

ELECTRICITE

Analyse des signaux et des circuits électriques

Michel Piou

Chapitre 1

Lois générales de l'électricité en régime continu. Lois de Kirchhoff

Baselecpro
Edition 20/09/2010

numéro d'enregistrement de <Document Libre> : DL-001051-04-01.01.00



« copies autorisées pour un usage non commercial selon la Charte <Document Libre >
<http://www.documentlibre.org/CharteDL.html>

Table des matières

1 POURQUOI ET COMMENT ?	2
2 DEFINITIONS, VOCABULAIRE.....	3
3 LES COURANTS ET LES TENSIONS SONT DES GRANDEURS ALGEBRIQUES.....	4
4 QUELQUES CARACTERISTIQUES DE DIPOLES.....	5
5 LOI DE KIRCHHOFF.	6
5.1 Loi des nœuds.....	6
5.2 Loi des branches.....	7
5.3 Loi des mailles.	7
5.4 Exemple de mise en œuvre des lois de Kirchhoff.....	8
6 EXERCICES SUR LES RESEAUX LINEAIRES EN COURANT CONTINU.....	8
Chap 1. Exercice 1 : Lois de Kirchhoff N°1.....	8
Chap 1. Exercice 2 : Lois de Kirchhoff N°2.....	9
Chap 1. Exercice 3 : Pont diviseur de tension.....	9
Chap 1. Exercice 4 : Applications du pont diviseur de tension.....	9
Chap 1. Exercice 5 : Pont diviseur de courant.....	9
Chap 1. Exercice 6 : Applications du pont diviseur de courant.....	10
Chap 1. Exercice 7 : Résistance équivalente.....	10
Chap 1. Exercice 8 : Comportement et choix d'un potentiomètre de puissance.....	11
Chap 1. Exercice 9 : Application des lois de Kirchhoff.....	12
Chap 1. Exercice 10 : Application des lois de Kirchhoff.....	13
7 CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.....	14
8 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS	15

Temps de travail estimé pour un apprentissage de ce chapitre en autonomie : 8 heures.

Copyright : droits et obligations des utilisateurs

Ce document est extrait de la ressource *Baseleopro* qui est disponible en version numérique sur le site Internet *IUT en ligne*

Associé à *Baseleopro*, j'ai publié un **livre** aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre « *ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l'électricité* »

Je ne renonce pas à ma qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de mon document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document et de la ressource *Baseleopro*, notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Tout ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou*, la référence à *Baseleopro* et au site *Internet IUT en ligne*.

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

LOIS GENERALES DE L'ELECTRICITE EN REGIME CONTINU.

1 POURQUOI ET COMMENT ?

L'électricité qui agit dans un ensemble d'éléments électriques obéit à certaines lois de la physique. Celles-ci ont été progressivement établies à partir de multiples expériences au cours des derniers siècles.

Aujourd'hui, la connaissance de ces lois est indispensable à tout électricien ou électronicien.

Prérequis :

Les notions de « courant » et de « tension » (ou différence de potentiel) sont supposées connues ainsi que la loi d'Ohm « $U = R.I$ ».

Objectifs :

Acquisition de vocabulaire. Il convient de lire ce cours avec un surligneur pour repérer et mettre en évidence le vocabulaire nouveau.

Apprentissage de quelques lois de l'électricité. Les lois et les théorèmes énoncés doivent être connus par cœur le plus rapidement possible. A la fin du chapitre, la rubrique « Ce que j'ai retenu du chapitre » est destinée à faire le point à ce sujet.

Dans le concret, la mise en œuvres de ces lois est quelquefois difficile. Elle nécessite de la patience, de l'entraînement et une certaine dose d'intuition qu'on peut favoriser avec de la méthode.

Méthode de travail :

La compréhension des phénomènes électriques fait largement appel à l'utilisation de schémas. Pour bien les « voir », il est très important de faire des schémas propres, assez grands et en couleur ! Il faut se convaincre que l'absence de schéma ou la réalisation d'un schéma tout gris et rabougri est source de perte de temps et d'erreurs.

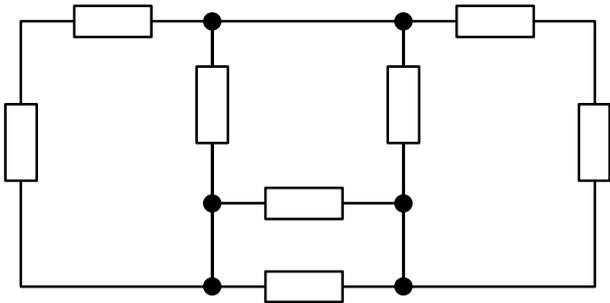
Travail en autonomie :

Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

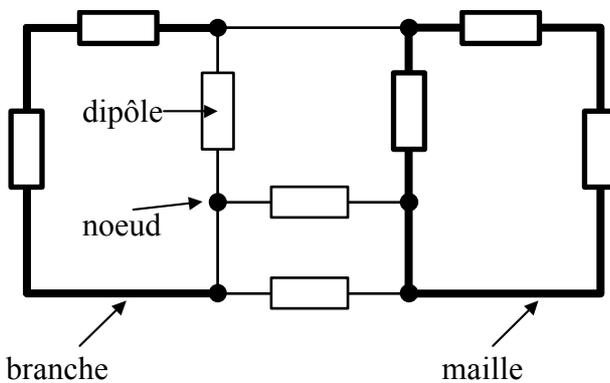
Corrigés en ligne :

Pour permettre une vérification autonome des exercices, consulter « Baselecpro » (chercher « baselecpro accueil » sur Internet avec un moteur de recherche)

2 DEFINITIONS, VOCABULAIRE



Réseau électrique: Ensemble d'éléments électriques reliés entre eux et susceptibles d'être parcourus par des courants électriques.



