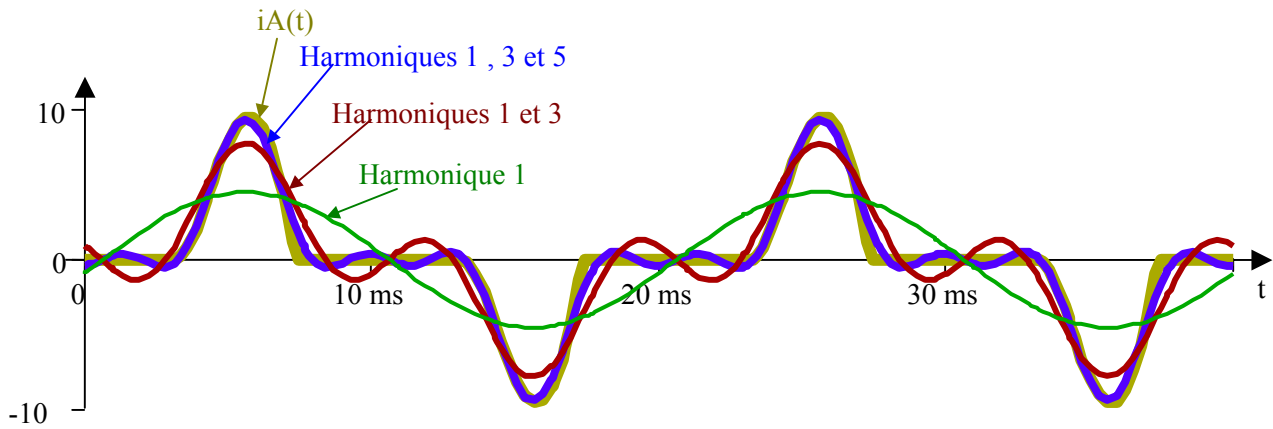


Harmoniques dans une ligne triphasée avec des charges équilibrées non linéaires. Corrigé

Réponse du § A) :

$i_A(t)$ présente une symétrie de glissement, donc son spectre ne possède pas d'harmoniques pairs.

Voici une recombinaison du courant $i_A(t)$ à partir de ses harmonique 1, 3 et 5 :



$$i_A(t) I_{A_{eff}} \approx \frac{\sqrt{4,5^2 + 3,3^2 + 1,6^2 + 0,5^2 + 0,3^2 + 0,2^2}}{\sqrt{2}} = 4,13 \text{ A}$$

$$THD_f \approx \sqrt{\frac{3,3^2 + 1,6^2 + 0,5^2 + 0,3^2 + 0,2^2}{4,5^2}} = 0,826$$

Le fondamental du courant $i_1(t)$ est légèrement en retard par rapport à la tension (environ 0,6 ms) ($\approx 12^\circ$)
 $\Rightarrow \cos(\varphi_1) \approx 0,98$

$$k = PF \approx \frac{\cos(\varphi_1)}{\sqrt{1 + THD_f^2}} = \frac{0,98}{\sqrt{1 + 0,826^2}} = 0,756$$

$$k = PF = \frac{P}{V_{eff} \cdot I_{eff}} \Leftrightarrow P = PF \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} = 0,756 \cdot 235 \cdot 4,13 = 734 \text{ W}$$

$$\text{Ou } P = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_1) = 235 \cdot \frac{4,5}{\sqrt{2}} \cdot 0,98 = 733 \text{ W}$$

On peut estimer que le condensateur C1 ne se décharge que lorsque les diodes sont bloquées, (C'est une approximation). Dans ce cas : $\frac{d[v_{C1}(t)]}{dt} = -\frac{i_1}{C} = -\frac{2,3}{7 \cdot 10^{-4}} = 3286 \approx \frac{\Delta v_{C1}}{6 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \Delta v_{C1} \approx 19,7 \text{ V}$

$\Rightarrow V_{C1_{moy}} \approx V_{C1_{max}} - \frac{\Delta v_{C1}}{2} \approx 330 - 9,8 = 320 \text{ V} . \Rightarrow P = V_{C1_{moy}} \cdot I_1 \approx 320 \cdot 2,3 = 736 \text{ W}$ Ce qui confirme bien le résultat précédent.

