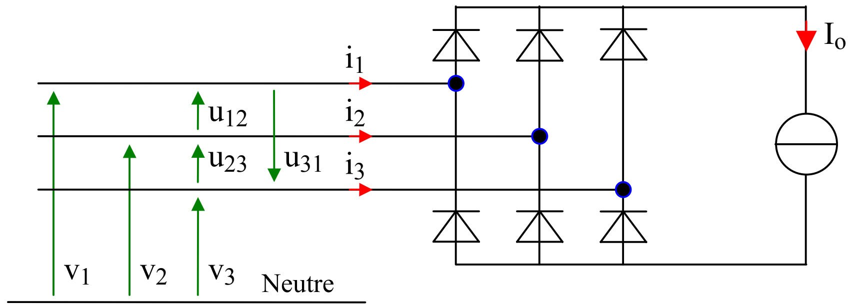
En effet V_{eff} détermine la qualité des isolants et le nombre de spires des bobinages des trois phases des transformateurs et des moteurs. I_{eff} détermine la section minimum des conducteurs (qui doivent transporter le courant sans échauffement excessif) ainsi que les pertes Joule dans les lignes électriques.

* Le **facteur de puissance** est un critère simple pour évaluer grossièrement la qualité (sous l'angle économique) d'une transmission de puissance électrique lorsque les tensions et les courants sont triphasés équilibrés (mais pas nécessairement « alternatifs sinusoïdaux »).

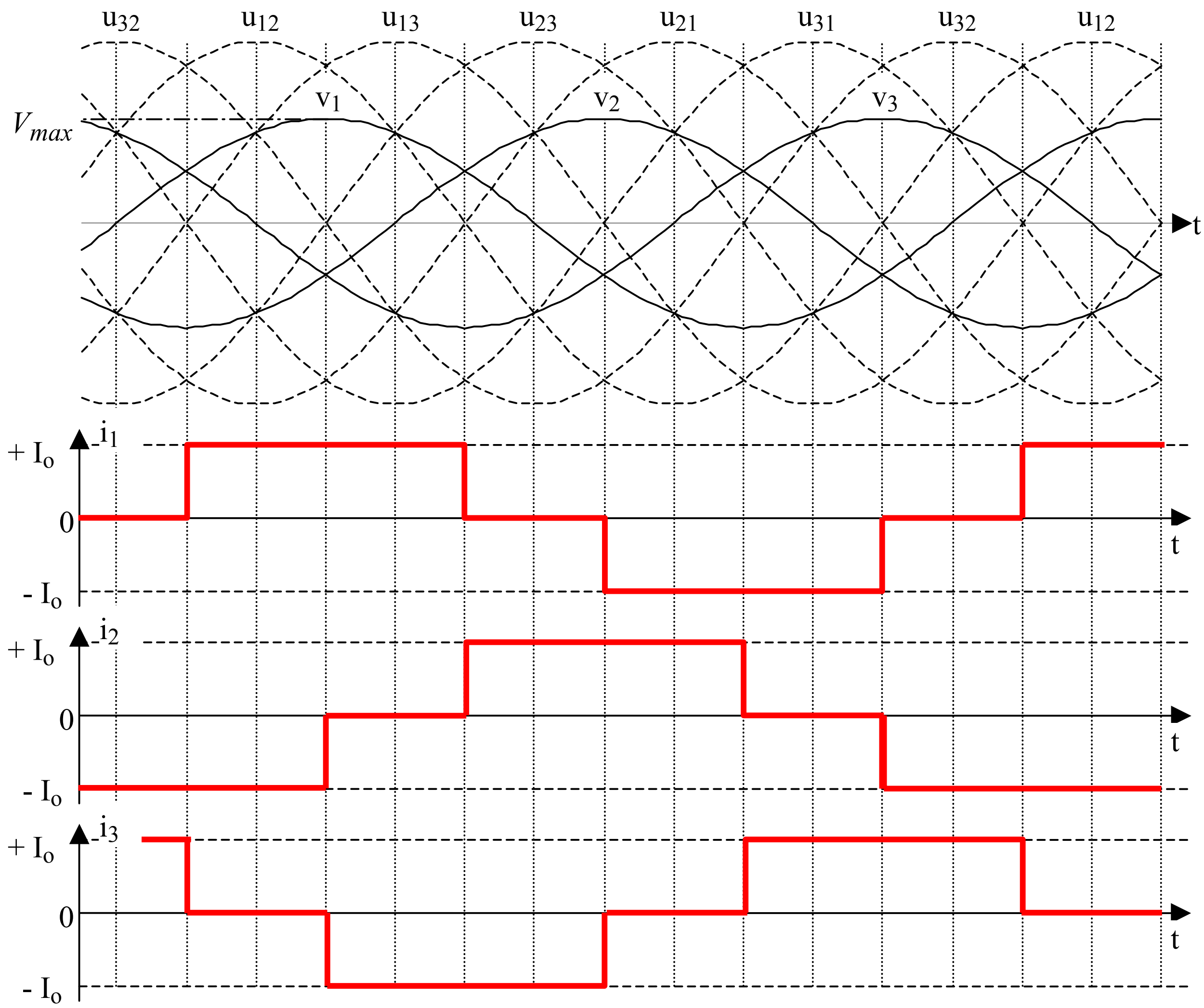
Il se définit par $\boxed{k = \frac{P}{S}}$. C'est, en quelque sorte, un rapport qualité/prix.