Dipôle: Tout ensemble d'éléments électriques situés entre deux nœuds.

Branche: Ensemble de dipôles placés en série entre deux nœuds.

Maille: Ensemble de branches constituant une boucle fermée.

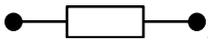
Dipôle linéaire: Dipôle dont la relation entre la tension entre ses bornes et le courant qui le traverse peut être décrite par une équation linéaire à coefficients constants.

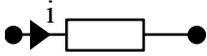
Les dipôles linéaires les plus courants dans ce cours sont les **résistances ohmiques**, les **inductances** propres et mutuelles, les **condensateurs**, les **sources** (ou générateurs) de tension ou de courant **indépendantes** et les sources linéairement dépendantes. (voir la suite de ce cours...)

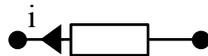
Un ensemble de dipôles linéaires constitue un **réseau linéaire**.

Le calcul de l'état électrique d'un réseau linéaire (valeur des tensions et des courants aux différents points de ce réseau) est obtenu par la résolution du système d'équations décrivant les éléments de ce réseau.

3 LES COURANTS ET LES TENSIONS SONT DES GRANDEURS ALGEBRIQUES.

Considérons un dipôle . Le courant qui le traverse, s'il n'est pas nul, peut être dirigé vers la droite ou vers la gauche (1). Pour préciser cette information, on peut le dire avec une phrase (par exemple « le courant va de la gauche vers la droite »)... Mais il est difficile de calculer avec des phrases !

Une solution plus pratique consiste à choisir une orientation du courant (matérialisée par une flèche sur le dipôle): . On peut maintenant remplacer la phrase « le courant va de la gauche vers la droite » par $i > 0$. La phrase « le courant va de la gauche vers la droite et sa valeur est 3 A » devient $i = +3 \text{ A}$.

Le sens de la flèche est arbitraire (2). Si on avait choisi , la même information se traduirait par $i = -3 \text{ A}$.

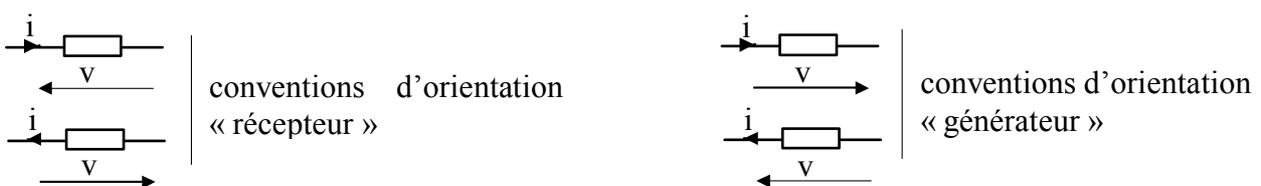
Pour décrire un courant, on choisit donc arbitrairement une orientation (matérialisée par une flèche). Si le courant est effectivement dans le sens de la flèche, on dit qu'il est positif, s'il est de sens contraire, on dit qu'il est négatif.

Attention : Pour des raisons de facilité, lors des premiers cours d'électricité (au collège), le fléchage des courants était toujours choisi de façon qu'ils soient positifs.

Mais nous allons rencontrer des situations où l'on ne connaît pas à priori le sens du courant et des situations où le sens du courant varie au cours du temps. Dans ce cas les flèches seront placées librement, et c'est le signe du courant qui précisera son sens réel.

On peut faire la même remarque en ce qui concerne l'orientation des tensions.

Il y a quatre possibilités pour orienter un dipôle:



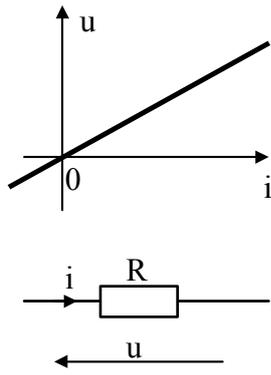
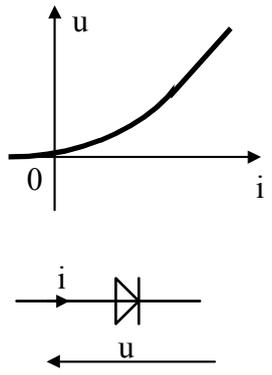
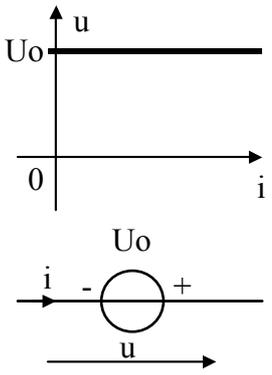
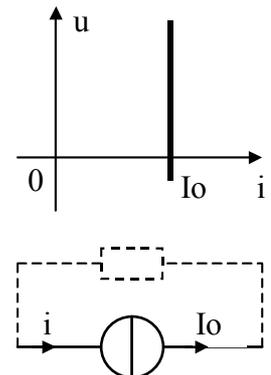
Conclusion:

Les courants et les tensions dans un réseau électrique sont des grandeurs algébriques. Leur signe dépend de l'orientation arbitrairement choisie pour leur fléchage sur le schéma de ce réseau.

