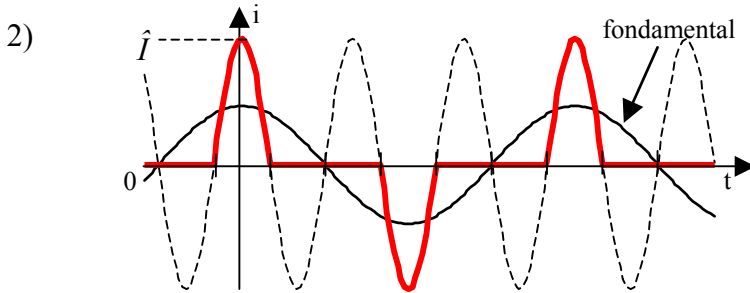


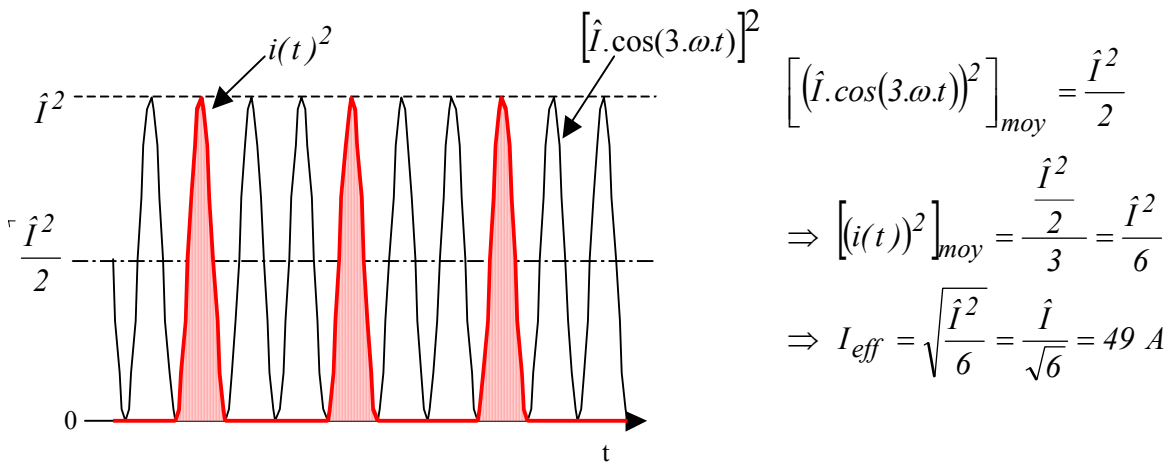
Harmoniques basse fréquence sur le réseau 50 Hz **Corrigé**

1) $i(t)$ est une fonction paire; sa série de Fourier ne présente donc que des termes en cosinus

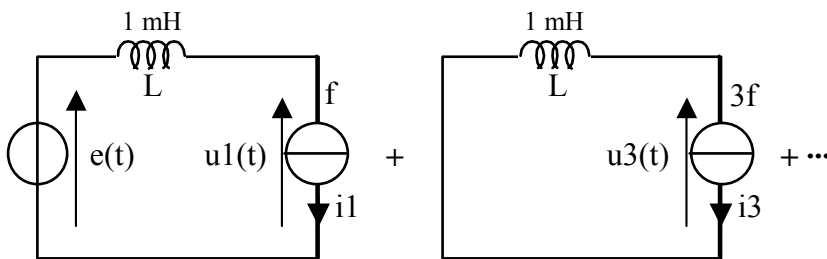
$i(t)$ présente une symétrie de glissement [$i(t + \frac{T}{2}) = -i(t)$]; sa série de Fourier ne présente donc que des harmoniques de rang impair.



$$3.1) I_{eff} = \sqrt{\frac{50^2}{2} + \frac{40^2}{2} + \frac{24,8^2}{2} + \frac{9,92^2}{2}} = 49 \text{ A} \quad \text{ou :}$$



3.2) En appliquant le théorème de superposition:



$$\underline{U}_1 = \underline{E} - jL\omega \underline{I}_1 \Rightarrow u_1(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t + 0,25) + 15,7 \cdot \cos\left(100 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