Réponse du § **B** :

$$i_N(t) = i_A(t) + i_B(t)$$

$$i_A(t) = \hat{I}_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1) + \hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3) + \hat{I}_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5) + \hat{I}_7 \cdot \cos(7 \cdot \omega \cdot t + \varphi_7) + \dots$$

$$\text{(avec } T : \text{période} = 20 \text{ ms et } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{)}$$

$$i_B(t) = i_A\left(t - \frac{T}{3}\right)$$

$$i_B(t) = \hat{I}_1 \cdot \cos\left[\omega \cdot \left(t - \frac{T}{3}\right) + \varphi_1\right] + \hat{I}_3 \cdot \cos\left[3 \cdot \omega \cdot \left(t - \frac{T}{3}\right) + \varphi_3\right] + \hat{I}_5 \cdot \cos\left[5 \cdot \omega \cdot \left(t - \frac{T}{3}\right) + \varphi_5\right] + \dots$$

$$\Rightarrow i_B(t) = \hat{I}_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + \hat{I}_3 \cdot \cos\left(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3 - \frac{6\pi}{3}\right) + \hat{I}_5 \cdot \cos\left(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5 - \frac{10\pi}{3}\right) + \dots$$

$$\Rightarrow i_B(t) = \hat{I}_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + \hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3) + \hat{I}_5 \cdot \cos\left(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5 - \frac{4\pi}{3}\right) + \dots$$

$$\Rightarrow i_N(t) = \underbrace{\hat{I}_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1) + \hat{I}_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right)}_{\hat{I}_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi_1 - \frac{\pi}{3}\right)} + \underbrace{\hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3) + \hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3)}_{2 \cdot \hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3)} + \underbrace{\hat{I}_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5) + \hat{I}_5 \cdot \cos\left(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5 - \frac{4\pi}{3}\right)}_{\hat{I}_5 \cdot \cos\left(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5 + \frac{\pi}{3}\right)} + \dots$$

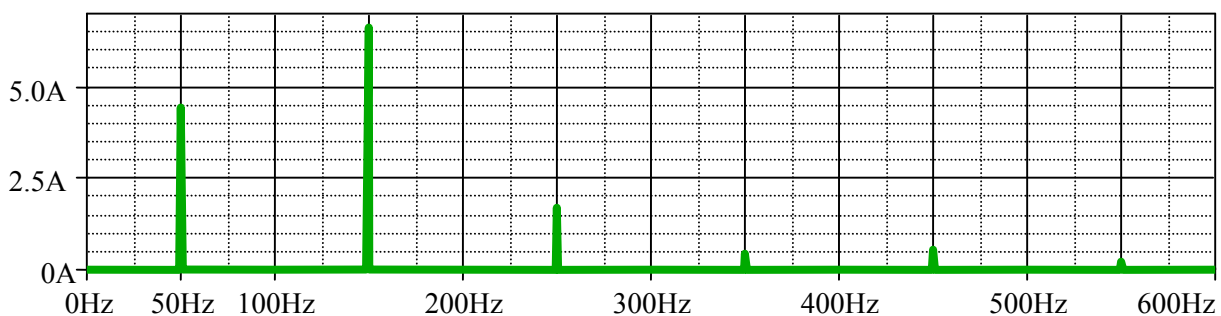
(Les sommes de fonctions alternatives sinusoïdales de même pulsation peuvent être obtenue par un diagramme de Fresnel).