Le facteur de puissance est toujours inférieur ou égal à 1 *(sans démonstration)*.

* Exemple des tensions et des courants en entrée d'un pont redresseur à 6 diodes débitant un courant constant *(Ne nécessite aucune connaissance des ponts redresseurs)*:



Dans la ligne d'alimentation du montage, les tensions sont alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées ; les courants sont triphasés équilibrés, mais pas sinusoïdaux :



La puissance transportée par la ligne triphasée s'exprime par la relation :

$$P = \left(v_1(t).i_1(t)\right)_{moy} + \left(v_2(t).i_2(t)\right)_{moy} + \left(v_3(t).i_3(t)\right)_{moy} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}.V_{max}.I_o$$

Calculer le facteur de puissance de la ligne triphasée. *(Réponse 1:)*

2.3 Puissances active en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants

2.3.1 Si les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence :

La puissance active dans un dipôle s'exprime par: $(v_1.i_1)_{moy} = V_{1eff}.I_{1eff}.cos(\vec{I}_1,\vec{V}_1)$. (De même pour les phases 2 et 3).

La puissance active totale est donc:
$$P = V_{1eff}.I_{1eff}.cos(\vec{I}_1,\vec{V}_1) + V_{2eff}.I_{2eff}.cos(\vec{I}_2,\vec{V}_2) + V_{3eff}.I_{3eff}.cos(\vec{I}_3,\vec{V}_3)$$

2.3.2 En régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants:

$$V_{1eff} = V_{2eff} = V_{3eff} = V \quad , I_{1eff} = I_{2eff} = I_{3eff} = I \quad , (\vec{I}_1,\vec{V}_1) = (\vec{I}_2,\vec{V}_2) = (\vec{I}_3,\vec{V}_3) = \varphi$$

On en déduit: $\boxed{P = 3.V_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)}$

Sachant que la tension entre phases $U_{eff} = V_{eff}.\sqrt{3}$, on peut aussi écrire:

$$\boxed{P = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)}$$

Avec « φ » : déphasage d'une tension simple par rapport au courant de ligne de même numéro.

2.4 Puissances réactive en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants

2.4.1 Si les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence :

Comme en alternatif sinusoïdal monophasé, la notion de puissance réactive est un outil de calcul pour déterminer le facteur de puissance ou pour bénéficier du théorème de Boucherot.
Si les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence, on peut définir la puissance réactive dans le dipôle relié à la phase 1 (au paragraphe 1.1) par: $V_{1eff}.I_{1eff}.sin(\vec{I}_1,\vec{V}_1)$. (De même pour les phases 2 et 3).

En utilisant le théorème de Boucherot, on en déduit la puissance réactive totale:
$$Q = V_{1eff}.I_{1eff}.sin(\vec{I}_1,\vec{V}_1) + V_{2eff}.I_{2eff}.sin(\vec{I}_2,\vec{V}_2) + V_{3eff}.I_{3eff}.sin(\vec{I}_3,\vec{V}_3)$$

2.4.2 En régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants:

$$V_{1eff} = V_{2eff} = V_{3eff} = V \quad , I_{1eff} = I_{2eff} = I_{3eff} = I \quad , \left(\vec{I}_1, \vec{V}_1\right) = \left(\vec{I}_2, \vec{V}_2\right) = \left(\vec{I}_3, \vec{V}_3\right) = \varphi$$

On en déduit: $\boxed{Q = 3.V_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)}$

Sachant que la tension entre phases $U_{eff} = V_{eff}.\sqrt{3}$, on peut aussi écrire:

$$\boxed{Q = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)}$$

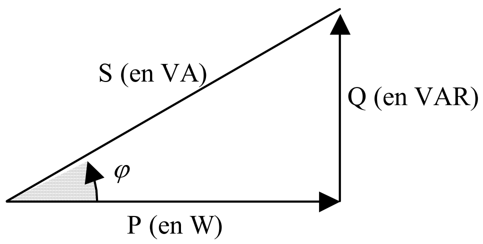
2.5 Facteur de puissance en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants.