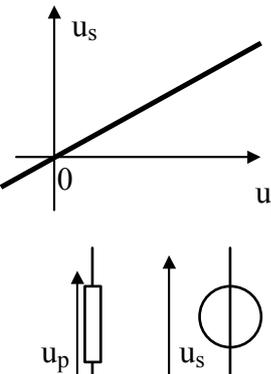
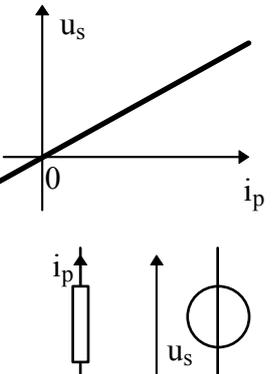
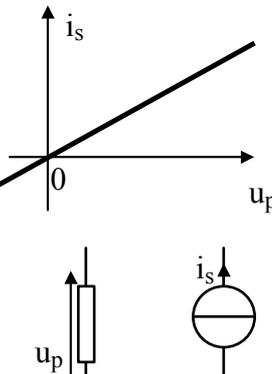
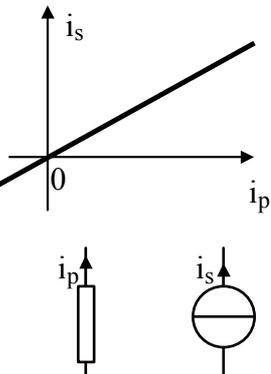
(1) Le sens du courant est, par convention, inverse du sens de déplacement des électrons.

(2) On peut le choisir au hasard, ou le choisir de façon à rendre les calculs plus faciles.

4 QUELQUES CARACTERISTIQUES DE DIPOLES.

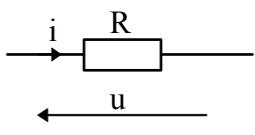
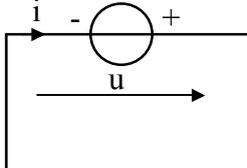
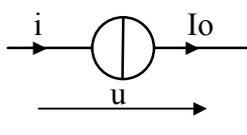
 <p>Résistance ohmique. C'est un dipôle linéaire.</p> <p>Loi d'Ohm: $u = R \cdot i$</p>	 <p>Exemple de dipôle non linéaire.</p>	 <p>Source de tension idéale: $u = U_0$ <u>indépendante</u> des autres éléments du réseau.</p>	 <p>Source de courant idéale: $i = I_0$ <u>indépendante</u> des autres éléments du réseau.</p>
--	--	---	--

Les quatre types de source ci-dessous sont des sources **linéairement dépendantes** : leur valeur est proportionnelle à une autre grandeur du réseau électrique :

 <p>Source de tension commandée par une autre tension.</p> <p>u_s est <u>linéairement dépendant</u> de u_p: $u_s = k \cdot u_p$</p>	 <p>Source de tension commandée par un courant.</p> <p>u_s est <u>linéairement dépendant</u> de i_p: $u_s = k \cdot i_p$</p>	 <p>Source de courant commandée par une tension.</p> <p>i_s est <u>linéairement dépendant</u> de u_p: $i_s = k \cdot u_p$</p>	 <p>Source de courant commandée par un autre courant.</p> <p>i_s est <u>linéairement dépendant</u> de i_p: $i_s = k \cdot i_p$</p>
--	---	---	---

Remarque:

Les dipôles réels sont décrits par des **modèles**, mais ceux-ci ne sont acceptables que dans certaines limites. Voici trois exemples d'impossibilités :

<p>température = 500°C</p>  <p>La résistance fond!</p> <p>La Loi d'Ohm: $u = R.i$ n'est plus vérifiée !</p>	<p>U_0</p>  <p>Court-circuit!</p> <p>La source de tension idéale: $u = U_0$ doit délivrer un courant i infini ! Ce qui est impossible.</p>	 <p>Source de courant idéale en circuit ouvert: $i = I_0$ est impossible !</p>
---	--	--

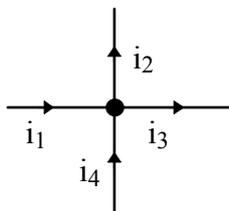
5 LOI DE KIRCHHOFF.

Les lois de Kirchhoff sont la loi des nœuds et la loi des mailles. Elles s'appliquent aux réseaux électriques, qu'ils soient linéaires ou non.

5.1 Loi des nœuds.

En un nœud, il n'y a pas d'accumulation de charges électriques (propriété du courant électrique)→

La somme des courants qui entrent dans un nœud est égale à la somme des courants qui en repartent.

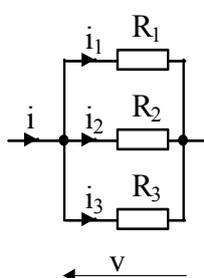


Exemple N°1:

Ecrire la relation algébrique entre les quatre courants.

Sachant que: $i_1 = 2 A$, $i_2 = 3 A$, $i_3 = -2 A$, en déduire la valeur algébrique de i_4 . *Réponse 1:*

Exemple N°2 : Résistances en parallèle.



$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \frac{v}{R_3}$$

$$i = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

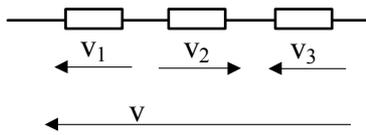
L'ensemble des trois résistances reliées en parallèle se comporte vis à vis du réseau électrique dans lequel il est placé comme une résistance unique $R_{\text{équivalent}}$ telle que $v = R_{\text{équivalent}} \cdot i$.

$$\Rightarrow R_{\text{équivalent}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(R_1^{-1} + R_2^{-1} + R_3^{-1} \right)^{-1}$$

Remarque : cette notation en « puissance moins un » est plus pratique que les traditionnels « produits sur somme ». Elle permet une écriture plus compacte et diminue les risques d'erreur avec les calculettes. (La fonction « puissance - 1 » correspond à la touche « 1/x » des calculatrices).

L'expression de la résistance équivalente à des résistances en parallèle est à connaître par cœur.

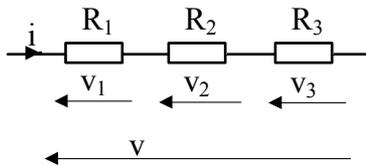
5.2 Loi des branches.



