ELECTRICITE

Analyse des signaux et des circuits électriques

Michel Piou

Chapitre 10
Energie et puissance électrique..

Edition 20/09/2010

numéro d'enregistrement de <Document Libre> : DL-001051-04-10.01.00

Table des matières

Temps de travail estimé pour un apprentissage de ce chapitre en autonomie : 15 heures

ENERGIE ET PUISSANCE ELECTRIQUE.

1 POURQUOI ET COMMENT ?

La production et l'acheminement de l'énergie électrique jusqu'aux utilisateur présente un **coût** important. Les **choix** qui sont faits pour produire cette énergie, la distribuer puis pour l'utiliser ont des conséquences considérables sur notre **économie** et notre **environnement**.
Les problèmes liés à l'énergie électrique ne concernent pas seulement les « gros consommateurs ». Les petites consommations domestiques (multipliées par le grand nombre des utilisations) sont aussi concernées.
Les pertes d'énergie électrique dans les appareillages conditionnent les problèmes de **dimensionnement** et de **refroidissement**, avec des conséquences sur **l'encombrement**, la masse et encore le coût.

Prérequis : La notion de valeur moyenne.

Objectifs : *Pour choisir, il faut connaître* ! Notre objectif est de connaître les outils qui servent à décrire et chiffrer les échanges d'énergie électrique.
Energie, puissance et facteur de puissances seront ces principaux outils.

Méthode de travail : Les signaux **périodiques** que nous allons rencontrer seront souvent décrits par un graphe.
Aussi, plutôt que de nous précipiter sur les calculs mathématiques, nous privilégierons, autant que possible, une approche plus **intuitive et graphique**.
L'objectif étant d'arriver au résultat juste le plus rapidement possible, peut être faudra-t-il lutter contre le célèbre proverbe : « *Plus c'est matheux, plus c'est sérieux !* ».

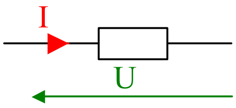
Travail en autonomie : Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

Corrigés en ligne : Pour permettre une vérification autonome des exercices, consulter « Baselecpro »
(chercher « baselecpro accueil » sur Internet avec un moteur de recherche)

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

2 ENERGIE ELECTRIQUE ECHANGEE DANS UN DIPOLE.

2.1 Rappel sur le régime continu.



Considérons un dipôle parcouru par un courant continu d'intensité « I » et soumis à une tension continue « U ».

L'énergie électrique qu'il consomme s'exprime par le produit :
« énergie libérée par chaque charge électrique qui traverse le dipôle » multipliée par le « nombre de ces charges » qui traversent le dipôle sur un intervalle de temps $\Delta.t$.

L'énergie libérée par une charge est proportionnelle à la tension (ou différence de potentiel) « U » entre les deux extrémités du dipôle. La quantité de charges qui traverse chaque seconde est proportionnelle à l'intensité « I » du courant.
L'**énergie électrique** échangée dans le dipôle en un temps $\Delta.t$ s'exprime en **Joule** (symbole : J) par la relation :

$$\boxed{W_e = U.I.\Delta t} \text{ (1)}$$

L'énergie électrique échangée en une seconde est appelée « puissance électrique ».
La puissance électrique s'exprime en Watt (symbole : W) par la relation :

$$\boxed{P = \frac{W_e}{\Delta t} = U.I}$$

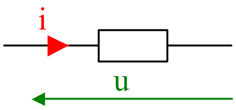
Avec les **orientations** choisies sur la figure ci-dessus:

- Si I et U sont tels que (U > 0 et I > 0, ou U < 0 et I < 0), le dipôle est **récepteur**. Il consomme de l'énergie électrique pour la transformer en autre chose (chaleur, lumière, mouvement mécanique, transformation chimique etc.) ou pour l'accumuler (par exemple dans une batterie).

- Si I et U sont tels que (U > 0 et I < 0, ou U < 0 et I > 0), le dipôle est **générateur**. Il produit de l'énergie électrique.

Dès lors qu'on a orienté (c'est à dire fléché) le courant et la tension, l'énergie électrique ainsi que la puissance électrique peuvent être exprimées par des valeurs algébriques qui permettent de connaître la valeur (en Joule ou en Watt), ainsi que le sens de l'échange déterminé par le signe de W_e ou de P.

2.2 Puissance instantanée et énergie électrique dans un dipôle en régime variable.

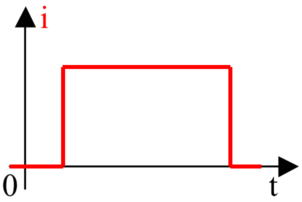


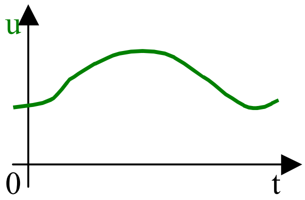
Considérons de nouveau notre dipôle, mais avec une tension et un courant **variables en fonction du temps**. (Les grandeurs variables sont généralement représentées par des lettres minuscules).

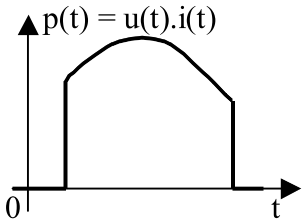
---

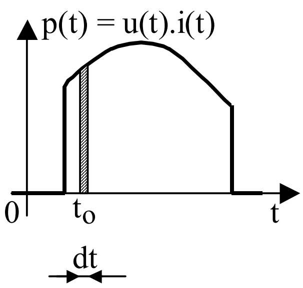
(1) Nous ne démontrerons pas cette relation de façon plus précise.

Voici un exemple des graphes d'une tension et d'un courant variables. On peut associer à ces graphes la représentation de la « **puissance instantanée** » $p(t) = u(t)\,.\,i(t)$ dans le dipôle.



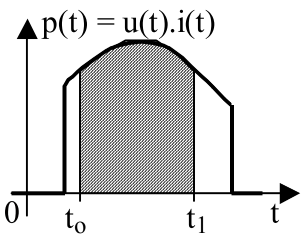






➢ **Sur un intervalle infiniment petit** : « dt », $u(t)$ et $i(t)$ restent quasiment constants. On peut donc appliquer l'expression de l'énergie électrique en courant continu. Cette énergie étant infiniment petite, elle sera désignée par « dw ».
Ainsi, $dw = u(t_o)\,.\,i(t_o).dt$.

dw est égale à l'aire hachurée ci-contre.



➢ **Sur l'intervalle** $[t_o\,, t_1]$, l'énergie électrique échangée est donc la somme des énergies élémentaires échangées sur tous les intervalles « dt » successifs qui constituent cet intervalle $[t_o\,, t_1]$.

L'énergie électrique totale « w » échangée sur l'intervalle $[t_o\,, t_1]$ est donc égale à l'aire hachurée sur la figure ci-contre

Remarquons que cette aire est « algébrique » :
Sachant que le dipôle a été orienté en convention récepteur, si $p(t) = u(t)\,.\,i(t) > 0$: l'énergie électrique dw est positive (Le dipôle reçoit de l'énergie électrique, il est récepteur).
Si $p(t) = u(t)\,.\,i(t) < 0$: elle est négative (Le dipôle fournit de l'énergie électrique, il est générateur).

En conclusion : L'énergie échangée dans un dipôle pendant un intervalle de temps $[t_o\,, t_1]$ est égale à l'aire sous la courbe « puissance instantanée » sur ce même intervalle.
On peut la calculer en utilisant la géométrie (pour des formes simples) ou en utilisant une intégrale :

$$\boxed{\underset{\text{sur }[\text{to},\text{t1}]}{\text{w}} = \int_{to}^{t1} p(t).dt = \int_{to}^{t1} u(t).i(t).dt}$$

3 PUISSANCE MOYENNE (OU ACTIVE) DANS UN DIPOLE EN REGIME PERIODIQUE.

3.1 Cas général en régime périodique.

Si la fonction « puissance instantanée » $\left(p(t) = u(t)\,.\,i(t)\right)$ est périodique de période « T », on peut établir les relations suivantes :

Energie échangée en une période : $w_T = \int_{to}^{to+T} p(t).dt = \int_{to}^{to+T} u(t).i(t).dt$

Energie échangée en une seconde : $\left(\int_{to}^{to+T} p(t).dt\right).\left(\textit{nombre de période dans 1 seconde}\right).$

Le « nombre de périodes dans 1 seconde est la « fréquence » : $f = \dfrac{1}{T}$

$\Rightarrow$ Energie échangée en une seconde : $\dfrac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt$.

Il s'agit d'une énergie divisée par un temps, donc d'une puissance (exprimée en Watt (symbole W)). Cette puissance est la valeur moyenne de la puissance instantanée $p(t)$. On l'appelle « puissance moyenne » ou plus souvent « puissance active ».
On la note généralement « P ».

On retiendra la définition suivante:

> La puissance moyenne ou puissance active est valeur moyenne de la puissance instantanée $p(t)$.
> $$P = \left(u(t).i(t)\right)_{moy} = \langle u(t).i(t) \rangle$$

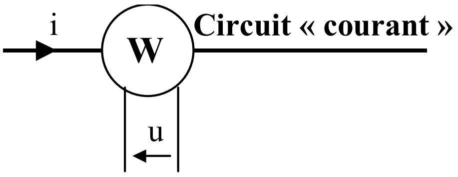
Comme toute valeur moyenne :

- On peut en faire une estimation à partir du graphe de $p(t)$.
- On peut utiliser la relation :
$$\mathrm{P} = \frac{\text{aire sous la courbe p(t) sur un intervalle d'une période}}{\text{Période}}$$
- On peut utiliser le calcul intégral :
$$P = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt$$

Remarque : En général, la valeur moyenne d'un produit n'est pas le produit des valeurs moyennes $\Rightarrow P = \langle u(t).i(t) \rangle \neq \langle u(t) \rangle . \langle i(t) \rangle$.

