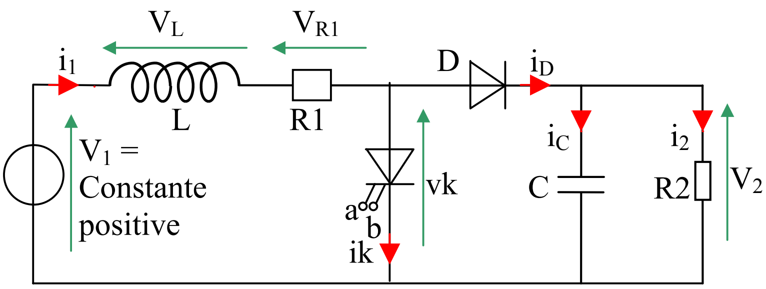
Alimentation boost en prenant en compte la résistance interne de la bobine Corrigé.

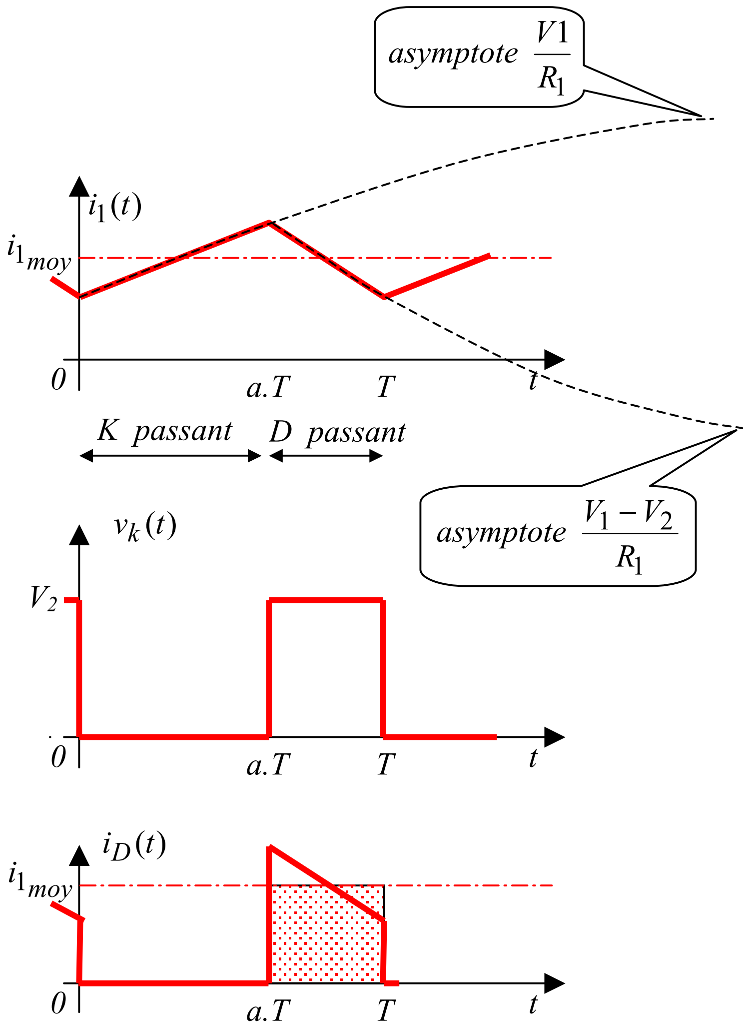


Rapport cyclique:

$$a = \frac{\text{temps de fermeture de K}}{\text{période du hacheur}}$$

a) D'après la loi des mailles : $v_k(t) = V_1 - V_L(t) - V_{R1}(t) = V_1 - L.\dfrac{d(i_1(t))}{dt} - R_1.i_1(t)$

Sachant qu'en régime périodique, la valeur moyenne d'une somme de fonctions de même période est la somme des valeurs moyennes et que la valeur moyenne de la tension aux bornes d'une inductance est nulle ([1]):
$\Rightarrow V_{k_{moy}} = V_1 - 0 - R_1.I_{1_{moy}}$ (L'inductance L n'intervient pas dans la valeur moyenne des tensions).



b) Sur l'intervalle où « K » est fermé (de durée $a.T$), le courant $i_1(t)$ est déterminé par l'équation différentielle du 1er ordre à second membre constant: $L.\dfrac{d(i_1(t))}{dt} + R_1.i_1(t) = V_1$. Le graphe de $i_1(t)$ est une exponentielle décroissante d'asymptote $\dfrac{V_1}{R_1}$. Mais sachant que la durée $a.T$ est très inférieure à la constante de temps L/R_1 , $i_1(t)$ peut être approximé, sur cet intervalle, par un segment de droite.