$$k = \frac{P}{S} = \frac{3.V_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)}{3.V_{eff}.I_{eff}} = cos(\varphi)$$

mais ce n'est qu'un cas particulier…

2.6 Le triangle des puissances

Voici une façon simple de représenter (et de mémoriser) les relations entre P, Q et S **en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et en courants**:



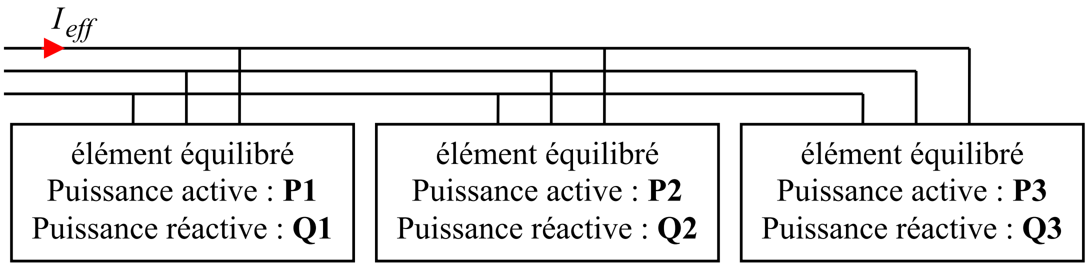
Rappeler les expressions de P, Q et S. (Réponse 2:)

On en déduit : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ et $\varphi = arctg\left(\frac{Q}{P}\right)$

2.7 Utilisation du théorème de Boucherot en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants

2.7.1 Calcul de la puissance apparente et du courant consommés par la ligne

Voici l'exemple d'une ligne en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tension chargée par trois éléments qui prélèvent des courants triphasés alternatifs sinusoïdaux équilibrés,



- D'après le **théorème de Boucherot** :
  - La puissance active prélevée sur la ligne est la somme (algébrique) des puissances actives consommées par chacun des éléments : $P_{Total} = \sum P_{élément}$
  - La puissance réactive prélevée sur la ligne est la somme (algébrique) des puissances réactives consommées par chacun des éléments: $Q_{Total} = \sum Q_{élément}$. (1)

- Si on présente le bilan des puissances sous forme d'un tableau :

élément	Puissance active	Puissance réactive
élément N°1	P_1	Q_1
élément N°2	P_2	Q_2
élément N°3	P_3	Q_3
Total	$P_{Total} = P_1 + P_2 + P_3$	$Q_{Total} = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Attention : Les puissances actives s'additionnent algébriquement, les puissances réactives s'additionnent algébriquement,
MAIS PAS LES PUISSANCES APPARENTES.

- En triphasé équilibré en tensions et courants, la puissance apparente se définit par $S = 3.V_{eff}.I_{eff} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}$. Ce qui en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants devient: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

On en déduit: $S_{Total} = \sqrt{(P_{Total})^2 + (Q_{Total})^2} = \sqrt{(P_1 + P_2 + P_3)^2 + (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2}$

On sait également que $S_{Total} = 3.V_{eff}.I_{eff} = \sqrt{3}.U_{eff}.I_{eff}$.

- Connaissant la tension d'alimentation phase/neutre (V_{eff}) ou entre phases (U_{eff}) et la puissance apparente de la ligne (S_{Total}), on en déduit facilement le courant de ligne :

(1) Voir le théorème de Boucherot au chapitre X.

$$I_{eff} = \frac{S_{Total}}{3.V_{eff}} = \frac{S_{Total}}{\sqrt{3}.U_{eff}}.$$

(Cette démarche est généralisable à un nombre quelconque d'éléments)

Lorsque les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés, le théorème de Boucherot permet d'obtenir rapidement la puissance apparente de la ligne.
On peut en déduire la valeur du courant de ligne.

2.7.2 Calcul du facteur de puissance de la ligne

En triphasé équilibré, le facteur de puissance se défini par $\boxed{k = \frac{P}{3.V_{eff}.I_{eff}} = \frac{P}{S}}$.

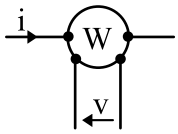
En régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants: $k = \frac{3.V_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)}{3.V_{eff}.I_{eff}} = cos(\varphi)$

Le facteur de puissance de la ligne est donc $k_{\text{ligne}} = \frac{P_{\text{Total}}}{S_{\text{Total}}} = \frac{\sum P_{\text{élément}}}{3.V_{eff}.I_{eff}} = cos(\varphi)_{\text{ligne}}$.