3.2 Mesure de la puissance moyenne (ou puissance active).

La puissance active se mesure à l'aide d'un wattmètre :

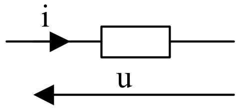


Circuit « tension »

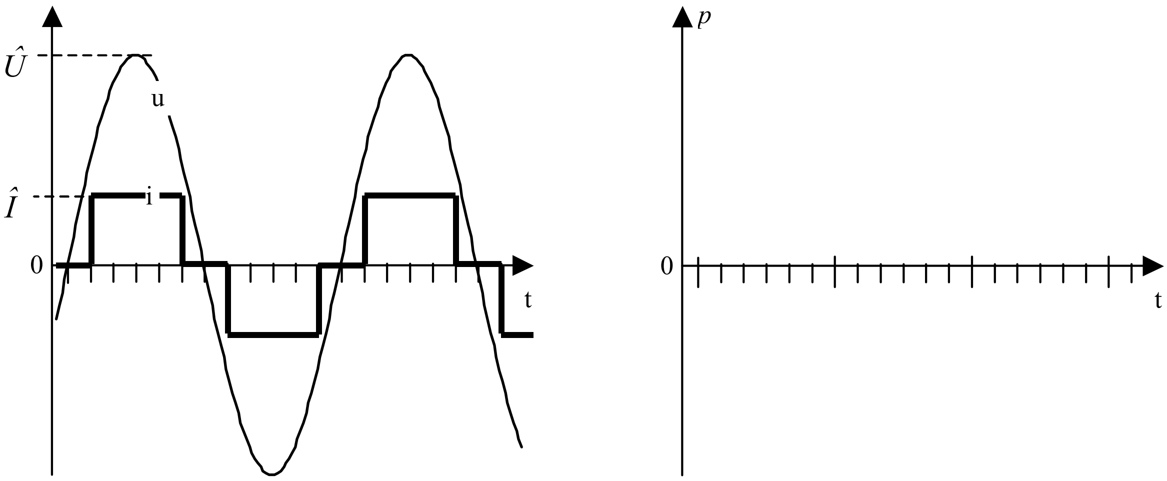
Le wattmètre indique la valeur moyenne du produit $u(t).i(t)$ qu'on lui applique.

3.3 Exemple de calcul de puissance active.

En régime périodique, un dipôle



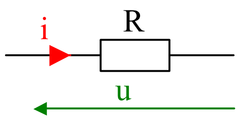
est le siège de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$ ci-dessous :



Représenter le graphe de la puissance instantanée $p(t)$. En déduire une estimation graphique de la puissance active « P » dans ce dipôle. Calculer « P ». *(Réponse 1:)*

3.4 Puissance active dissipée dans une résistance. Notion de valeur efficace.

En régime périodique, une résistance R



est le siège d'une tension $u(t)$ et d'un courant $i(t)$ tels qu'à chaque instant $u(t) = R.i(t)$.

La puissance active dissipée dans « R » s'exprime donc par :

$$P = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t).i(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} R.i(t)^2.dt = R.\left[\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} i(t)^2.dt\right]$$

$$\Rightarrow P = R.< i(t)^2 >$$

On peut aussi écrire :

$$P = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t).i(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left(\frac{u(t)^2}{R}\right).dt = \frac{1}{R}.\left[\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t)^2.dt\right] = \frac{< u(t)^2 >}{R}$$

La puissance active dissipée dans une résistance « R » dépend de la valeur moyenne de $i(t)^2$ ou de la valeur moyenne de $u(t)^2$.

De façon à simplifier la notation, on introduit la notion de valeur efficace du courant et de la tension :

Par **définition** : la valeur efficace du courant désigne la racine carrée de la valeur moyenne de $i(t)^2$, et la valeur efficace de la tension désigne la racine carrée de la valeur moyenne de $u(t)^2$.
(En anglais : **R**oot **M**ean **S**quare ([2]))

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} i(t)^2.dt} \quad \text{et} \quad U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t)^2.dt}$$

Les valeurs efficaces sont symbolisées de façon normalisée par une majuscule avec ou sans l'indice « eff ».

3.5 Remarques sur la valeur efficace.

a) Pour un dipôle « R » :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t)^2.dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}[R.i(t)]^2.dt} = \sqrt{R^2.\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} i(t)^2.dt} = R.I_{eff}$$

b) La notion de valeur efficace est liée à l'effet Joule dans une résistance « R » :

$$\boxed{P_R = R.I_{eff}^2 = \frac{U_{eff}^2}{R} = U_{eff}.I_{eff}}$$

c) En courant continu : $P = R.I^2 = \dfrac{U^2}{R} = U.I$, donc :

La valeur efficace d'un courant est égale à la valeur du courant continu qui dissiperait la même puissance active dans la même résistance. De même pour la tension efficace.

([2]) **Racine** carré de la valeur **Moyenne** de la fonction au **Carré**

d) En général, la valeur efficace d'une somme est différente de la somme des valeurs efficaces :

$$\sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}[i_1(t)+i_2(t)]^2.dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[i_1(t)^2+i_2(t)^2+2.i_1(t).i_2(t)\right]dt}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}[i_1(t)+i_2(t)]^2.dt} \neq \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}i_1(t)^2.dt} + \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}i_2(t)^2.dt}$$

e) La valeur efficace est inférieure ou égale à la valeur maximum et supérieure ou égale à la valeur moyenne :

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}i(t)^2.dt} \leq \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\hat{I}^2.dt} = \sqrt{\hat{I}^2.\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}dt} = \left|\hat{I}\right|$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{eff} \leq \left|\hat{I}\right|}$$

Le courant i(t) est la somme de sa valeur moyenne et de sa composante alternative : $i(t) = I_{moy} + i_{alt}(t)$.

$$\Rightarrow I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[I_{moy}+i_{alt}(t)\right]^2.dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[I_{moy}{}^2+i_{alt}(t)^2+2.I_{moy}.i_{alt}(t)\right]dt}$$

$$\Rightarrow I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[I_{moy}\right]^2.dt + \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[i_{alt}(t)\right]^2.dt + \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[2.I_{moy}.i_{alt}(t)\right]dt}$$

$$\Rightarrow I_{eff} = \sqrt{\left[I_{moy}\right]^2 + \left[I_{alt\,eff}\right]^2 + 2.I_{moy}.\underbrace{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left[i_{alt}(t)\right]dt}_{0}} = \sqrt{\left[I_{moy}\right]^2+\left[I_{alt\,eff}\right]^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{eff} = \sqrt{\left[I_{moy}\right]^2+\left[I_{alt\,eff}\right]^2} \geq \left|I_{moy}\right|}$$

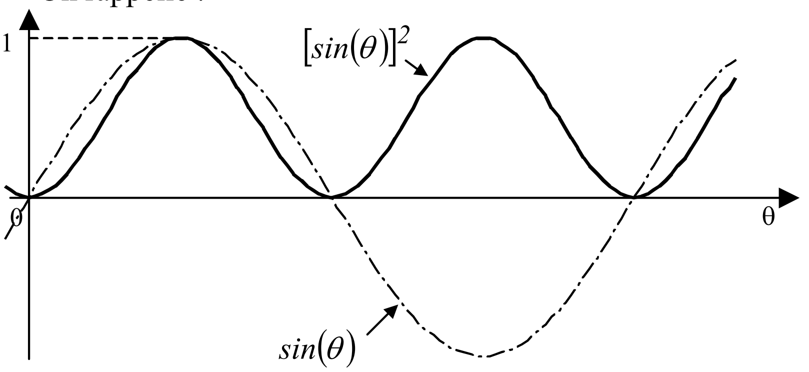
En conclusion :

$\boxed{\left|I_{moy}\right| \leq I_{eff} \leq \left|\hat{I}\right|}$ et de même pour une tension.

La valeur efficace est d'autant plus proche de la valeur moyenne que la composante alternative est faible par rapport à cette valeur moyenne.

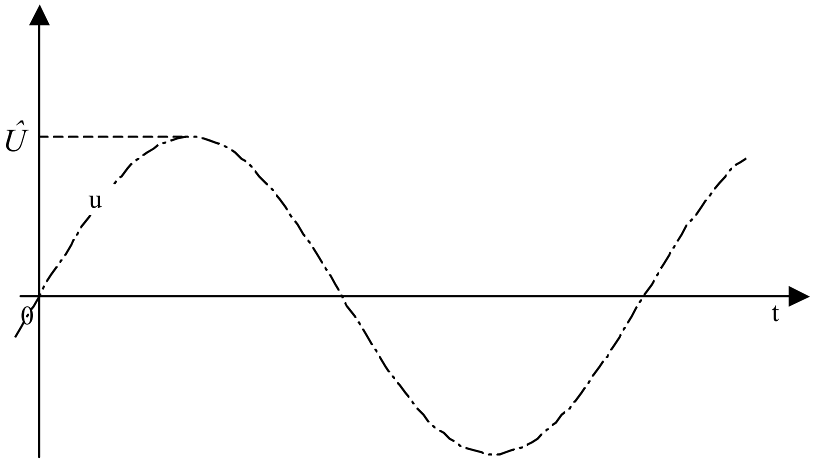
f) Valeur efficace d'une tension ou d'un courant alternatif sinusoïdal :

On rappelle :



$$[sin(\theta)]^2 = \frac{1 - cos(2.\theta)}{2}$$

$$\left([sin(\theta)]^2\right)_{moy} = \frac{1}{2}$$



Soit une tension $u(t)$. Alternative sinusoïdale.
Représenter ci-contre le graphe de $u(t)^2$ et en déduire U_{eff} en fonction de $\hat{U}$ (sans faire de calcul d'intégrale)

$U_{eff} =$

(Réponse 2:)

Il en est de même pour la valeur efficace d'un courant alternatif sinusoïdal

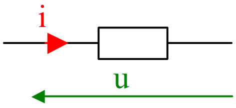
g) La valeur efficace d'une tension se mesure à l'aide d'un voltmètre (en général un appareil numérique). La qualité de cette mesure peut varier :

- Certains voltmètres ne mesurent la valeur efficace que pour des tensions alternatives sinusoïdales.
- Certains voltmètres ne mesurent la valeur efficace que de la composante alternative de la tension. (Ils sont souvent qualifiés de voltmètres « **RMS** »).
- Certains voltmètres mesurent effectivement la valeur efficace de la tension. On dit alors qu'ils sont « efficace vrai » (en anglais : True RMS ou **TRMS**).

