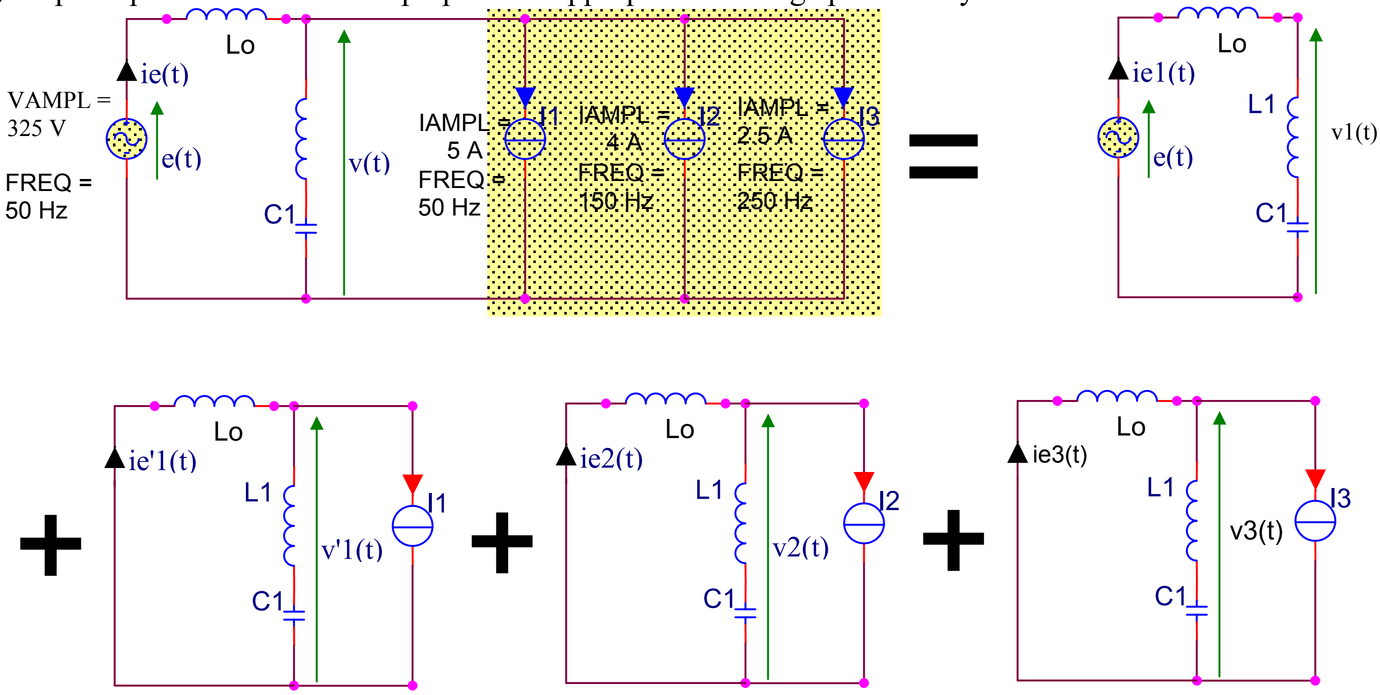
Echange d'énergie électrique et filtrage. Corrigé

a) Le principe du théorème de superposition appliqué au montage peut être symbolisé comme ceci :



b) Chaque sous montage est en régime alternatif sinusoïdal. On peut donc lui appliqué le calcul en complexes :
Rappel de la démarche :

$$e(t) = 230.\sqrt{2}.\cos(100.\pi.t)$$

$$\underline{E} = 230.e^{j0}$$

$$\underline{V_1} = \frac{\underline{E}.\left(jL_1.\omega - \dfrac{j}{C_1.\omega}\right)}{jL_0.\omega + jL_1.\omega - \dfrac{1}{jC_1.\omega}}. = \frac{230.e^{j0}.(j15 - j135)}{j5 + j15 - j135}$$

$$\Leftrightarrow \underline{V_1} = \frac{230.(-j120)}{-j115} = 240$$

$$(avec\ \omega = 100.\pi)$$

$$v_1(t) = 240.\sqrt{2}.\cos(100.\pi.t)$$

Avec la même méthode :

$$\underline{Ie_1} = \frac{\underline{V_1}}{jL_0.\omega + jL_1.\omega - \dfrac{j}{C_1.\omega}} = \frac{230.\sqrt{2}}{j.5 + j.15 - j.135} = \frac{230.\sqrt{2}}{-115j} = 2.\sqrt{2}.e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow ie_1(t) = 2.\sqrt{2}.\cos\left(100.\pi.t + \frac{\pi}{2}\right)$$