Lorsque les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés, le théorème de Boucherot permet d'obtenir rapidement le facteur de puissance de la ligne.

2.8 Les montages de wattmètres et de varmètres

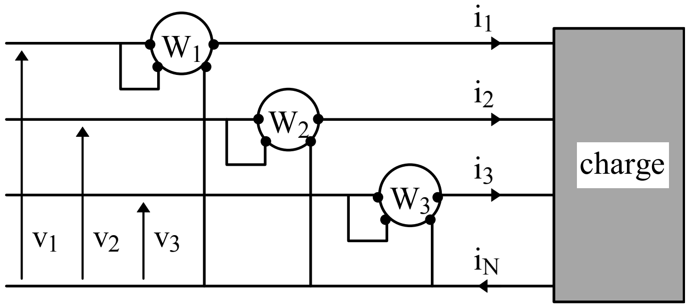
2.8.1 Rappel: indication d'un wattmètre



- En régime périodique, le wattmètre indique $\left(v(t).i(t)\right)_{moy}$.
- En régime alternatif sinusoïdal, le wattmètre indique:

$\left(v(t).i(t)\right)_{moy} = V_{eff}.I_{eff}.cos\left(\vec{I},\vec{V}\right) = \vec{I}.\vec{V} = \mathrm{R}\left(\underline{V}.\underline{I}^*\right)$ à condition de prendre la valeur efficace pour module des vecteurs de Fresnel et des complexes.

2.8.2 Mesure de la puissance active dans le cas le plus général



Soit une ligne triphasée soumise à des tensions et des courants quelconques périodiques de même période.

La puissance active véhiculée par cette ligne s'exprime par la relation générale:
$P = \left(v_1.i_1\right)_{moy} + \left(v_2.i_2\right)_{moy} + \left(v_3.i_3\right)_{moy}$

Il faut donc <u>trois wattmètres</u> pour mesurer la puissance active transmise par cette ligne triphasée.

P = indication de W_1 + indication de W_2 + indication de W_3.

2.8.3 Mesure de la puissance active dans le cas particulier où le neutre n'est pas relié:

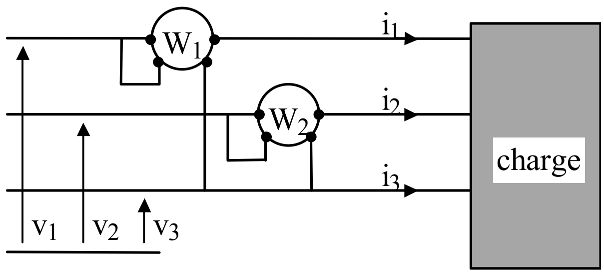
Si les signaux sont de <u>même fréquence</u>, la valeur moyenne d'une somme est la somme des valeurs moyennes. La valeur moyenne de la puissance instantanée totale est donc:

$$P = \left(v_1.i_1\right)_{moy} + \left(v_2.i_2\right)_{moy} + \left(v_3.i_3\right)_{moy} = \left(v_1.i_1 + v_2.i_2 + v_3.i_3\right)_{moy}$$

$$\Leftrightarrow P = \left[\left(v_1 - v_3\right).i_1 + \left(v_2 - v_3\right).i_2 + v_3.\left(i_1 + i_2 + i_3\right)\right]_{moy}$$

Si le neutre n'est pas relié ou si le courant qui le traverse est nul: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

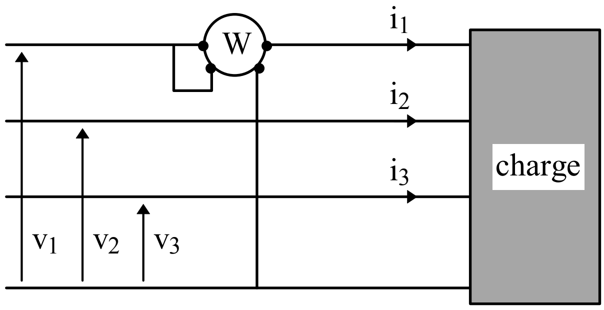
$$\Rightarrow P = \left[\left(v_1 - v_3\right).i_1 + \left(v_2 - v_3\right).i_2\right]_{moy} = \left[\left(v_1 - v_3\right).i_1\right]_{moy} + \left[\left(v_2 - v_3\right).i_2\right]_{moy}$$



Dans ce cas on peut donc mesurer la puissance active transmise par une ligne triphasée (équilibrée ou non, avec des signaux sinusoïdaux ou non) à l'aide de <u>deux wattmètres seulement</u>.