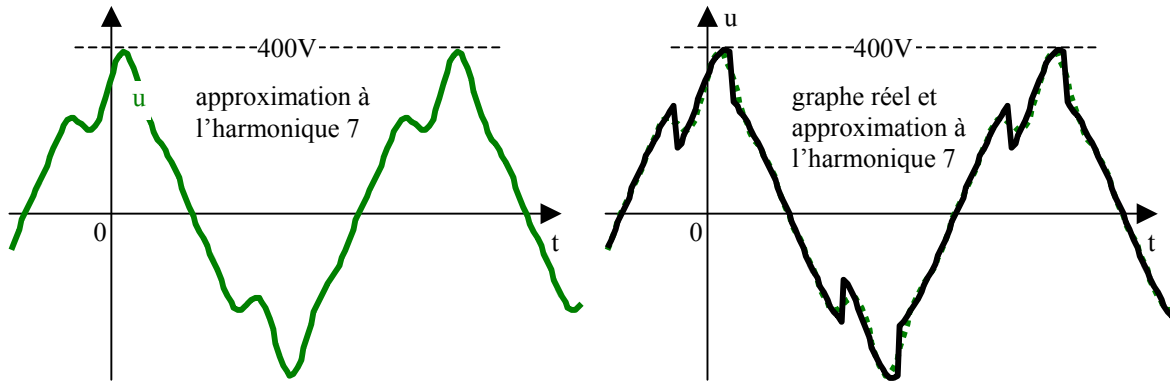
$$\underline{U}_3 = -jL \cdot 3\omega \cdot \underline{I}_3 \Rightarrow u_3(t) = 37,7 \cdot \cos\left(300 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{U}_5 = -jL \cdot 5\omega \cdot \underline{I}_5 \Rightarrow u_5(t) = 39 \cdot \cos\left(500 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{U}_7 = -jL \cdot 7\omega \cdot \underline{I}_7 \Rightarrow u_7(t) = 21,8 \cdot \cos\left(700 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

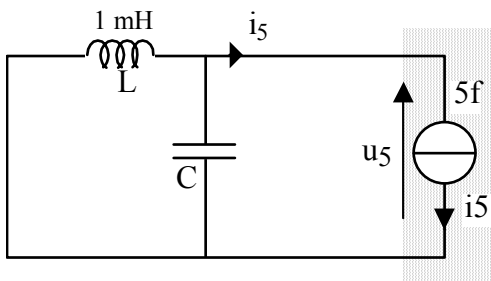
$$\Rightarrow u(t) = u_1(t) + u_3(t) + u_5(t) + u_7(t)$$

Ci dessous, la reconstitution de $u(t)$ à partir de ses harmoniques jusqu'à l'ordre 7 :



On voit que la tension d'alimentation $u(t)$ en entrée du variateur de vitesse est sensiblement déformée par le courant $i(t)$.

3.3) Schéma équivalent pour le calcul de l'harmonique 5:



Les résultats concernant l'harmonique 5 (à $5 \times 50\text{Hz}$ soit donc à 250 Hz) sont donnés dans le tableau suivant:

A 250 Hz :

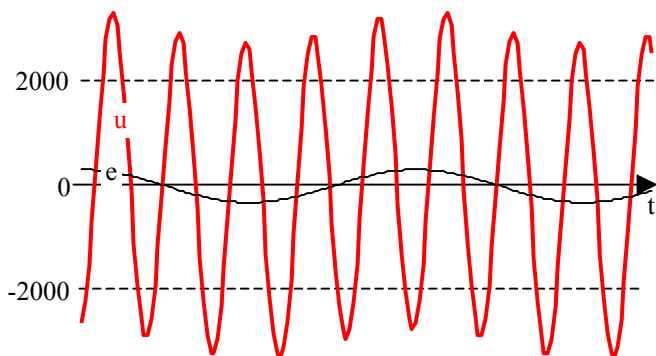
$$j.L.5\omega \parallel \frac{1}{j.C.5\omega} = 120,5 j$$

$$\Rightarrow u_5(t) = 2987.\cos\left(500\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Le calcul de la valeur de $u(t)$ jusqu'à l'harmonique 7 donne les résultats suivants:

fréquence	50 Hz	150 Hz	250 Hz	350 Hz
$\left(jC.n.\omega + \frac{1}{jL.n.\omega}\right)^{-1}$	0,327j	1,467j	120,5j	-2,35j
Harmoniques de $u(t)$	$324.\cos(100\pi t + 0,25) + 16,35.\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$	$58,5.\cos(300\pi t - \frac{\pi}{2})$	$2987.\cos(500\pi t - \frac{\pi}{2})$	$23,3.\cos(700\pi t + \frac{\pi}{2})$

Au-delà de l'harmonique 7, l'amplitude des harmoniques de $u(t)$ décroît rapidement car l'impédance du condensateur ($\frac{-j}{C\omega}$) devient prépondérante devant $jL\omega$.



Ci-contre: $e(t)$ et $u(t)$

A la fréquence de l'harmonique 5, on voit que le circuit LC est au voisinage de sa fréquence de résonance. Ce qui engendre de très fortes surtensions dangereuses pour le matériel.

Ce problème illustre un phénomène réel mais dans une configuration fortement simplifiée par rapport à une distribution électrique réelle (nombreuses mailles avec des courants harmoniques divers).