Sur l'intervalle où « K » est ouvert (de durée $T - a.T$), la diode « D » est passante. Le courant $i_1(t)$ est déterminé par l'équation différentielle du 1er ordre à second membre constant: $L.\dfrac{d(i_1(t))}{dt} + R_1.i_1(t) = V_1 - V_2$. Le graphe de $i_1(t)$ est une exponentielle décroissante d'asymptote $\dfrac{V_1 - V_2}{R_1}$. Mais sachant que la durée $T - a.T$ est très inférieure à la constante de temps L/R_1 , $i_1(t)$ peut être approximé, sur cet intervalle, par un segment de droite.

Les graphes ci-dessus représentent le régime périodique en conduction continue.

(1) Voir « Baselecpro » chapitre 9

$$V_{k_{moy}} = \frac{\text{aire sous la courbe sur l'intervalle T}}{\text{T}} = \frac{V_2.(T - a.T)}{T} = V_2.(1-a)$$

De même, en adoptant l'approximation que les courants sont des segments de droites :

$$I_{D_{moy}} = \frac{\text{aire sous la courbe sur l'intervalle T}}{\text{T}} = \frac{I_{1_{moy}}.(T - a.T)}{T} = I_{1_{moy}}.(1-a)$$

c) $i_D(t) = i_C(t) + I_2 = i_C(t) + \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow I_{D_{moy}} = I_{C_{moy}} + I_2 = 0 + \frac{V_2}{R_2}$, car la valeur moyenne du courant dans un condensateur est nulle

d) $I_{1_{moy}} = \frac{I_{D_{moy}}}{(1-a)} = \frac{I_2}{(1-a)}$ d'après b)

$$V_2 = \frac{V_{k_{moy}}}{(1-a)} = \frac{\left[V_1 - R_1.I_{1_{moy}}\right]}{(1-a)} = \frac{V_1 - R_1.\left[\frac{I2}{(1-a)}\right]}{(1-a)} = \frac{V_1}{(1-a)} - R_1.\frac{I2}{(1-a)^2} = \frac{V_1}{(1-a)} - R_1.\frac{\left[\frac{V_2}{R_2}\right]}{(1-a)^2}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{(1-a)} - .\frac{R_1}{R_2.(1-a)^2}.V_2 \Leftrightarrow V_2 = \frac{\frac{V_1}{(1-a)}}{1 + \frac{R_1}{R_2.(1-a)^2}} = V_1.\frac{R_2.(1-a)}{R_2.(1-a)^2 + R_1}$$

e) Si $a = 0$ est nul : $V_2 = V_1.\frac{R_2.(1-a)}{R_2.(1-a)^2 + R_1} = V_1.\frac{R_2}{R_2 + R_1}$

Si $a = 1$: $V_2 = V_1.\frac{R_2.(1-a)}{R_2.(1-a)^2 + R_1} = 0$

On peut écrire V_2 sous la forme $V_2 = V_1.\frac{1}{(1-a) + \frac{R_1}{R_2(1-a)}}$

Donc V_2 est maximum si $(1-a) + \frac{R_1}{R_2.(1-a)}$ est minimum. Donc si $\frac{d\left[(1-a) + \frac{R_1}{R_2.(1-a)}\right]}{da} = 0$

$$\frac{d\left[(1-a) + \frac{R_1}{R_2}.\frac{1}{(1-a)}\right]}{da} = -1 + \frac{R_1}{R_2}.\frac{1}{(1-a)^2} = 0 \Leftrightarrow (1-a)^2 = \frac{R_1}{R_2} \Leftrightarrow a = 1 - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

avec $0 < a < 1$, ce minimum existe seulement si $\frac{R_1}{R_2} < 1$.

On en déduit que si $\frac{R_1}{R_2} < 1$:

$$V_{2\max} = V_1 \cdot \frac{1}{\left(1-\left[1-\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right]\right) + \frac{R_1}{R_2.\left(1-\left[1-\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right]\right)}} = V_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \frac{R_1}{R_2.\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}}} = V_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}} = \frac{V_1}{2}.\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Application numérique pour *V1 = 12 V*, *R1 = 3* Ω, *R2 = 61* Ω *:*

$$V_{2\max} = \frac{V_1}{2}.\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \; = \frac{12}{2}.\sqrt{\frac{61}{3}} = 27\,V\,.$$

Cette valeur maximum est obtenue pour un rapport cyclique $a = 1-\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = 1-\sqrt{\frac{3}{61}} = 0{,}778$

f)

$$\left.\begin{array}{l} I_{1_{moy}} = \dfrac{I_2}{(1-a)} = \dfrac{V_2}{R_2.(1-a)} \\ V_2 = V_1 \cdot \dfrac{R_2.(1-a)}{R_2.(1-a)^2 + R_1} \end{array}\right\} \Rightarrow I_{1_{moy}} = \frac{V_1 \cdot \dfrac{R_2.(1-a)}{R_2.(1-a)^2 + R_1}}{R_2.(1-a)} = \frac{V_1}{R_2.(1-a)^2 + R_1}$$