P = indication de W_1 + indication de W_2

2.8.4 Mesure de la puissance active dans le cas particulier où les tensions et les courants sont équilibrés *(mais pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)* :



Si les signaux sont équilibrés: (2)

$\Rightarrow (v_1.i_1)_{moy} = (v_2.i_2)_{moy} = (v_3.i_3)_{moy}$.

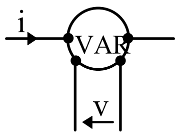
La puissance active est donc:

$P = 3.(v_1.i_1)_{moy}$

La puissance active transportée par la ligne triphasée peut dans ce cas être mesurée avec un seul Wattmètre.

P =3. indication de W.

2.8.5 Rappel: indication d'un varmètre



•En régime alternatif sinusoïdal, le varmètre indique:

$V_{eff}.I_{eff}.sin(\vec{I},\vec{V}) = \mathrm{Im}(\underline{V}.\underline{I}^*)$ (à condition de prendre la valeur efficace pour module des complexes).

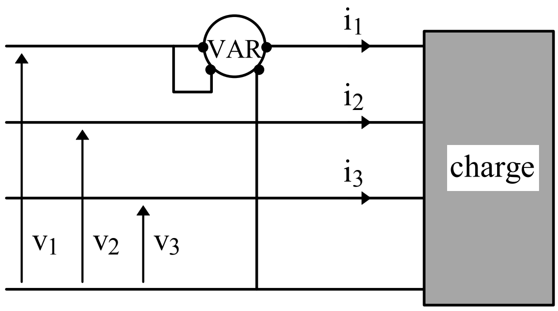
2.8.6 Mesure de la puissance réactive en régime alternatif sinusoïdal dans le cas particulier où les tensions et les courants sont équilibrés.

2.8.6.1 Mesure avec un varmètre

En régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants:

$Q = 3.V_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi) = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.sin(\varphi)$ en VAR

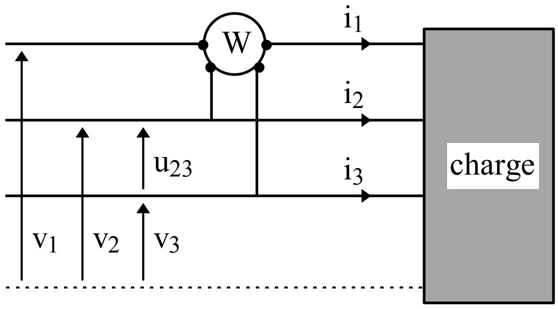
(avec $\varphi = (\vec{I}_1,\vec{V}_1) = (\vec{I}_2,\vec{V}_2) = (\vec{I}_3,\vec{V}_3)$)



La puissance réactive véhiculée par la ligne est égale à trois fois la valeur indiquée par le varmètre.

(2) Les trois tensions sont identiques à ceci près qu'elles sont décalées entre elles de plus ou moins $1/3$ de période. Il en est de même pour les courants.

2.8.6.2 Mesure avec un wattmètre



L'indication du wattmètre est:

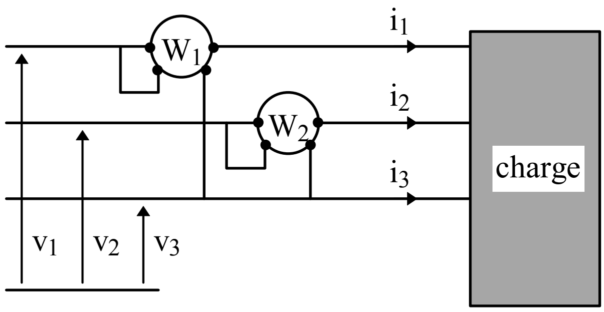
$$U_{23eff}.I_{1eff}.cos\left(\vec{I}_1,\vec{U}_{23}\right)$$

$$=U_{23eff}.I_{1eff}.cos\left[\left(\vec{I}_1,\vec{V}_1\right)+\left(\vec{V}_1,\vec{U}_{23}\right)\right]$$

$$=U_{23eff}.I_{1eff}.cos\left[\left(\vec{I}_1,\vec{V}_1\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

$$=U_{23eff}.I_{1eff}.sin\left(\vec{I}_1,\vec{V}_1\right)=U_{eff}.I_{eff}.sin\,\varphi=\frac{Q}{\sqrt{3}}$$

2.8.6.3 Mesure avec deux wattmètres



Ce montage déjà utilisé pour mesurer la puissance active lorsque le neutre n'est pas relié, permet également de mesurer la puissance réactive lorsque la ligne est en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants.