On peut faire les mêmes remarques pour un ampèremètre.

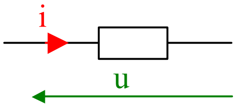
En conclusion, il convient de rester vigilant lors de l'utilisation d'un appareil de mesure. Les notices des constructeurs ne sont pas toujours très claires quant aux types de mesures effectivement possibles avec un appareil donné.

3.6 Puissance active lorsque la tension ou le courant est constant.

Si un dipôle 

est le siège de la tension $u = Uo$ constante et du courant $i(t)$ périodique, la puissance active dans ce dipôle s'exprime par:

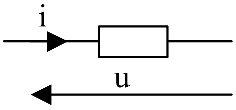
$$P = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} Uo\,.\,i(t).dt = Uo\,.\,\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} i(t).dt = Uo\,.\,I_{moy}$$

De même, si un dipôle 

est le siège de la tension périodique $u(t)$ et du courant $i = Io$ constant, la puissance active dans ce dipôle s'exprime par:

$$P = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t).Io.dt = Io\,.\,\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} u(t).dt = U_{moy}\,.\,Io$$

3.7 Puissance active en régime alternatif sinusoïdal.

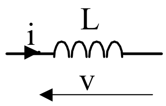
Un dipôle 

est le siège d'une tension $u(t) = \hat{U}.cos(\omega.t + \varphi)$ et d'un courant $i(t) = \hat{I}.cos(\omega.t)$. Exprimer la puissance active dans ce dipôle (3).

(Réponse 3:)

(3) On rappelle que $cos(a).\,cos(b) = \dfrac{cos(a+b) + cos(a-b)}{2}$

3.8 Puissance active dans une inductance ou un condensateur.



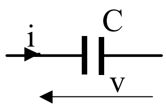
Pour une inductance : $v(t) = L.\dfrac{d(i(t))}{dt}$.

$$\Rightarrow P_L = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} v(t).i(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T}\left(L.\frac{d(i(t))}{dt}\right).i(t).dt$$

$$\Rightarrow P_L = \frac{L}{2.T}\cdot\left[i(t)^2\right]_{to}^{to+T} = \frac{L}{2.T}\cdot\left[i(to+T)^2 - i(to)^2\right]$$

En régime périodique : $i(to+T) = i(to) \Rightarrow P_L = 0$

La puissance active dans une inductance est nulle



Pour un condensateur : $i(t) = C.\dfrac{d(v(t))}{dt}$.

$$\Rightarrow P_C = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} p(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} v(t).i(t).dt = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} v(t).C.\frac{d(v(t))}{dt}.dt$$

$$\Rightarrow P_C = \frac{C}{2.T}\cdot\left[v(t)^2\right]_{to}^{to+T} = \frac{C}{2.T}\cdot\left[v(to+T)^2 - v(to)^2\right]$$

En régime périodique : $v(to+T) = v(to) \Rightarrow P_C = 0$

La puissance active dans un condensateur est nulle

3.9 Puissance apparente et facteur de puissance.

* La **puissance apparente** se définie par $\boxed{S = U_{eff}.I_{eff}}$.

Son unité est le Volt-Ampère (VA).

Elle caractérise grossièrement le **coût d'une transmission de puissance électrique**.

En effet U_{eff} détermine la qualité des isolants et le nombre de spires des bobinages des transformateurs et des moteurs. I_{eff} détermine la section minimum des conducteurs (qui doivent transporter le courant sans échauffement excessif) ainsi que les pertes Joule dans les lignes électriques.

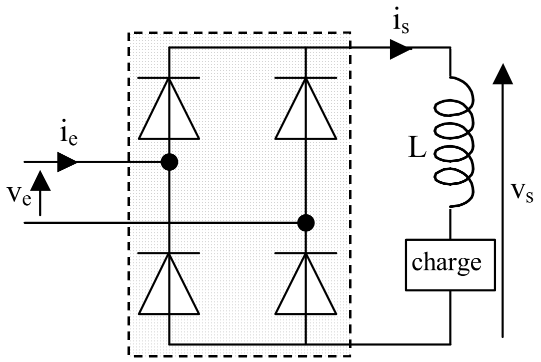
* Le **facteur de puissance** est un critère simple pour évaluer grossièrement la qualité (sous l'angle économique) d'une transmission de puissance électrique.

Il se définit par $\boxed{k = \frac{P}{S}}$. C'est, en quelque sorte, un rapport qualité/prix.

- Le facteur de puissance est toujours inférieur ou égal à 1 *(sans démonstration)*.
- Dans les appareils de mesure, on le trouve souvent désigné par « PF » (pour « Power Factor »).
- En régime alternatif sinusoïdal : $k = \frac{P}{S} = \frac{U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)}{U_{eff}.I_{eff}} = cos(\varphi)$.

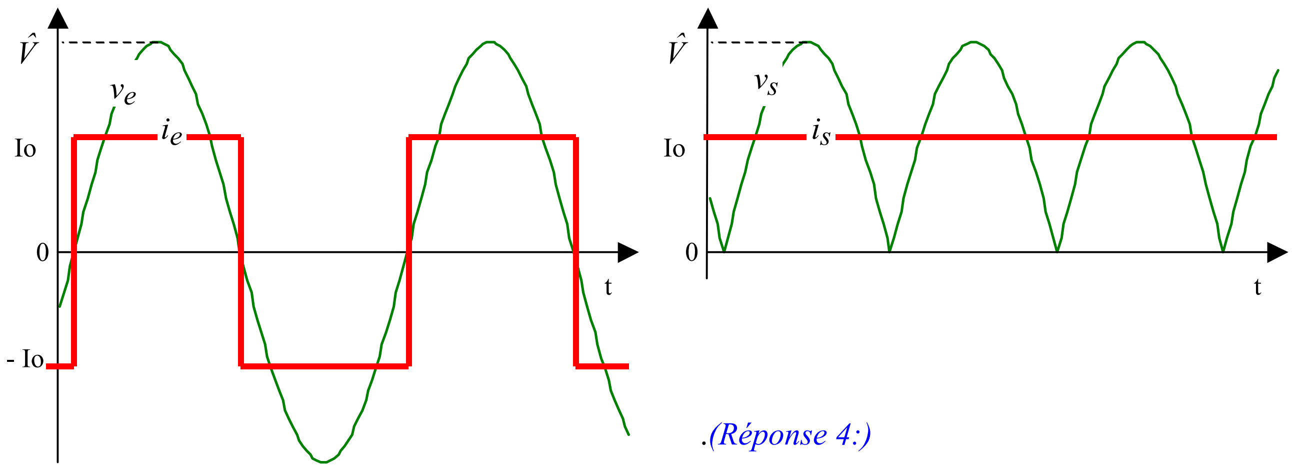
Mais ce n'est qu'un cas particulier…

3.10 Exemple de calcul de facteurs de puissance.



Un pont redresseur à diodes, alimenté sous une tension alternative sinusoïdale $v_e(t)$ applique une tension redressée $v_s(t)$ à une charge très inductive (4). En régime permanent, le courant $i_s(t)$ est quasiment constant : $i_s(t) \approx Io = constante$.

A partir des signaux périodiques représentés ci-dessous, représenter le graphe de la puissance instantanée et calculer le facteur de puissance en entrée du montage (au niveau de $v_e(t)$ et $i_e(t)$). Représenter le graphe de la puissance instantanée et calculer le facteur de puissance en sortie du pont redresseur (au niveau de $v_s(t)$ et $i_s(t)$)



.*(Réponse 4:)*

(4) Les calculs demandés ne nécessitent aucune connaissance sur les ponts redresseurs.

4 Conservation de l'energie et de la puissance active

Sur un intervalle de temps *dt* l'énergie électrique consommée par un ensemble d'éléments est la somme (algébrique) des énergies électriques consommées par chacun d'eux. (C'est une application de la loi de la conservation de l'énergie).

(On peut compter positivement l'énergie consommée par les éléments récepteurs et négativement l'énergie fournie par les générateurs).

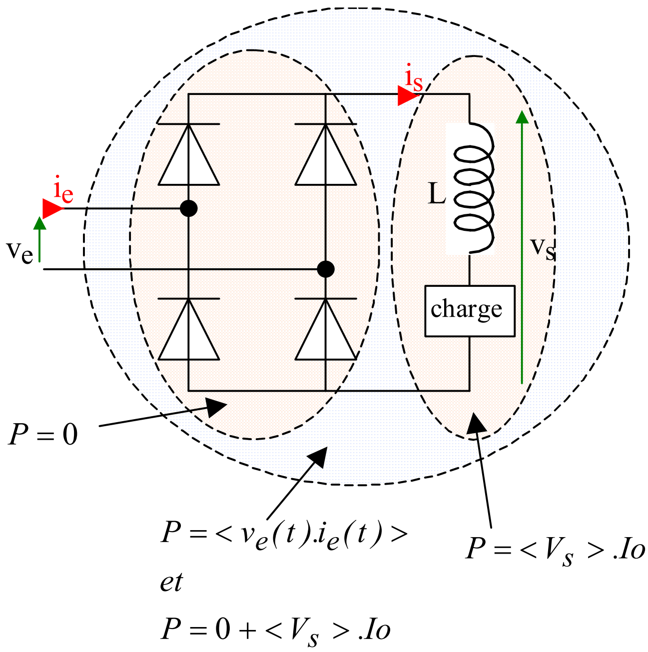
Si toutes les tensions et tous les courants ont une période (et donc une fréquence) commune: l'énergie électrique (algébrique) consommée durant une période par un ensemble d'éléments est la somme (algébrique) des énergies électriques consommées par chacun d'eux durant cette période. Il en va de même pour l'énergie électrique consommée en une seconde; c'est à dire pour la puissance moyenne.