L'amplitude des harmoniques impairs non multiples de 3 est identique au cas précédent. L'amplitude des harmoniques impairs 3 et multiples de 3 est doublée.

$$I_{N_{eff}} \approx \frac{\sqrt{4,5^2 + (2 \cdot 3,3)^2 + 1,6^2 + 0,5^2 + (2 \cdot 0,3)^2 + 0,2^2}}{\sqrt{2}} = 5,78 \text{ A}$$

Remarque : s'il n'y avait aucun chevauchement entre les graphes de $i_A(t)$ et de $i_B(t)$, $\{[i_N(t)]^2\}_{moy}$ serait doublé par rapport au **A**), et donc $I_{N_{eff}}$ serait multiplié par $\sqrt{2}$ (soit $4,13 \cdot \sqrt{2} = 5,84 \text{ A}$) ce qui est très proche du résultat obtenu).

Le spectre d'amplitude de $i_N(t)$ issu de la simulation est le suivant :



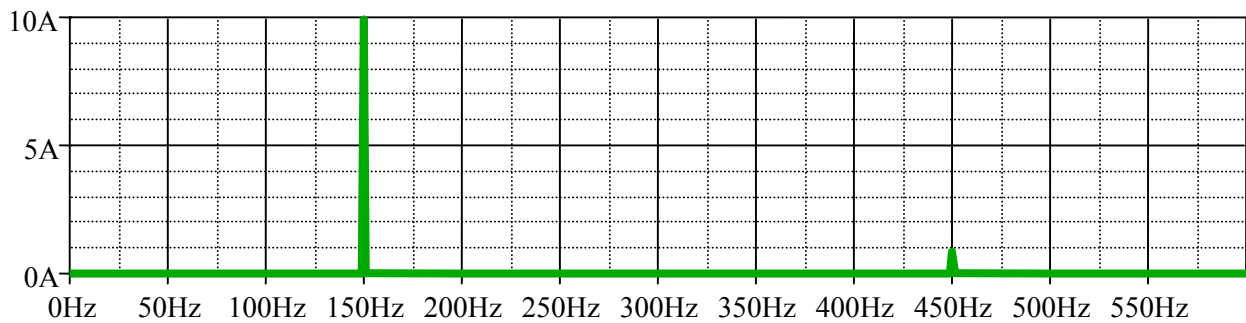
Réponse du § C) :

$i_N(t) = i_A(t) + i_B(t) + i_C(t)$. Les courants $i_A(t)$, $i_B(t)$ et $i_C(t)$ étant triphasés, alternatifs et équilibrés, seuls les harmoniques 3 et multiples de trois (non nuls) sont présents dans le neutre (voir la démonstration dans le cours (chapitre 5))

$$i_A(t) = \hat{I}_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1) + \hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3) + \hat{I}_5 \cdot \cos(5 \cdot \omega \cdot t + \varphi_5) + \hat{I}_7 \cdot \cos(7 \cdot \omega \cdot t + \varphi_7) + \dots$$

$$\Rightarrow i_N(t) = 3 \cdot \hat{I}_3 \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t + \varphi_3) + 3 \cdot \hat{I}_9 \cdot \cos(9 \cdot \omega \cdot t + \varphi_9) + 3 \cdot \hat{I}_{15} \cdot \cos(15 \cdot \omega \cdot t + \varphi_{15}) + \dots$$

Le spectre d'amplitude de $i_N(t)$ issu de la simulation est le suivant :



$$I_{N_{eff}} \approx \frac{\sqrt{(3 \cdot 3,3)^2 + (3 \cdot 0,3)^2}}{\sqrt{2}} = 7,03 \text{ A}$$

Remarque : s'il n'y avait aucun chevauchement entre les graphes de $i_A(t)$, $i_B(t)$ et de $i_C(t)$, $\{[i_N(t)]^2\}_{moy}$ serait triplé par rapport au **A**), et donc $I_{N_{eff}}$ serait multiplié par $\sqrt{3}$ (soit $4,13 \cdot \sqrt{3} = 7,15 \text{ A}$) ce qui est très proche du résultat obtenu).

En triphasé équilibré, le facteur de puissance se définit par $k = PF = \frac{P}{3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff}}$. Par rapport au **A**), la puissance active est triplée et les tensions et courants efficaces sont inchangés. Le facteur de puissance est donc le même.