➢ Sachant que la pulsation de $i_1(t)$ est de $100.\pi$:

$$\underline{V'_1} = -\underline{I_1}.\left[(jL_0.\omega)^{-1} + \left(jL_1.\omega - \frac{j}{C_1.\omega}\right)^{-1}\right]^{-1} = -5.\left[(j.5)^{-1} + (j.15 - j.135)^{-1}\right]^{-1} = -5.\left[\frac{1}{5j} - \frac{1}{120j}\right]^{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{V'_1} = -5.\left[\frac{24}{120j} - \frac{1}{120j}\right]^{-1} = -5.\left[\frac{23}{120j}\right]^{-1} = -5.\frac{120j}{23} = -26{,}1j = 26{,}1.e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow v'_1(t) = 26{,}1.\cos\left(100.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{Ie'_1} = \frac{\underline{I_1}.\left(jL_1.\omega - \frac{j}{C_1.\omega}\right)}{jL_0.\omega + jL_1.\omega - \frac{j}{C_1.\omega}} = \frac{5.(j.15 - j.135)}{j.5 + j.15 - j.135} = \frac{-600j}{-115j} = 5{,}22$$

$$\Rightarrow ie'_1(t) = 5{,}22.\cos(100.\pi.t)$$

➢ Sachant que la pulsation de $i_2(t)$ est de $300.\pi$:

$$\underline{V_2} = -\underline{I_2}.\left[(jL_0.\omega_2)^{-1} + \left(jL_1.\omega_2 - \frac{j}{C_1.\omega_2}\right)^{-1}\right]^{-1} = -4.\left[(j.15)^{-1} + (j.45 - j.45)^{-1}\right]^{-1} = -5.0 = 0$$

$$\Rightarrow v_2(t) = 0$$

$$\underline{Ie_2} = \frac{\underline{I_2}.\left(jL_1.\omega_2 - \frac{j}{C_1.\omega_2}\right)}{jL_0.\omega_2 + jL_1.\omega_2 - \frac{j}{C_1.\omega_2}} = \frac{4.(j.45 - j.45)}{j.15 + j.45 - j.45} = 0$$

$$\Rightarrow ie_2(t) = 0$$

La branche L1 + C1 se comporte comme un court circuit vis à vis de l'harmonique 150 Hz du courant consommé par la charge, évitant ainsi qu'il se propage dans la ligne d'alimentation.

➢ Sachant que la pulsation de $i_3(t)$ est de $500.\pi$:

$$\underline{V_3} = -\underline{I_3}.\left[(jL_0.\omega_3)^{-1} + \left(jL_1.\omega_3 - \frac{j}{C_1.\omega_3}\right)^{-1}\right]^{-1} = -2{,}5.\left[(j.25)^{-1} + (j.75 - j.27)^{-1}\right]^{-1} = -2{,}5.\left[\frac{1}{25j} + \frac{1}{48j}\right]^{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{V_3} = -\ 41{,}1j = 41{,}1.e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow v_3(t) = 41{,}1.\cos\left(500.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{Ie_3} = \frac{\underline{I_3}\,.\left(jL_1.\omega_3 - \dfrac{j}{C_1.\omega_3}\right)}{jL_0.\omega_3 + jL_1.\omega_3 - \dfrac{j}{C_1.\omega_3}} = \frac{2{,}5\,.\,(j.75 - j.27)}{j.25 + j.75 - j.27} = \frac{120\,j}{73\,j} = 1{,}64$$

$$\Rightarrow ie_3(t) = 1{,}64.\cos(500.\pi.t)$$

En conclusion :

$$v(t) = 240.\sqrt{2}.\cos(100.\pi.t) + 26{,}1.\cos\left(100.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right) + 41{,}1.\cos\left(500.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow v(t) = 340.\cos(100.\pi.t - 0{,}077) + 41{,}1.\cos\left(500.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$ie(t) = 2.\sqrt{2}.\cos\left(100.\pi.t + \frac{\pi}{2}\right) + 5{,}22.\cos(100.\pi.t) + 1{,}64.\cos(500.\pi.t)$$

$$\Rightarrow ie(t) = 5{,}94.\cos(100.\pi.t + 0{,}5) + 1{,}64.\cos(500.\pi.t)$$