Dans l'hypothèse d'un système direct, (indication de W_1 - indication de W_2) est égal à:

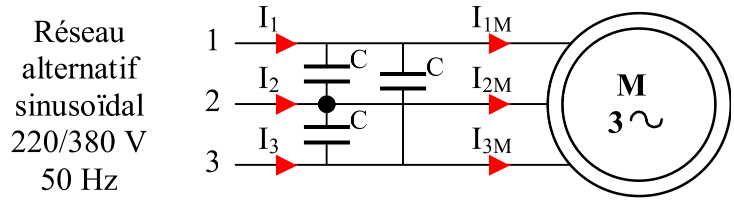
$$U_{13eff}.I_{1eff}.cos\left(\vec{I}_1,\vec{U}_{13}\right)-U_{23eff}.I_{2eff}.cos\left(\vec{I}_2,\vec{U}_{23}\right)=U_{eff}.I_{eff}.\left[cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)-cos\left(\varphi+\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$=U_{eff}.I_{eff}.2.sin(\varphi).sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)=\frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Cette méthode est appelée « méthode du double wattmètre ».

3 EXERCICES SUR LE TRIPHASE

Chap 12. Exercice 1 : Charge équilibrée sur un réseau triphasé équilibré 1.



Dans le montage ci-dessus, le moteur triphasé se comporte en charge équilibrée inductive. Il restitue sur son arbre une puissance mécanique utile Pu = 15 kW. Son rendement est $\eta = 78\%$ ([3]), et son facteur de puissance a pour valeur : $cos(\varphi) = 0,82$.
Les condensateurs C ont une capacité de $100\ \mu F$.

a) Calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente du moteur. En déduire la valeur efficace de son courant en ligne I_M .

b) Calculer la puissance réactive Q_C mise en jeu dans l'ensemble des trois condensateurs.

c) En appliquant la méthode du théorème de Boucherot, calculer le facteur de puissance global de l'installation (moteur + condensateurs), et la valeur efficace du courant en ligne I. Conclure sur l'intérêt des condensateurs.

Chap 12. Exercice 2 : Plaque signalétique d'un moteur électrique.

La plaque signalétique ([4]) d'un moteur électrique triphasé porte les indications suivantes:

230/400 V ([5]). 50 Hz, Puissance mécanique utile: 4 kW. Courant 14 A / 8 A. cosφ: 0,85.

a) En fonctionnement nominal, quelle est la valeur efficace du courant qu'il absorbe s'il est couplé en étoile et quelle est la valeur efficace du courant qu'il absorbe s'il est couplé en triangle ?

b) Ce moteur est alimenté par un réseau triphasé alternatif sinusoïdal équilibré 230/400 V. 50 Hz. Il fonctionne dans ses conditions nominales.
Indiquer le mode de branchement des 6 bornes du stator de façon normalisée. (faire un schéma).

Déterminer sa puissance absorbée, son rendement et son facteur de puissance.

([3]) $\text{rendement} = \dfrac{\text{puissance utile moyenne (dite puissance utile)}}{\text{puissance électrique absorbée moyenne (dite puissance active)}}$

([4]) La plaque signalétique apposée sur le bâti de la machine nous informe sur les valeurs pour lesquelles le moteur fonctionne au mieux de ses performances (Ces valeurs sont appelées : « valeurs nominales »). Les valeurs maximums admissibles sans danger pour la machine sont généralement de 20 à 25% supérieures aux valeurs nominales.

([5]) La plus faible des deux valeurs (ici 230 V) indique la tension nominale aux bornes de chacun des trois bobinages.

Chap 12. Exercice 3 : Charge équilibrée sur un réseau triphasé équilibré 2.

- Une ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée 220/380 V, 50 Hz, alimente sous tension nominale une installation comportant les différents éléments suivants:
- 3 radiateurs 220 V de 1 kW chacun formant un système équilibré.
- 6 lampes 220 V de 400 W chacune, formant un système équilibré.
- Un moteur asynchrone triphasé M1 (220/380 V) absorbant une puissance active de 6kW et une puissance réactive de 5kVAR.
- Un moteur asynchrone triphasé M2 (380/660 V) absorbant une intensité en ligne de valeur efficace 10 A, avec un facteur de puissance de 0,8 (inductif).

a- Faire le schéma de l'ensemble en précisant le mode de branchement des différents éléments, les moteurs étant alimentés sous tension nominale.

b- Calculer la valeur efficace du courant dans chaque fil de ligne et le facteur de puissance de l'ensemble.

Chap 12. Exercice 4 : Wattmètre en triphasé alternatif sinusoïdal

Une ligne triphasée 4 fils (numérotés 1, 2, 3 et Neutre) est alimentée en tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées d'ordre direct (v_1, v_2 et v_3).
L'origine des temps est choisie de façon que la tension simple de la phase 1 par rapport au neutre soit $v_1(t) = 220.\sqrt{2}.cos(\omega.t)$.