La tension (ou différence de potentiel) aux bornes d'une branche est la somme algébrique des tensions aux bornes de chacun des éléments de la branche (en tenant compte des orientations des flèches).

Dans l'exemple ci-contre : $v = v_1 - v_2 + v_3$

Exemple : Résistances en série.



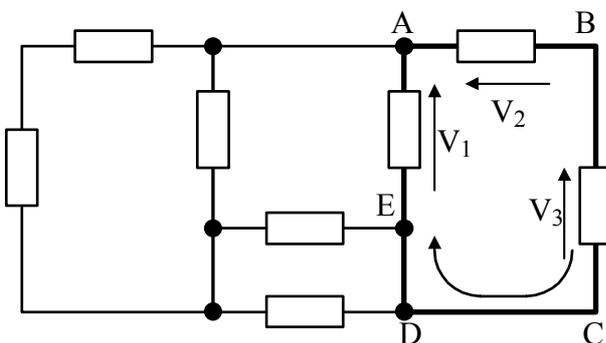
$$v = v_1 + v_2 + v_3 = R_1.i + R_2.i + R_3.i = (R_1 + R_2 + R_3).i$$

L'ensemble des trois résistances reliées en série se comporte vis à vis du réseau électrique dans lequel il est placé comme une résistance unique $R_{\text{équivalent}}$ telle que $v = R_{\text{équivalent}}.i$.

$$\Rightarrow R_{\text{équivalent}} = R_1 + R_2 + R_3$$

L'expression de la résistance équivalente à des résistances en série est à connaître par cœur.

5.3 Loi des mailles.



Après avoir choisi un sens arbitraire de parcours de la maille A B C D E A :

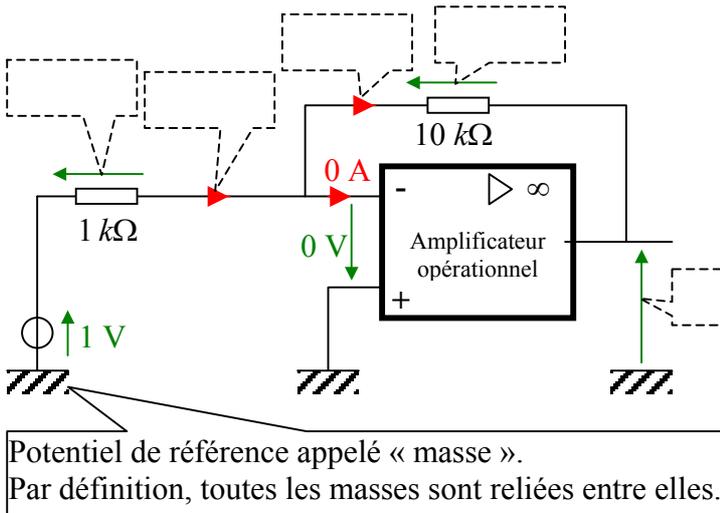
En parcourant la maille, la somme des tensions dans le sens du parcours est égale à la somme des tensions de sens contraire.

ici: $V_1 = V_2 + V_3$ ou $V_1 - V_2 - V_3 = 0$

Par exemple: Pour le schéma ci-dessus,

$V_1 = 15 V$, $V_2 = -10 V$, calculer V_3 . (Réponse 2:)

5.4 Exemple de mise en œuvre des lois de Kirchhoff



Cet exemple ne nécessite aucune connaissance sur les amplificateurs opérationnels.

Les courants sur les entrées « + » et « - » sont très faibles par rapport aux autres courants du montage ; on les approxime à des courants nuls. Dans ce type de montage, la tension entre les entrées « + » et « - » de l'amplificateur opérationnel est très faible par rapport aux autres tensions du montage ; on l'approxime à une tension nulle.

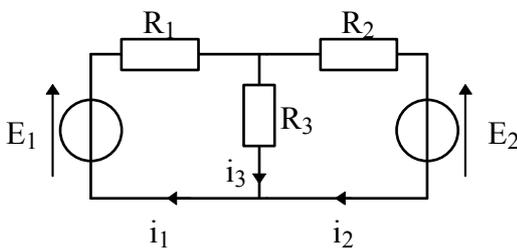
Compléter les cases en pointillé sur le schéma avec la valeur numérique de chaque grandeur.

(Réponse 3:)

6 EXERCICES SUR LES RESEAUX LINEAIRES EN COURANT CONTINU

Chap 1. Exercice 1 : Lois de Kirchhoff N°1.

*Objectifs: mettre en œuvre la loi des mailles et la loi des nœuds.
être attentif au sens des flèches pour appliquer correctement la loi d'Ohm.*



Sur le schéma ci contre, flécher la tension aux bornes de chaque résistance pour appliquer la loi d'Ohm $u = R.i$.

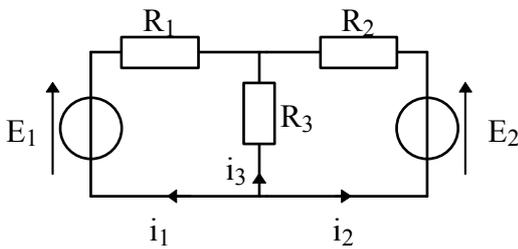
Sur ce montage, trois mailles peuvent être dessinées, mais seules deux équations des mailles sont indépendantes. (La troisième maille n'empruntant aucune branche nouvelle, elle n'apporte aucune information nouvelle).

Ecrire la loi des mailles sur les trois mailles et constater que la troisième équation se déduit des deux autres. (Elle n'est pas indépendante).

Pour exprimer i_1 , i_2 , et i_3 , en fonction de E_1 , E_2 , R_1 , R_2 , et R_3 , il faut trois équations indépendantes. Etablir cette troisième équation à partir de la loi des noeuds. En déduire i_1 , i_2 , et i_3 sachant que $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ et $R_3 = 5 \Omega$.