La puissance électrique moyenne (ou puissance active) est conservative :

Puissance électrique moyenne consommée par un ensemble (en valeur algébrique) = Somme des puissances électriques moyennes consommées par chaque élément de l'ensemble (en valeur algébrique).

Cette loi sera un outil de calcul précieux pour la suite.

Reprenons l'exemple précédent :



- Les diodes, si on les considère idéales, sont des composants qui se comportent soit comme des interrupteurs ouverts (courant nul), soit comme des interrupteurs fermés (tension nulle).

Elles ne dissipent donc aucune puissance.

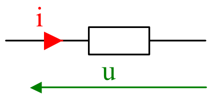
- Le courant $i_s(t)$ est quasiment constant : $i_s(t) \approx Io = constante$, donc la puissance dans le dipôle charge + inductance s'exprime par la relation : $P = < V_s > .Io$.

- La puissance active en entrée du montage est donc :

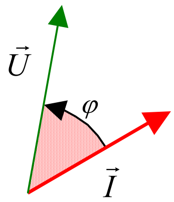
$$P = < v_e(t).i_e(t) > = 0 + < V_s > .Io$$

5 PUISSANCES EN REGIME ALTERNATIF SINUSOÏDAL.

5.1 Puissance active dans un dipôle en régime alternatif sinusoïdal.



Nous avons déjà établi au paragraphe 3.7 .que dans ce cas la puissance active s'exprime par la relation: $P = < u(t).i(t) > = U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)$ avec :



5.2 Puissance réactive.

5.2.1 Définition de la puissance réactive.

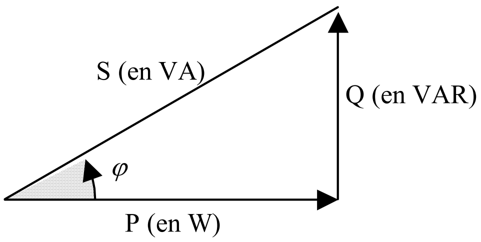
La puissance réactive est un outil de calcul applicable au cas du régime alternatif sinusoïdal à fréquence unique. Elle se définit par:

$Q = U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)$ (Q s'exprime en Volt-Ampère Réactif (VAR)).

L'intérêt de cet outil sera vu au paragraphe 5.3 lors de l'utilisation du théorème de Boucherot.

5.2.2 Triangle des puissances.

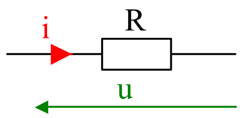
Voici une façon simple de représenter les relations entre P, Q et S :



$$P = U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)$$
$$Q = U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)$$
$$S = U_{eff}.I_{eff}$$

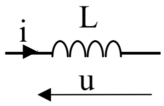
On en déduit : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ et $\varphi = arctg\left(\frac{Q}{P}\right)$

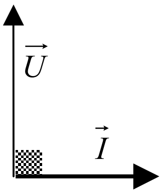
5.2.3 Puissance réactive dans une résistance, dans une inductance et dans un condensateur



➢ Une résistance R est le siège d'une tension $u(t)$ et d'un courant $i(t)$ tels qu'à chaque instant $u(t) = R.i(t)$. En régime alternatif sinusoïdal, $u(t)$ et $i(t)$ sont donc en phase.

Donc la puissance réactive dissipée dans « R » est : $\boxed{Q_R = U_{eff}.I_{eff}.sin(0) = 0}$

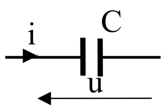


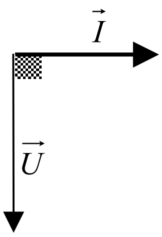


➢ Pour une inductance : $u(t) = L.\dfrac{d(i(t))}{dt} \Rightarrow \underline{U} = jL\omega.\underline{I}$ (en complexes pour le régime alternatif sinusoïdal). On en déduit : $U_{max} = L.\omega.I_{max} \Leftrightarrow \dfrac{U_{max}}{\sqrt{2}} = L.\omega.\dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow U_{eff} = L.\omega.I_{eff}$. On en déduit également que $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$

Donc $Q_L = U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi) \Rightarrow \boxed{Q_L = L.\omega.I_{eff}^{\ 2} = \dfrac{U_{eff}^{\ 2}}{L.\omega} = U_{eff}.I_{eff}}$





➢ Pour un condensateur :

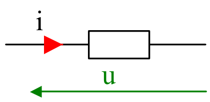
$i(t) = C.\dfrac{d(u(t))}{dt} \Rightarrow \underline{I} = jC\omega.\underline{U} \Leftrightarrow \underline{U} = \dfrac{1}{jC\omega}.\underline{I} = \dfrac{-j}{C\omega}.\underline{I}$. (en complexes pour le régime alternatif sinusoïdal).

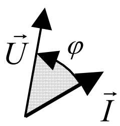
On en déduit : $U_{max} = \dfrac{1}{C.\omega}.I_{max} \Leftrightarrow \dfrac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{C.\omega}.\dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow U_{eff} = \dfrac{1}{C.\omega}.I_{eff}$.

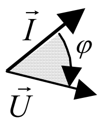
On en déduit également que $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Donc $Q_C = U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi) \Rightarrow \boxed{Q_C = -C.\omega.U_{eff}^{\ 2} = -\dfrac{I_{eff}^{\ 2}}{C.\omega} = -U_{eff}.I_{eff}}$

5.2.4 Dipôle inductif et dipôle capacitif



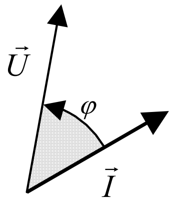
De manière générale, on appelle « **dipôle inductif** » un dipôle récepteur tel que la tension à ses bornes est en avance par rapport au courant qui le traverse :  $0 < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$

De manière générale, on appelle « **dipôle capacitif** » un dipôle récepteur tel que la tension à ses bornes est en retard par rapport au courant qui le traverse :  $-\dfrac{\pi}{2} < \varphi < 0$

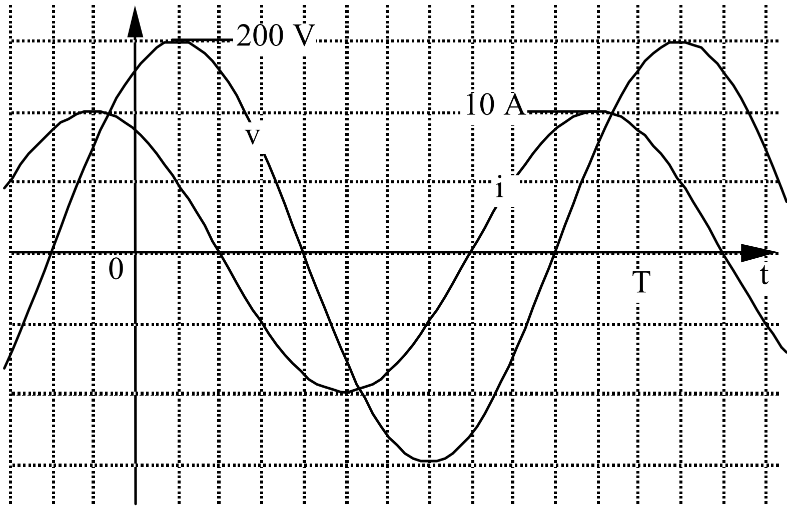
5.3 Facteur de puissance en régime alternatif sinusoïdal.

Nous avons déjà établi au paragraphe 3.9 que le facteur de puissance d'une ligne d'alimentation ou d'un dipôle en régime alternatif sinusoïdal est:

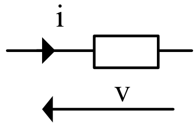
$$k = \frac{P}{S} = \frac{U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)}{U_{eff}.I_{eff}} = cos(\varphi) \text{ avec :}$$



5.4 Exemple numérique



Soit le dipôle:



i(t) et v(t) sont périodiques et sont représentés ci-contre.

Déterminer la puissance active P, la puissance réactive Q et la puissance apparente S absorbées par ce dipôle.

Déterminer le facteur de puissance de ce dipôle.

(Réponse 5:)

5.5 Théorème de Boucherot.

(nous admettrons ce théorème sans le démontrer)

Dans l'ensemble d'un réseau où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence, il y a conservation de la puissance active d'une part, et de la puissance réactive d'autre part.

- Puissance active totale consommée = somme algébrique des puissances actives consommées par chaque élément (Voir le paragraphe 4)

- Puissance réactive totale consommée = somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque élément (sans démonstration).

Application :

Une ligne monophasée alternative sinusoïdale 220V [5] *50Hz alimente un moteur monophasé consommant 2kW* [6] *avec un facteur de puissance de 0,7 (inductif).*

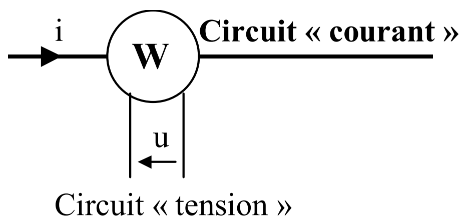
a) *Calculer le courant I_M en ligne.*

b) *Déterminer la valeur du condensateur qu'il faut placer en parallèle avec le moteur pour ramener le facteur de puissance de la ligne à 1. Quelle est la nouvelle valeur du courant en ligne I_L dans ce cas? Quel est l'intérêt d'une telle opération?*

(Réponse 6:)

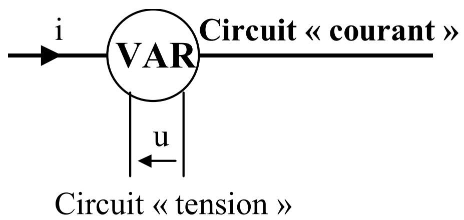
Nous constatons que dans certaines situations du régime alternatif sinusoïdal, le calcul avec le théorème de Boucherot est beaucoup plus rapide que l'utilisation des complexes ou des vecteurs de Fresnel.