Si dans la suite du problème on utilise le calcul complexe, on prendra $\underline{V1} = 220$.

On branche en triangle trois impédances dont les valeurs à la fréquence des tensions sont:

$\underline{Z_{12}} = 10.e^{j.0,4}$ entre les phases 1 et 2.

$\underline{Z_{23}} = 8j$ entre les phases 2 et 3.

$\underline{Z_{31}} = 4$ entre les phases 3 et 1.

Un wattmètre est monté sur la ligne qui alimente le montage triangle: circuit courant sur la phase 1; circuit tension entre la phase 1 et le neutre.

a) Faire un schéma de l'ensemble.

b) Calculer l'indication du wattmètre.

Chap 12. Exercice 5 : Montage triangle équilibré.

Remarques préliminaires:

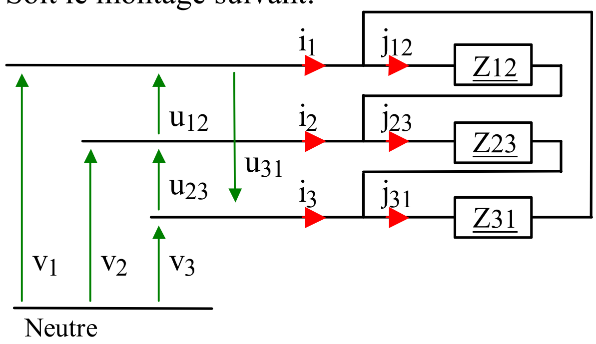
Les démonstrations peuvent s'appuyer sur:

les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer),
ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter),
ou toute autre méthode.

Pour répondre à certaines questions, il est recommandé d'utiliser le théorème de Boucherot.

Problème:

Soit le montage suivant:



$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$$

$$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\underline{Z_{12}} = \underline{Z_{23}} = \underline{Z_{31}} = 40.e^{j.\frac{\pi}{3}}$$

a) Calculer $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.

b) Calculer la puissance active P_Z, la puissance réactive Q_Z et la puissance apparente S_Z consommées par l'ensemble des trois impédances $\underline{Z_{12}}$, $\underline{Z_{23}}$ *et* $\underline{Z_{31}}$.

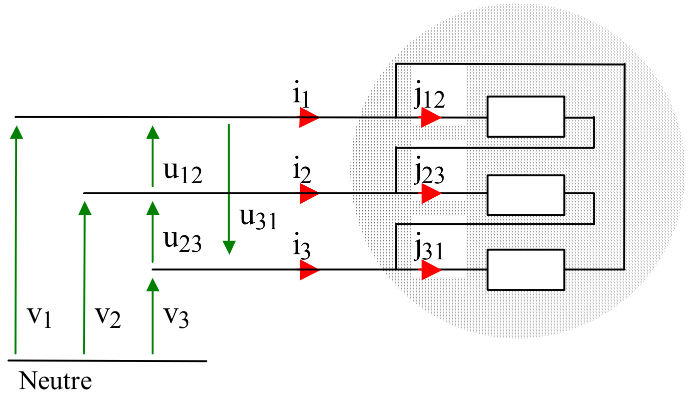
c) De façon à relever le facteur de puissance de la ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle sur la ligne.

La capacité de chacun est C tel que $\dfrac{1}{C.\omega} = \dfrac{80}{\sqrt{3}}\,\Omega$.

Calculer la puissance active P_T, la puissance réactive Q_T et la puissance apparente S_T consommées par le nouvel ensemble constitué des trois impédances $\underline{Z_{12}}$, $\underline{Z_{23}}$ *et* $\underline{Z_{31}}$ associées aux trois condensateurs.

En déduire le facteur de puissance k_T et la valeur efficace du nouveau courant de ligne I_T à l'entrée de ce nouvel ensemble.

Chap 12. Exercice 6 : Moteur en montage triangle équilibré



La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui absorbe des courants alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés.

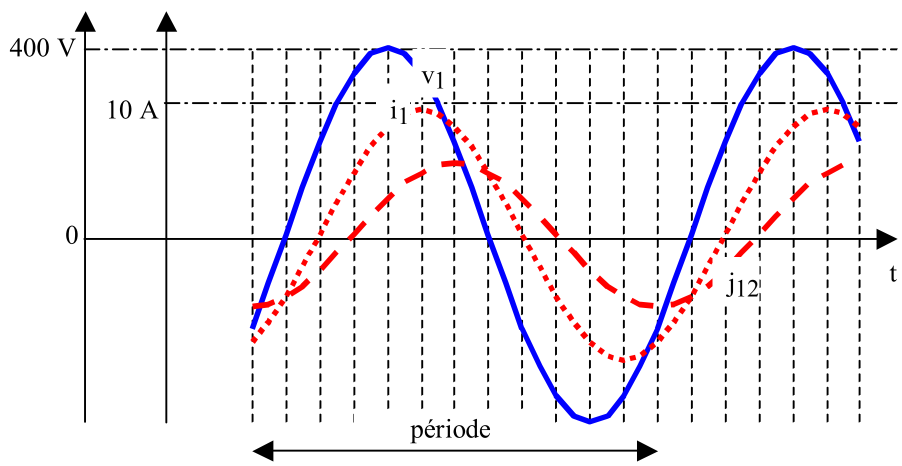
a) Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