Chap 1. Exercice 2 : Lois de Kirchhoff N°2.

Objectif: montrer que l'état électrique d'un circuit ne dépend pas du choix des orientations.

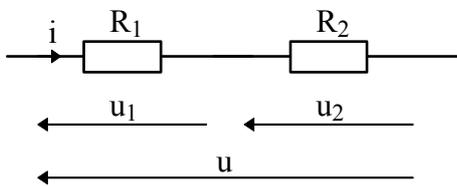


Reprendre le problème précédent avec les nouvelles orientations des courants.

Chap 1. Exercice 3 : Pont diviseur de tension.

Objectif: Revoir les résistances en série.

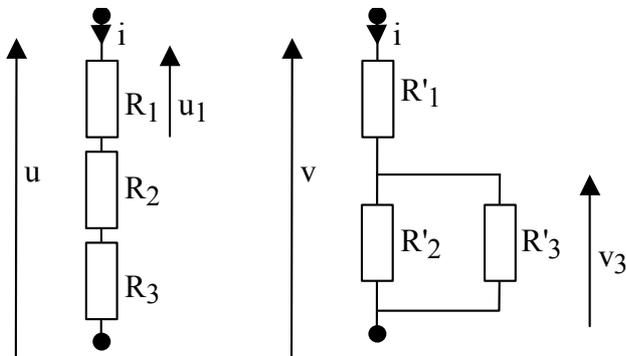
Etablir la relation du « pont diviseur de tension » qu'il conviendra de retenir par cœur!



Exprimer u_1 en fonction de u , R_1 et R_2 ... et retenir le résultat.

Chap 1. Exercice 4 : Applications du pont diviseur de tension.

Objectif: Avec un peu d'astuce, on veut utiliser la formule du pont diviseur de tension pour obtenir très rapidement un résultat.

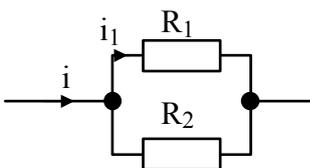


Exprimer u_1 en fonction de u , R_1 , R_2 et R_3 ; ainsi que v_3 en fonction de v , R'_1 , R'_2 et R'_3 .

Chap 1. Exercice 5 : Pont diviseur de courant.

Objectif: Revoir les résistances en parallèle.

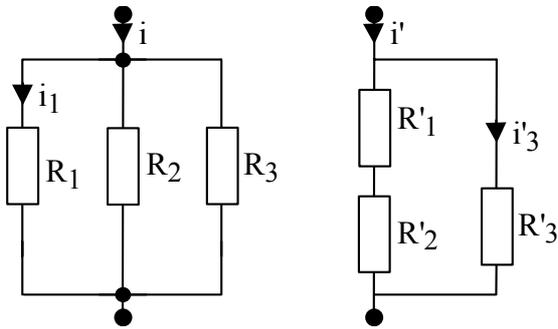
Etablir la relation du « pont diviseur de courant » qu'il conviendra de retenir par cœur !



Exprimer i_1 en fonction de i , R_1 et R_2 ... et retenir le résultat.

Chap 1. Exercice 6 : Applications du pont diviseur de courant.

Objectif: Avec un peu d'astuce, on veut utiliser la formule du pont diviseur de courant pour obtenir très rapidement un résultat.