5.6 Mesure des puissances actives et réactives.



Le **wattmètre** indique la valeur moyenne du produit $u(t).i(t)$ qu'on lui applique :

C'est à dire : $<u(t).i(t)> = U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)$ (en régime alternatif sinusoïdal)



<u>**En régime alternatif sinusoïdal**</u>, le **varmètre** indique $U_{eff}.I_{eff}.sin(\varphi)$

Très souvent, le même appareil possède les fonctions wattmètre et varmètre.

---

(5) Si on ne précise pas, c'est la valeur efficace.

(6) Si on ne précise pas, c'est la puissance active (ou moyenne).

6 FACTEUR DE FORME, TAUX D'ONDULATION, FACTEUR D'ONDULATION ET FACTEUR DE CRETE D'UN SIGNAL PERIODIQUE

** Le facteur de forme, le taux d'ondulation et le facteur d'ondulation sont différents coefficients qui ont pour objectif de quantifier l'importance de la composante alternative par rapport à la valeur moyenne d'un courant ou d'une tension :*

a) Facteur de forme : Pour un courant, il se définit par $F = \dfrac{I_{eff}}{I_{moy}}$

(et pour une tension : $F = \dfrac{V_{eff}}{V_{moy}}$)

Nous avons vu au § 3.5 remarque e) que la valeur efficace est d'autant plus proche de la valeur moyenne que la composante alternative est faible par rapport à cette valeur moyenne.

Donc $F \geq 1$ et F est d'autant plus proche de 1 que la composante alternative est faible par rapport à cette valeur moyenne.

b) Taux d'ondulation : Pour un courant, il se définit par $B = \dfrac{I_{alt_{eff}}}{I_{moy}}$

(et de même pour une tension)

Donc B est d'autant plus proche de 0 que la composante alternative est faible par rapport à la valeur moyenne.

c) Facteur d'ondulation : Pour un courant, il se définit par $G = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{moy}}$

(et de même pour une tension)

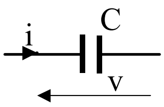
Donc G est d'autant plus proche de 0 que la composante alternative est faible par rapport à la valeur moyenne.

* Le **facteur de crête** est un critère utilisé pour indiquer une limite de bon fonctionnement des ampèremètres ou des voltmètres: Pour un courant, il se définit par le rapport $\dfrac{|I_{max}|}{I_{eff}}$ (et de même pour une tension).

Ce rapport est supérieur ou égal à 1 car $I_{eff} \leq |I_{max}|$.

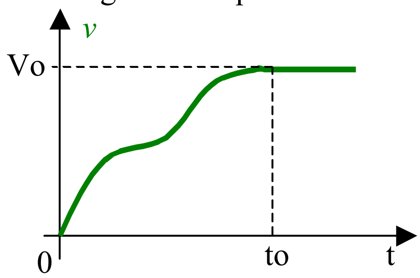
7 EXERCICES SUR LES ENERGIES ET PUISSANCES ELECTRIQUES.

Chap 10. Exercice 1 : Energie électrique stockée dans un condensateur.

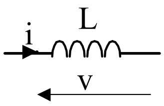


$$i(t) = C.\frac{d(v(t))}{dt}$$

Lorsqu'un condensateur, précédemment déchargé, se charge sous une tension Vo, il accumule de l'énergie électrique. Calculer cette énergie.

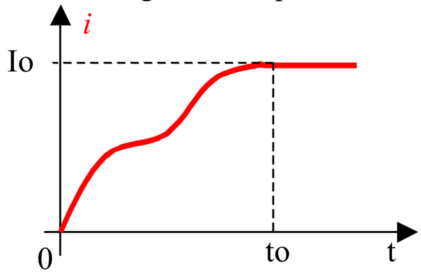


Chap 10. Exercice 2 : Energie électrique stockée dans une inductance.



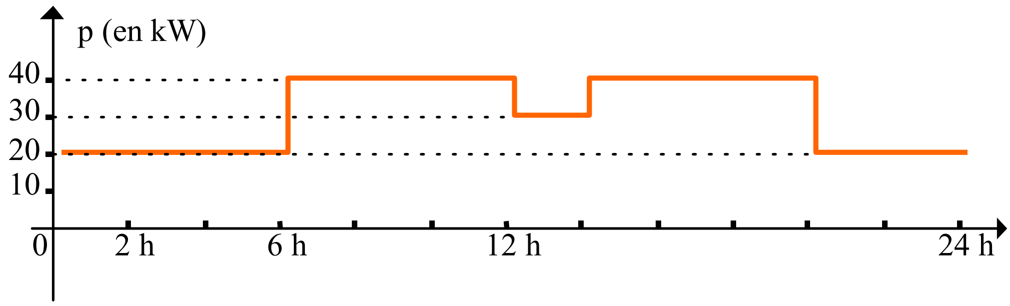
$$v(t) = L.\frac{d(i(t))}{dt}$$

Lorsqu'une inductance, précédemment déchargé ($i = 0$), se charge sous un courant Io, elle accumule de l'énergie électrique. Calculer cette énergie.



Chap 10. Exercice 3 : Consommation d'énergie électrique.

Sur une journée, la puissance moyenne consommée par une installation électrique a varié suivant la courbe suivante :



a) En régime périodique de période $T << 1s$, rappeler la relation qui lie la puissance active consommée dans un dipôle et l'énergie consommée en une seconde dans ce dipôle.

b) Calculer l'énergie totale consommée par l'installation durant la journée ([7]) (exprimer celle-ci en kWh et dans l'unité appropriée du système international)

c) L'énergie électrique facturée aux usagers est comptée en kilowatt-heure (kWh). Le prix du kWh est de 0,1 € . Quel est le coût de l'énergie électrique consommée durant cette journée ?

([7]) kWh : énergie dissipée en une heure si la puissance est de 1000 W.

Chap 10. Exercice 4 : Commutation d'un transistor sur charge inductive.

(aucune connaissance des transistors n'est requise).

Un transistor de puissance fonctionne en commutation dans le montage ci-dessous. Cela signifie qu'il est soit bloqué (comportement d'un interrupteur ouvert), soit saturé (comportement d'un interrupteur fermé), soit en train de passer de l'une à l'autre des deux situations précédentes.

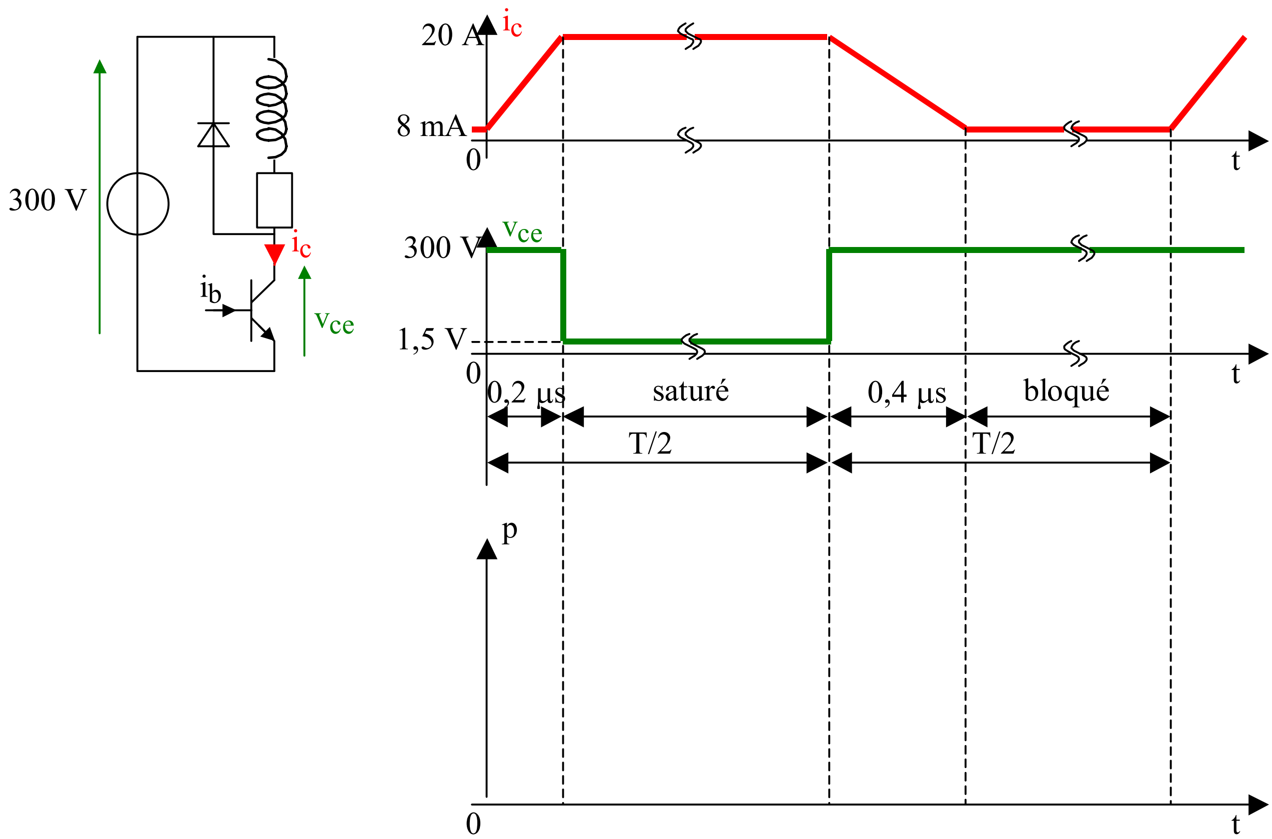
- Son fonctionnement présente un rapport cyclique de 1/2.

- Le courant ib sera négligé.

- Comme tous les composants électroniques, ce transistor n'est pas idéal:
  - A l'état bloqué, il laisse passer un léger courant de fuite: $Ic_0 = 8\ mA$.
  - A l'état saturé, il présente une légère chute de tension à ses bornes: $Vce_{sat} = 1{,}5\ V$.
  - Les passages de l'état bloqué à saturé et saturé à bloqué ne sont pas instantanés.