a.1) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$ et $\vec{U}_{12}$ si l'ordre des phases est supposé direct.

a.2) Pour un déphasage $\left(\vec{J}_{12},\vec{U}_{12}\right)$ quelconque, représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel $\vec{J}_{12}$, $\vec{J}_{23}$, $\vec{J}_{31}$ et $\vec{I}_1$ si l'ordre des phases est supposé direct.

a.3) On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

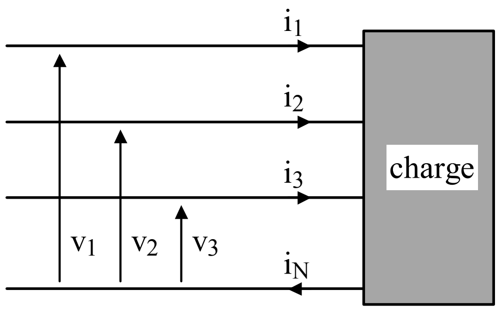
Compte tenu du graphe des courants relevés, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse.



b) A partir des courbes ci-contre, calculer le facteur de puissance du moteur.

c) A partir des courbes ci-contre, calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommées par le moteur. *(Ne pas oublier de préciser les unités).*

4 CE QUE J'AI RETENU DU CHAPITRE « LA PUISSANCE EN TRIPHASEE»



a) La ligne ci-contre est soumise à des tensions et des courants quelconques périodiques de même période. Comment s'exprime la puissance moyenne (ou puissance active) qu'elle délivre à la charge ?

Que devient cette formule dans le cas particulier du régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants ? Préciser la signification de chacun des termes de cette formule.

b) Quelles sont les conditions à vérifier pour que les formules $P = U.I.\sqrt{3}.cos(\varphi)$ et $Q = U.I.\sqrt{3}.sin(\varphi)$ soient valides? Qu'est-ce que U ? Qu'est-ce que I ? Qu'est-ce que φ ?

Comment s'exprime la puissance apparente dans ce cas en fonction de U et I, puis en fonction de P et Q?

c) Qu'est-ce que la puissance apparente et le facteur de puissance dans une ligne triphasée équilibrée en tension et courant (mais pas nécessairement en régime alternatif sinusoïdal)?

Quelle relation vérifie le facteur de puissance dans le cas particulier du régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants ?

d) Que dit le Théorème de Boucherot ?

Préciser la méthode (qui utilise le théorème de Boucherot) pour calculer le courant en ligne et le facteur de puissance d'une ligne en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants (en supposant connues les tensions efficaces).

5 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS

Réponse 1:

Si on représente $i_1(t)^2$, on en déduit facilement que $\left(i_1(t)^2\right)_{moy} = \frac{2}{3} I_o^{\,2}$

$\Leftrightarrow I_{1eff} = \sqrt{\left(i_1(t)^2\right)_{moy}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} . I_o$. De même pour I_{2eff} et I_{3eff}

Donc : $k = \frac{P}{S} = \frac{P}{3.V_{eff}.I_{eff}} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}.V_{max}.I_o\right)}{3.\left(\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}\right).\left(\frac{I_o.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{3}{\pi} = 0{,}955$

[Retour](#)

Réponse 2:
En régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et en courants:

$P = 3.V_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi) = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.cos(\varphi)$ en W

$Q = 3.V_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi) = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3}.sin(\varphi)$ en VAR

$S = 3.V_{eff}.I_{eff} = U_{eff}.I_{eff}.\sqrt{3} = \sqrt{9.V_{eff}^{\,2}.I_{eff}^{\,2}\ .\left[cos^2(\varphi) + sin^2(\varphi)\right]}$

$S = \sqrt{\left[3.V_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)\right]^2 + \left[3.V_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)\right]^2} = \sqrt{P^2 + Q^2}$ en VA

avec $\varphi = \left(\vec{I}_1, \vec{V}_1\right) = \left(\vec{I}_2, \vec{V}_2\right) = \left(\vec{I}_3, \vec{V}_3\right)$

[Retour](#)