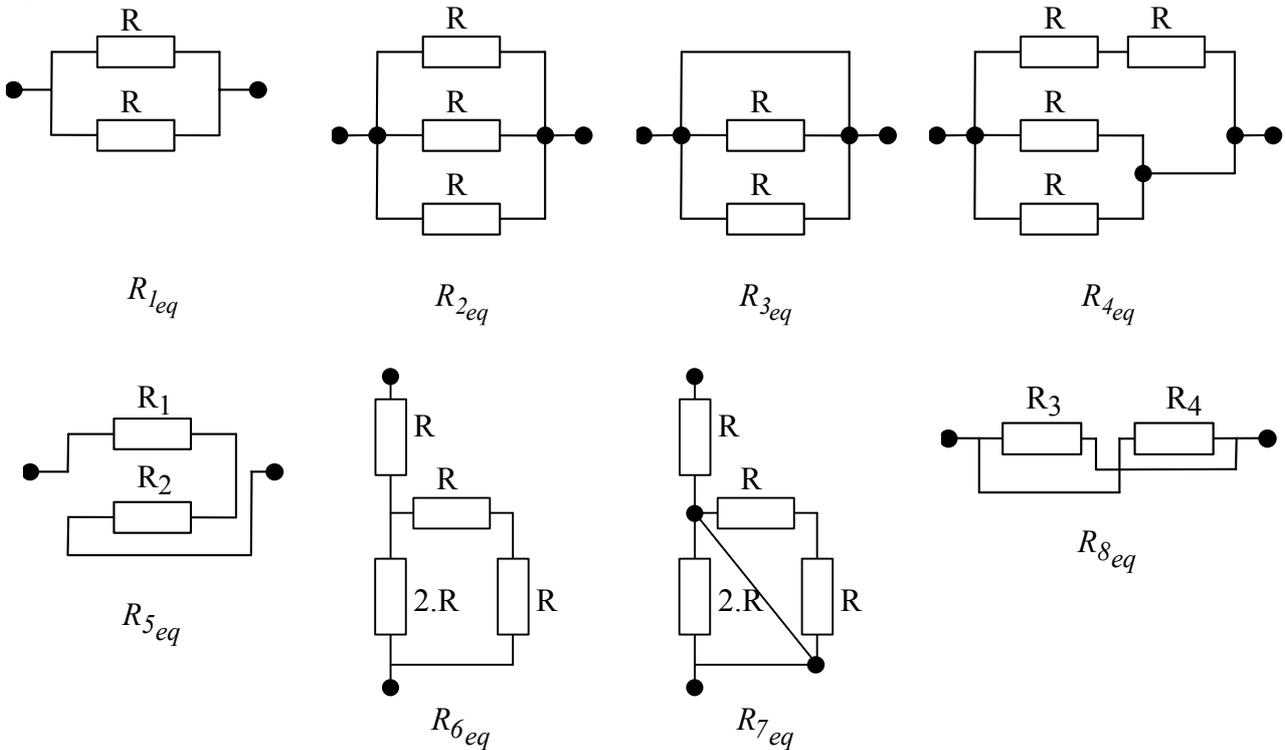


Exprimer i_1 en fonction de i , R_1 , R_2 et R_3 ; ainsi que i'_3 en fonction de i' , R'_1 , R'_2 et R'_3 .

Chap 1. Exercice 7 : Résistance équivalente.

Objectif : Résistances en série ou en parallèle ; savoir lire un schéma.

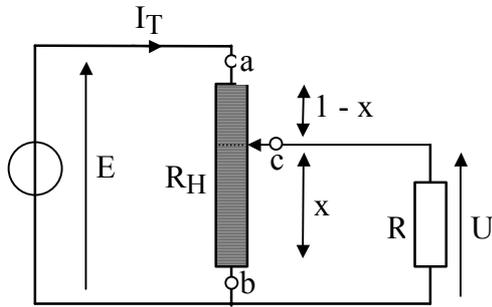
Exprimer les résistances équivalentes R_{1eq} , R_{2eq} , R_{3eq} , R_{4eq} , R_{5eq} , R_{6eq} , R_{7eq} et R_{8eq} des dipôles suivants (3) :



(3) Par définition, deux éléments de même nom ont même valeur.

Chap 1. Exercice 8 : Comportement et choix d'un potentiomètre de puissance.

Objectif : Cet exercice est un peu plus compliqué que les précédents. Son objectif est de connaître le comportement d'un montage potentiométrique associé à une charge, de façon à effectuer un choix de matériel.



Un potentiomètre est une résistance dotée de trois bornes : « a » et « b » sont fixes (aux extrémités de la résistance) alors que « c » est un curseur (mobile).

La position de la borne « c » peut être repérée par un paramètre x avec $0 < x < 1$.

Si la résistance totale est R_H , Elle se décompose en une résistance $x.R_H$ entre « b » et « c » et une résistance $(1 - x).R_H$ entre « a » et « c ».

Le montage potentiométrique ci-dessus est alimenté par un générateur de tension continue « E ». Il alimente une charge R sous une tension « U » qui dépend de la position x du curseur.

$(x = 0 \Leftrightarrow U = 0 ; x = 1 \Leftrightarrow U = E)$.

a) Montrer que
$$U = \frac{E \cdot x}{1 + (1 - x) \cdot x \cdot \frac{R_H}{R}}$$

Compléter le tableau suivant:

$x \backslash \frac{R_H}{R}$	0,1	1	10
0,2	$U = 0,197.E$	$U = 0,172.E$	$U = 0,077.E$
0,5			$U = 0,143.E$
0,8	$U = 0,787.E$	$U = 0,69.E$	$U = 0,308.E$

A partir des valeurs ci-contre, représenter l'allure des courbes $U(x)$ pour $\frac{R_H}{R} = 0,1$, $\frac{R_H}{R} = 1$ et $\frac{R_H}{R} = 10$.

b) Exprimer la résistance équivalente R_T entre les bornes du générateur « E » en fonction de x, R_H et R.

Pour tout $0 < x < 1$, on peut montrer que : $\frac{d(R_T)}{dx} < 0$. En déduire l'expression du courant $I_{T_{maximum}}$ en fonction de E, R_H et R.

Lorsque le curseur est presque au maximum, on peut considérer que la partie supérieure de R_H est traversée par ce courant $I_{T_{maximum}}$. Ce courant doit demeurer inférieur au courant maximum admissible par le potentiomètre sous peine de le détruire.

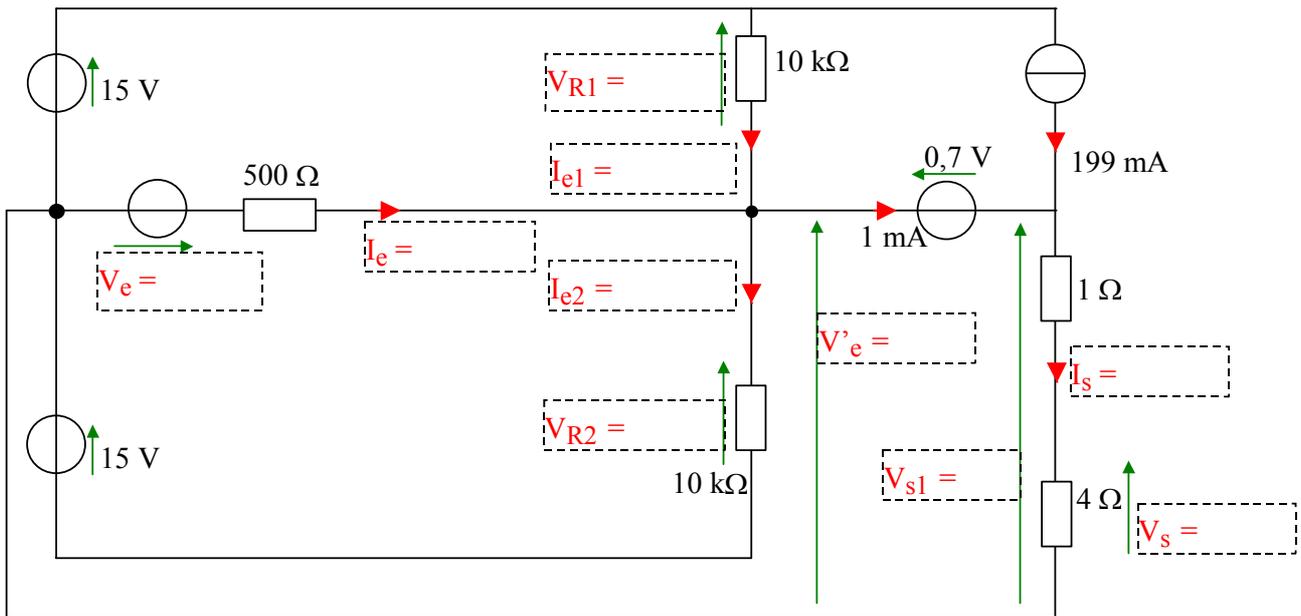
c) Soit $E = 220 \text{ V}$, $R = 200 \Omega$.