La valeur de l'inductance L est très grande, de sorte que le courant dans la charge RL peut être considéré quasiment constant.

Les graphes de ic(t) et vce(t) sont donnés ci-après:



a) Représenter le graphe de la puissance instantanée p(t) dissipée dans le transistor.

b) Afin de déterminer la puissance dissipée par le transistor, compléter le tableau suivant:

fréquence de fonctionnement	100 Hz	1000 Hz	100 kHz
Energie dissipée lors d'un passage bloqué saturé.			
Energie dissipée lors d'un état saturé.			
Energie dissipée lors d'un passage saturé bloqué.			
Energie dissipée lors d'un état bloqué.			
Energie dissipée en une période.			
Energie dissipée en 1 seconde = Puissance ([8]):			

c) Ce transistor peut dissiper au maximum 65W dans les conditions de son montage. Que peut-on en conclure dans chacun des trois cas précédents?

Chap 10. Exercice 5 : Puissance dans différents dipôles.

Les trois dipôles suivants sont traversés par un même courant $i(t) = \hat{I}.sin(\omega.t)$. Calculer la puissance active dissipée dans chacun.

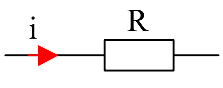


Figure 1

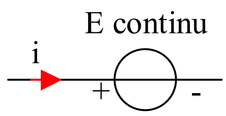


Figure 2

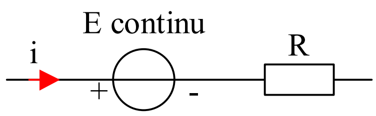
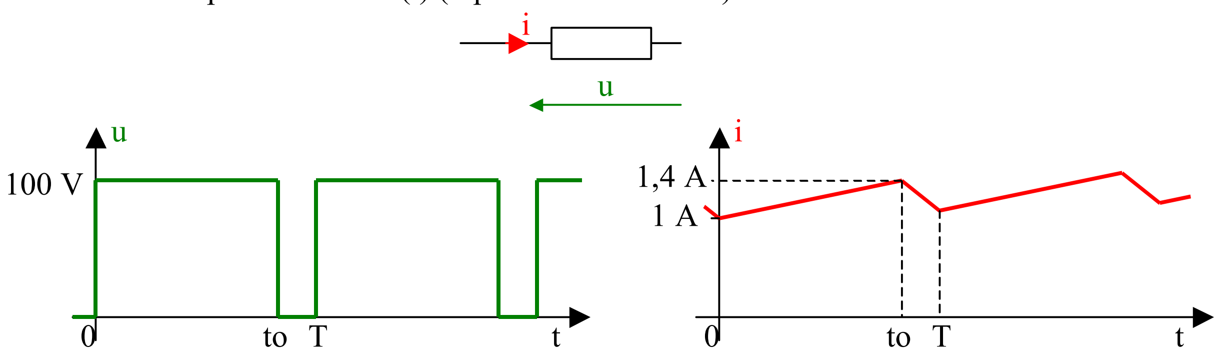


Figure 3

Chap 10. Exercice 6 : Puissance dans un hacheur

Un circuit hacheur délivre une tension u(t) (représentée ci-dessous) aux bornes d'un dipôle. Ce dipôle est traversé par le courant i(t) (représenté ci-dessous).

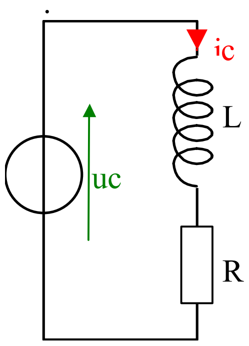


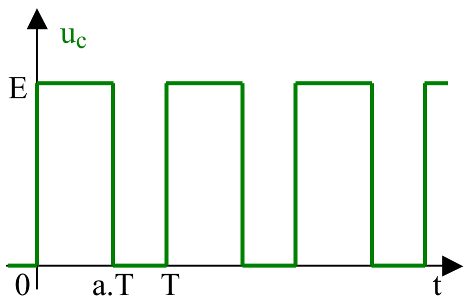
a) Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace de u(t) sachant que to = 0,8 ms et T = 0,96 ms.

([8]) Quand on ne précise pas, il s'agit de la puissance moyenne (ou puissance active).

b) Représenter la puissance instantanée p(t) échangée dans ce dipôle; puis, par une méthode à votre choix, calculer la puissance active échangée.

Chap 10. Exercice 7 : Charge inductive d'un hacheur série en régime périodique.





Un hacheur série applique à une résistance R en série avec une inductance L, la tension carrée $u_C(t)$ d'amplitude « E » et de rapport cyclique « a ».

Le rapport cyclique est défini par :

$$a = \frac{\text{temps de niveau haut}}{\text{période T}}$$

La valeur de l'inductance est très grande, de sorte que le courant $i_C(t)$ peut être considéré quasiment constant : $i_C(t) \approx Io$.

a) Exprimer $U_{C_{moy}}$ en fonction de E et a.

b) En déduire la puissance active reçue par le dipôle RL en fonction de a, E et Io.

c) Exprimer la puissance active reçue par la résistance R en fonction Io. En déduire Io en fonction de a, E et des éléments du montage.

Chap 10. Exercice 8 : Signaux dans les ponts redresseurs triphasés

Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace des signaux ci-dessous:

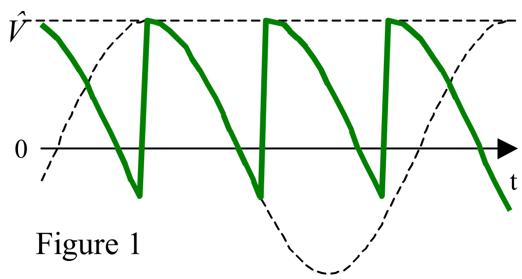


Figure 1

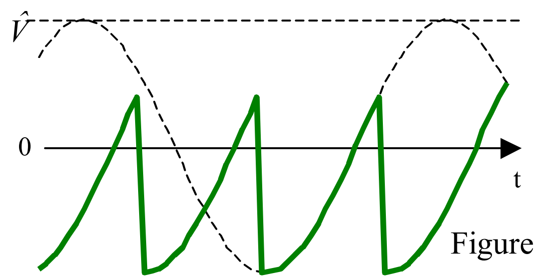
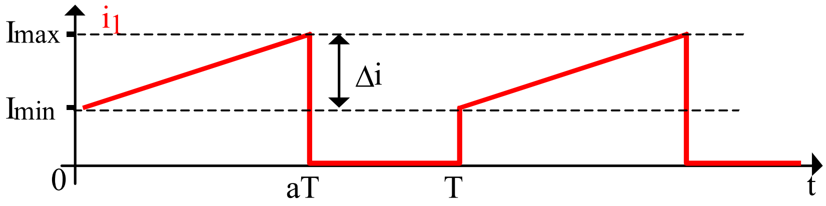
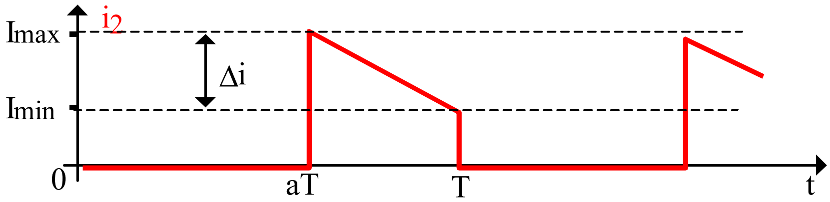


Figure 2

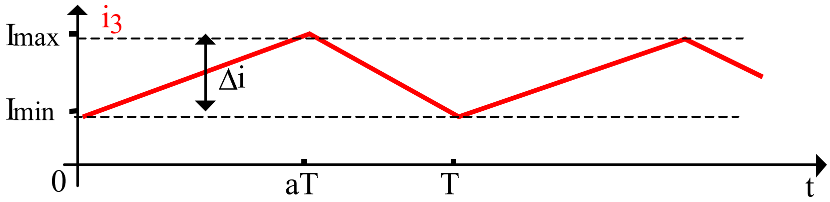
Chap 10. Exercice 9 : Valeur efficace de signaux trapézoïdaux



a) Calculer $< I_1 >$ et $I_{1_{eff}}$ en fonction de I_{min} , a et Δi.



b) Calculer $I_{2_{eff}}$ en fonction de I_{min} , a et Δi. (Ce calcul est plus facile si on s'intéresse à l'intervalle [-T,0].



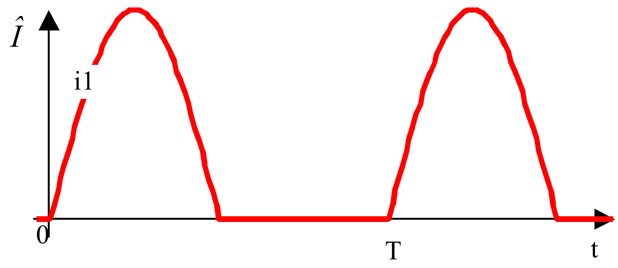
c) Calculer $I_{3_{eff}}$ en fonction de I_{min} , a et ΔI.

Application numérique: Calculer $I_{3_{eff}}$ pour:

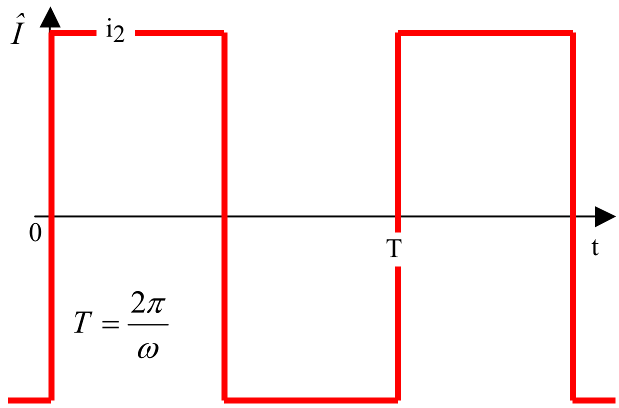
$I_{min} = 1$ A $I_{max} = 1{,}4$ A
aT = 0,8 ms T = 0,96 ms

Chap 10. Exercice 10 : Facteur de puissance

Soit un dipôle soumis à une tension $v(t) = \hat{V}.sin(\omega.t)$. Calculer son facteur de puissance lorsqu'il est traversé par le courant i1(t), puis par le courant i2(t) ci-dessous. (Ces courants sont observés dans des montages redresseurs monophasés).