On dispose de trois potentiomètres: $R_{H1} : 75 \Omega / 3,6 \text{ A}$; $R_{H2} : 201 \Omega / 2,2 \text{ A}$ et $R_{H3} : 1000 \Omega / 1,5 \text{ A}$. (L'intensité indiquée est la valeur maximale à ne pas dépasser).

Choisir le potentiomètre qui ne sera pas détruit et qui donnera la variation $U(x)$ la plus régulière.

Chap 1. Exercice 9 : Application des lois de Kirchhoff

Objectif : Test sur la capacité à utiliser la loi des mailles et la loi des nœuds



Le schéma ci-dessus représente un état électrique simplifié d'un montage amplificateur « push-pull ».

(On se souviendra que lorsque deux conducteurs se croisent sur un schéma, si au point d'intersection existe un point « \bullet », les deux conducteurs sont reliés entre eux. Si au point d'intersection ne figure aucun point : « --- », les deux conducteurs ne sont pas reliés.)

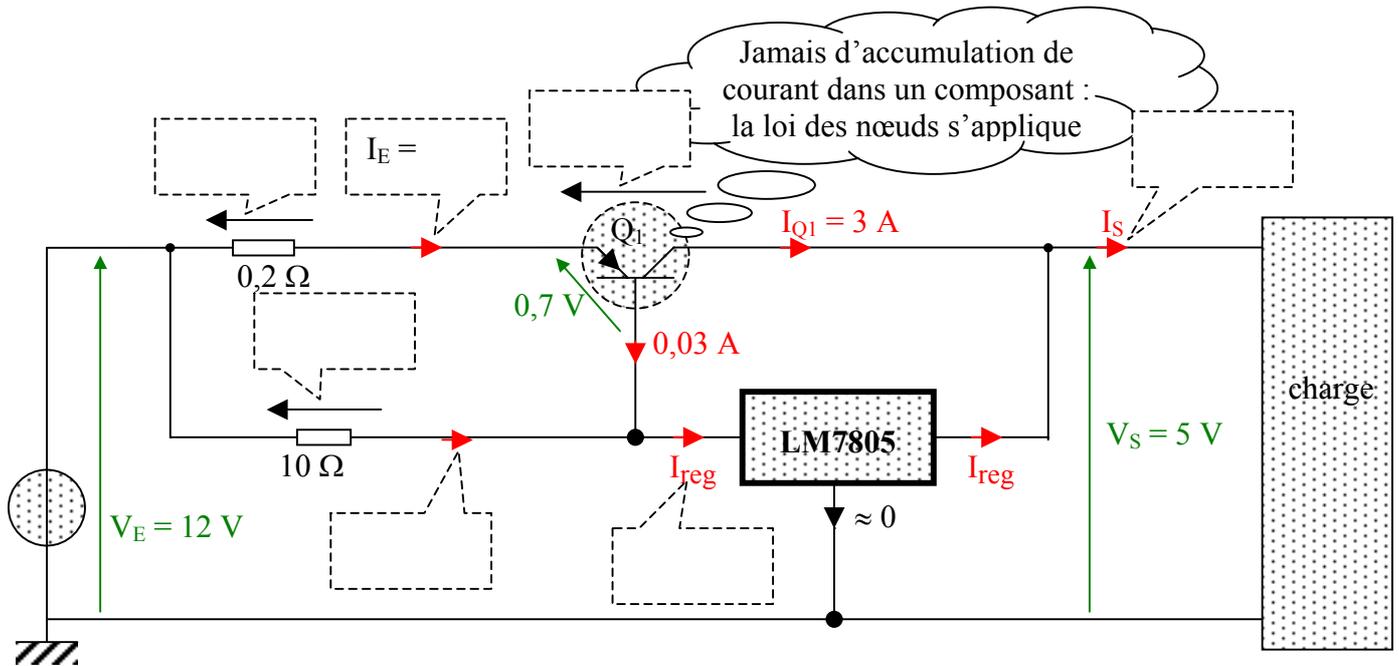
Pour déterminer l'état électrique du montage, compléter tous les cadres en utilisant la loi des mailles et la loi des nœuds. Il est conseillé de procéder dans l'ordre suivant : I_s ; V_s ; V_{s1} ; V'_e ; V_{R2} ; I_{e2} ...

Chap 1. Exercice 10 : Application des lois de Kirchhoff

Objectif : Test sur la capacité à utiliser la loi des mailles et la loi des nœuds

Le schéma ci-dessous représente la mise en œuvre d'un stabilisateur de tension. Aucune connaissance des transistors ou des régulateurs LM7805 n'est nécessaire. On utilisera seulement les lois d'Ohm, des mailles et des nœuds.

Dans chaque cadre en pointillé, indiquer la valeur **numérique** du paramètre considéré. (Commencer par I_E .)