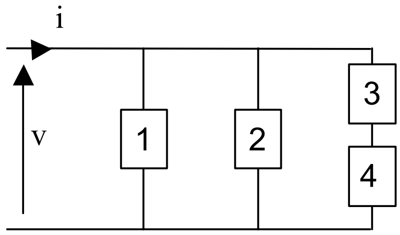


$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Chap 10. Exercice 11 : Ensemble en alternatif sinusoïdal



Soit un ensemble électrique constitué de quatre dipôles. Toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence.

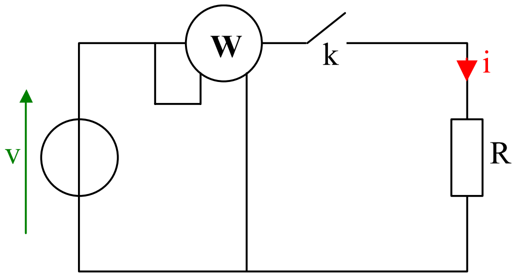
Les puissances actives et réactives consommées sont les suivantes:

P1 = +500 W	Q1 = +100 VAR	pour le dipôle N°1
P2 = +200 W	Q2 = +600 VAR	pour le dipôle N°2
P3 = 0 W	Q3 = –1000 VAR	pour le dipôle N°3
P4 = –300 W	Q4 = –100 VAR	pour le dipôle N°4

Exprimer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommées par l'ensemble. En déduire I_{eff} et le facteur de puissance de la ligne sachant que $V_{eff} = 400\ V$.

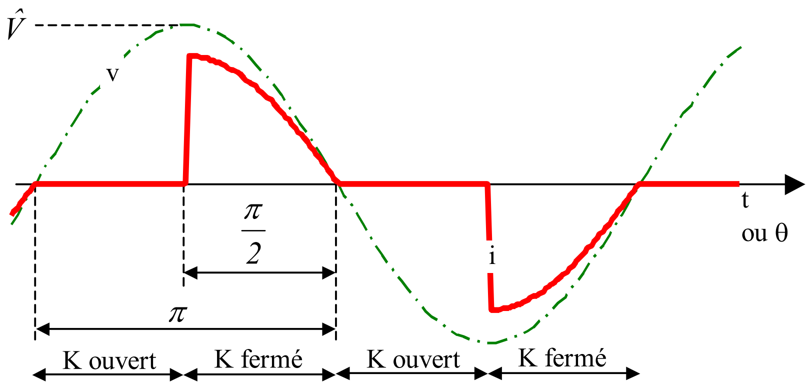
Sachant que v(t) = $400.\sqrt{2}$ .cos(ωt), exprimer i(t).

Chap 10. Exercice 12 : Gradateur sur charge résistive

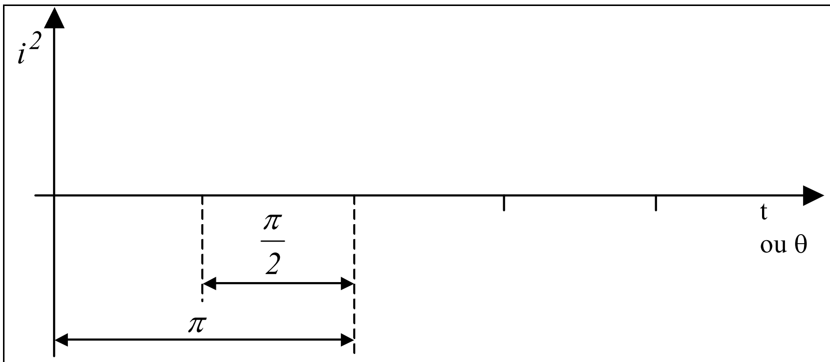
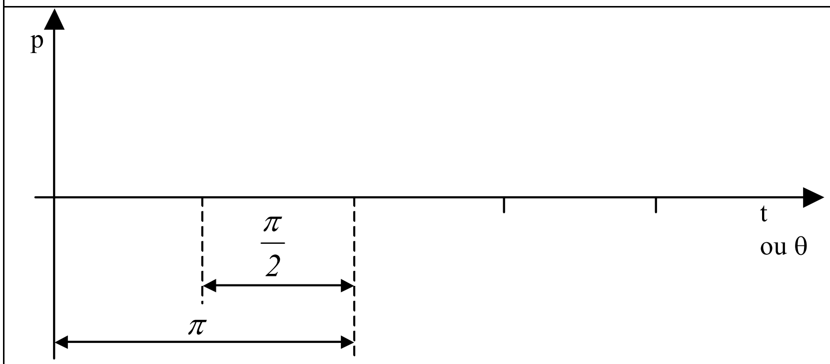


Une ligne monophasée alimente un gradateur sous une tension alternative sinusoïdale $v(t)$ d'amplitude $\hat{V}$. (représentée ci-dessous).

Le gradateur comporte un interrupteur électronique qu'on supposera parfait. (tension à ses bornes nulle lorsqu'il est fermé, courant nul à l'état ouvert)
Il débite sur une résistance R.



Le courant qui traverse le dipôle est constitué de morceaux de fonction alternative sinusoïdale comme indiqué en gras sur le graphe ci-contre.

	**a)** Exprimer la valeur maximum du courant. **b)** Représenter $i(t)^2$ sur le graphe ci-contre. **c)** En déduire la valeur efficace de $i(t)$.
	**d)** Représenter la puissance instantanée $p(t)$ sur le graphe ci-contre. **e)** En déduire la puissance active dans ce dipôle

f) Calculer le facteur de puissance du dipôle.

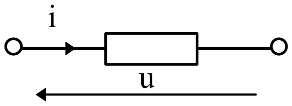
g) Déterminer l'indication du wattmètre.

8 CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.

L'objectif de ce questionnaire est d'aider l'étudiant à évaluer lui-même sa connaissance du cours. Il est conseillé de répondre sur une feuille de papier et de ne pas se contenter du sentiment d'avoir « entendu parler ».

1) Soit un signal i(t) périodique de période T. Définir sa valeur efficace en traduisant « R.M.S ».
Puis définir sa valeur efficace sous forme d'une intégrale.
Comment se situe la valeur efficace d'un signal par rapport à sa valeur moyenne et sa valeur max ?
Comment s'exprime la valeur efficace d'un signal alternatif sinusoïdal ?

2)



Soit un dipôle parcouru par un courant périodique i(t) de période T et soumis à une tension u(t) de même période T.

2a) Exprimer la puissance instantanée dans ce dipôle.

2b) Exprimer l'énergie consommée par ce dipôle sur un intervalle de temps [to,t1]

2c) Exprimer la puissance active dans ce dipôle dans le cas général (sous forme d'une intégrale).

2d) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si u(t) = Uo = constante.

2e) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si i(t) = Io = constante.

2f) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si $i(t) = I_{max}.\cos(\omega t)$ et $u(t) = U_{max}.\cos(\omega t + \varphi)$.

2g) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est une résistance de valeur R.

2h) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est un condensateur de capacité C.

2i) Exprimer la puissance active dans ce dipôle si celui-ci est une inductance de valeur L.

2j) *répondre par oui ou par non:*
La puissance active dans le dipôle est-elle, dans tous les cas, égale à $\left(v(t).i(t)\right)_{moy}$?

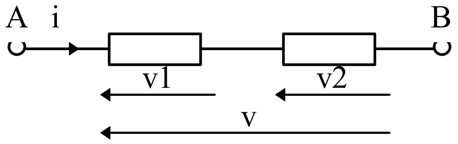
La puissance active dans le dipôle est-elle, dans tous les cas, égale à $\left[\left(v(t)\right)_{moy}.\left(i(t)\right)_{moy}\right]$?

2k) Définir la puissance apparente dans un dipôle.

2l) Définir le facteur de puissance d'une ligne monophasée ou d'un dipôle (cas général).

2m) Si $i(t) = I_{max}.\cos(\omega t)$ et $u(t) = U_{max}.\cos(\omega t + \varphi)$, comment s'exprime la puissance réactive et le facteur de puissance ? Représenter le « triangle des puissances ».

3) Association de dipôles.



Soit le montage ci-contre associant en série deux dipôles quelconques, avec $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $i(t)$ de même période.

Est-ce que, dans tous les cas, $V_{moy} = V_{1moy} + V_{2moy}$?

Est-ce que, dans tous les cas, $V_{eff} = V_{1eff} + V_{2eff}$?

Est-ce que, dans tous les cas, $\left(v(t).i(t)\right)_{moy} = \left(v_1(t).i(t)\right)_{moy} + \left(v_2(t).i(t)\right)_{moy}$?

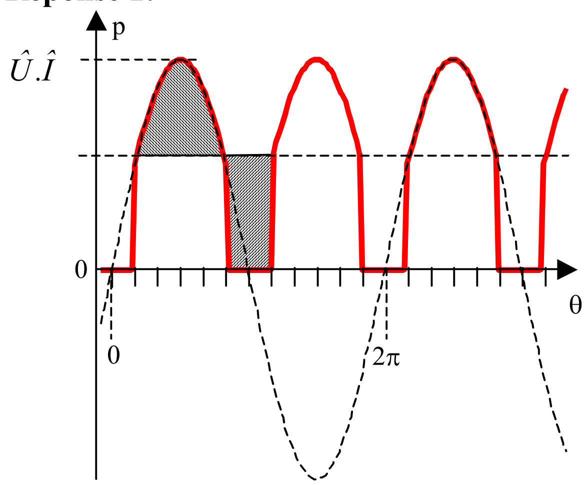
4) Qu'est ce que la conservation de la puissance active dans un ensemble électrique ? Est-ce réservé au régime alternatif sinusoïdal ?

5) Qu'est-ce que la puissance réactive ? Quand peut-on employer cette notion ?

Que dit le théorème de Boucherot lorsque les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence ?

9 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS

Réponse 1:



En hachurant les aires, on peut estimer l'ordre de grandeur de la puissance moyenne à $\geq 0{,}5.\hat{V}.\hat{I}$.

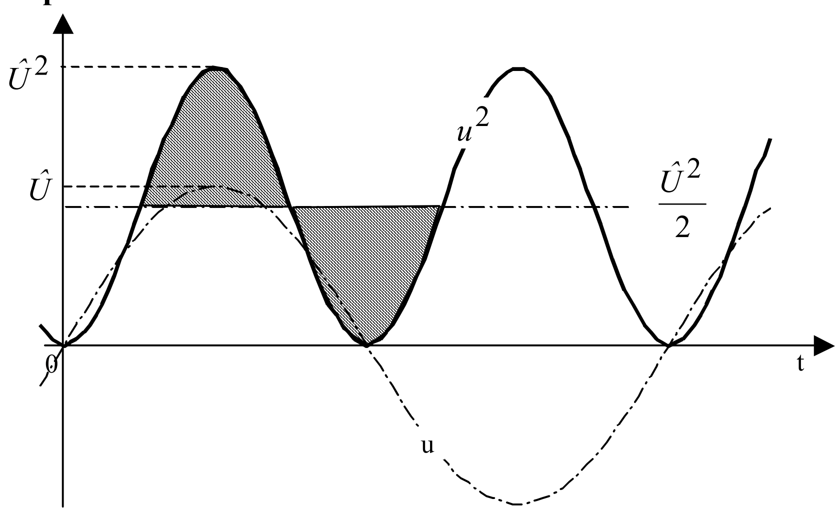
Mais pour avoir une valeur exacte, nous devons recourir à un calcul intégral.

La puissance instantanée étant constituée de morceaux de sinusoïdes, il est judicieux de graduer l'axe des abscisses en θ, en choisissant la valeur « 2π » pour la période de la fonction alternative sinusoïdale de base (ici en pointillé). Il est également souhaitable de choisir l'origine de façon que la fonction en pointillé soit un sinus ou un cosinus.

$$\Rightarrow P = \frac{1}{\pi}.\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \hat{U}.\hat{I}.sin(\theta).d\theta = \frac{\hat{U}.\hat{I}}{\pi}.\left[-cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right] = \frac{\hat{U}.\hat{I}.\sqrt{3}}{\pi} = 0{,}551.\hat{U}.\hat{I}\,.$$

Retour

Réponse 2:



Si on hachure les aires « au-dessus » et « au-dessous », il est évident que la valeur moyenne de $u(t)^2$ est $\frac{\hat{U}^2}{2}$.

La valeur efficace étant la racine carrée de la valeur moyenne de la fonction au carré, on en déduit :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{\hat{U}^2}{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

A retenir : $\boxed{\textit{En alternatif sinusoïdal : } U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}}$

De même pour un courant alternatif sinusoïdal : $I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$.

Retour

Réponse 3:

$$P = \frac{1}{T}.\int_{to}^{to+T} \hat{U}.cos(\omega.t+\varphi).\hat{I}.cos(\omega.t).dt = \frac{\hat{U}.\hat{I}}{T}.\int_{to}^{to+T} \frac{cos[(\omega.t+\varphi)+(\omega.t)]+cos[(\omega.t+\varphi)-(\omega.t)]}{2}.dt$$

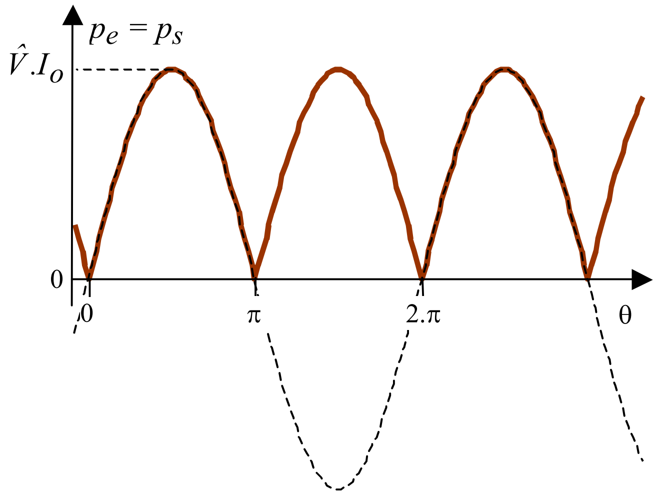
$$P = \frac{\hat{U}.\hat{I}}{2.T}.\int_{to}^{to+T} [cos(2.\omega.t+\varphi)+cos(\varphi)].dt = \frac{\hat{U}.\hat{I}}{2.T}.\int_{to}^{to+T} cos(2.\omega.t+\varphi).dt + \frac{\hat{U}.\hat{I}}{2.T}.\int_{to}^{to+T} cos(\varphi).dt$$

$$P = 0 + \frac{\hat{U}.\hat{I}}{2.T}.cos(\varphi).T = \frac{\hat{U}.\hat{I}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}.cos(\varphi) = U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi)$$

A retenir : $\boxed{\text{En alternatif sinusoïdal : } P = U_{eff}.I_{eff}.cos(\varphi).}$

Retour

Réponse 4:



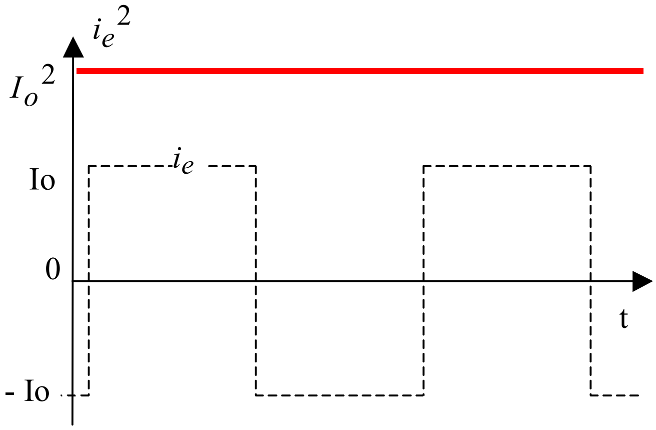
A chaque instant :

$$p_e(t) = v_e(t).i_e(t) = p_s(t) = v_s(t).I_o$$

La puissance active (la valeur moyenne de la puissance instantanée) est donc la même en entrée et en sortie du pont redresseur:

$$P = \frac{1}{\pi}.\int_0^{\pi} \hat{V}.I_o.sin(\theta).d\theta$$

$$P = \frac{\hat{V}.I_o}{\pi}.[-cos(\pi)+cos(0)] = \frac{2.\hat{V}.I_o}{\pi}$$



A chaque instant : $i_e(t)^2$ est égal à I_o^2.

La valeur moyenne de $i_e(t)^2$ est donc I_o^2.

Donc $I_{e_{eff}} = \sqrt{I_o^2} = I_o$

A chaque instant : $v_e(t)^2$ est égal à $v_s(t)^2$. Donc $V_{s_{eff}} = V_{e_{eff}} = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$ (valeur efficace d'une fonction alternative sinusoïdale).

La valeur du facteur de puissance est donc la même en entrée et en sortie du pont redresseur :

$$k_e = k_s = \frac{p}{V_{eff}.I_{eff}} = \frac{\frac{2.\hat{V}.I_o}{\pi}}{\frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}.I_o} = \frac{2.\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}9\,.$$

[Retour]

Réponse 5:

$$P = V_{eff}.I_{eff}.\cos(\text{déphasage de v(t) par rapport à i(t)}) \quad V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \;;\; I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{200}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{200.10}{2}.\frac{1}{2} = 500\ W$$

$$Q = V_{eff}.I_{eff}.\sin(\text{déphasage de v(t) par rapport à i(t)})$$

$$\Rightarrow Q = \frac{200}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}}.\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{200.10}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 500.\sqrt{3}\ VAR$$

$$S = V_{eff}.I_{eff} = \frac{200}{\sqrt{2}}.\frac{10}{\sqrt{2}} = 1000\ VA$$

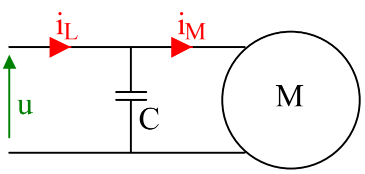
En régime alternatif sinusoïdal : $k = \frac{P}{S} = \cos(\text{déphasage de v(t) par rapport à i(t)}) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0{,}5$

[Retour]

Réponse 6:

a) $I_{M_{eff}} = \frac{P_M}{U_{eff}.cos(\varphi)} = \frac{2000}{220.0{,}7} = 13\ A$

b)



$$P_{total} = P_C + P_M = 0 + P_M = 2000\ W$$

$Q_{total} = Q_C + Q_M = 0$ car le facteur de puissance a pour valeur 1.

$$\Rightarrow Q_C = -Q_M = -P_M.tg(\varphi_M) = -2040\ VAR = -C.\omega.U_{eff}{}^2$$

$$\Rightarrow Q_C = -Q_M = -P_M.tg(\varphi_M) = -2040\ VAR = -C.\omega.U_{eff}{}^2$$

$$\Rightarrow C = 134\ \mu F \quad \text{et} \quad I_{L_{eff}} = \frac{S_{total}}{U_{eff}} = \frac{\sqrt{P_{total}{}^2 + Q_{total}{}^2}}{U_{eff}} = \frac{P_{total}}{U_{eff}} = \frac{2000}{220} = 9{,}09\ A$$

Le courant efficace dans la ligne d'alimentation a été réduit dans un rapport $\frac{I_L}{I_M} = \frac{9{,}09}{13}$ et donc les pertes Joule dans les résistances parasites de la ligne ne sont plus que de : $\left(\frac{9{,}09}{13}\right)^2 = 49\%$ de ce qu'elles étaient sans la présence du condensateur

[Retour]