7 CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.

L'objectif de ce questionnaire est d'aider l'étudiant à évaluer lui-même sa connaissance du cours. Il est conseillé de répondre sur une feuille de papier et de ne pas se contenter du sentiment d'avoir « entendu parler ».

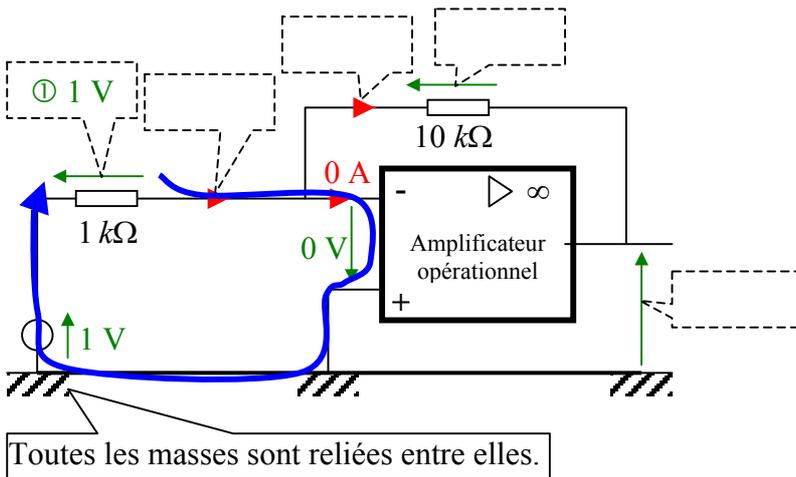
1. Quels dipôles peut-on trouver dans un réseau linéaire ? *(Il faut citer tous ceux qui sont indiqués à la première page)*
2. Est-ce que je fais bien la différence entre le fléchage des courants et des tensions et le sens réel de ces grandeurs ? Qu'est-ce qu'une « orientation récepteur » et une « orientation générateur » ?
3. Ecrire la loi des mailles et la loi des nœuds. *(On peut le faire au travers d'un exemple).*
4. Ecrire la formule du pont diviseur de tension et représenter le schéma associé.
5. Ecrire la formule du pont diviseur de courant et représenter le schéma associé.

8 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS

Réponse 1: $i_4 = i_2 + i_3 - i_1 = 3 - 2 - 2 = -1 \text{ A}$. Le sens réel du courant i_4 est opposé à celui de la flèche. [Retour](#)

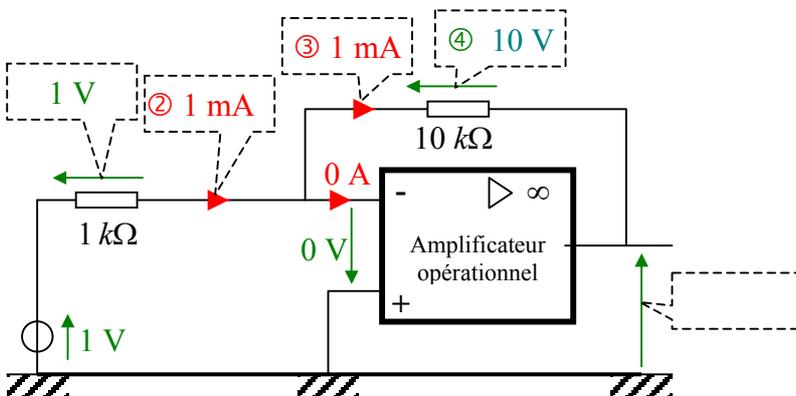
Réponse 2: $v_3 = v_1 - v_2 = 25 \text{ V}$ [Retour](#)

Réponse 3:



① Une façon astucieuse d'appliquer la loi des mailles :

Pour trouver une tension, partir de la queue de la flèche et rejoindre la pointe par un chemin connu. Toutes les tensions rencontrées en chemin sont ajoutées si elles sont dans le sens du parcours et retranchées si elles sont dans le sens contraire



② Application de la loi d'Ohm :

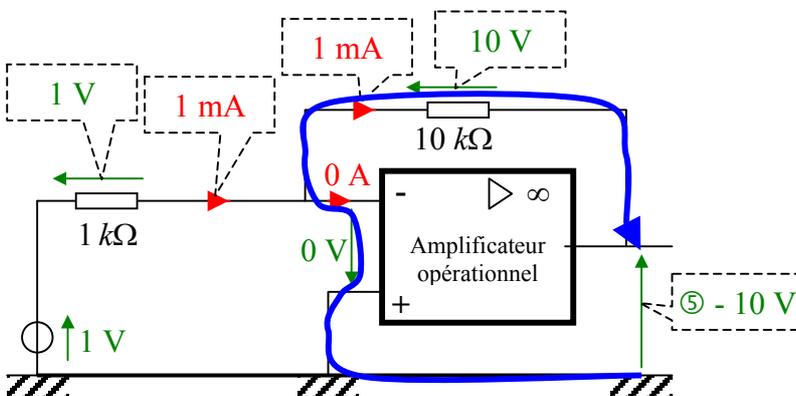
On vérifie que la résistance de $1 \text{ k}\Omega$ est bien orientée en convention récepteur.

③ Application de la loi des noeuds :

$$1 \text{ mA} = 1 \text{ mA} + 0$$

④ Application de la loi d'Ohm :

On vérifie que la résistance de $10 \text{ k}\Omega$ est bien orientée en convention récepteur.



⑤ Application de la loi des mailles :

Pour trouver une tension, partir de la queue de la flèche et rejoindre la pointe par un chemin connu. Toutes les tensions rencontrées en chemin sont ajoutées si elles sont dans le sens du parcours et retranchées si elles sont dans le sens contraire :

$$- 0 \text{ V} - 10 \text{ V} = - 10 \text{ V}$$

[Retour](#)