

GENIE ELECTRIQUE

Conversion statique d'énergie

Michel Piou

Plan de phase pour les circuits électriques L.C. oscillants Chapitre VII

Edition 24/11/2010

Extrait de la ressource en ligne *PowerElecPro* sur le site Internet iutenligne.net

Table des matières

1 POURQUOI ET COMMENT ?	1
2 REPONSE D'UN MONTAGE COMPORTANT UNE INDUCTANCE, UN CONDENSATEUR ET DES SOURCES CONTINUES INDEPENDANTES.....	3
2.1 Equation différentielle.....	3
2.2 Association L.C.E.I.....	4
2.3 Calcul de $u_C(t)$ et $i_L(t)$	6
2.4 Représentation dans « le plan de phase ».....	8
2.5 Conclusion.....	10
2.6 Exemple N°1.....	11
2.7 Exemple N°2.....	11
3 PROBLEMES ET EXERCICES.....	12
Chap 7. Exercice 1 : Onduleur à résonance	12
Chap 7. Exercice 2 : Alimentation à découpage de type BUCK.....	13
Chap 7. Exercice 3 : Alimentation à découpage quasi-résonnante sans isolation.....	19
Chap 7. Exercice 4 : Alimentation à découpage fly-back quasi-résonnante.....	21
4 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS	24

Copyright : droits et obligations des utilisateurs

Ce document est extrait de la ressource *PowerElecPro* qui est disponible en version numérique sur le site Internet *IUT en ligne*

Je ne renonce pas à ma qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de mon document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document et de la ressource *PowerElecPro*, notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Tout ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou*, la référence à *PowerElecPro* et au site Internet *IUT en ligne*.

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

PLAN DE PHASE POUR LES SYSTEMES ELECTRIQUES L.C. OSCILLANTS

1 POURQUOI ET COMMENT ?

Lorsqu'on aborde l'électronique de puissance, on peut se contenter de **modéliser** les composants électroniques qui fonctionnent en commutation par des **interrupteurs parfaits**. Cette modélisation présente l'avantage de simplifier l'étude des montages tout en restant proche de la réalité en ce qui concerne les signaux en entrée et en sortie.

Si, par contre, on s'intéresse au choix de ces composants électroniques et en particulier aux pertes d'énergie dans ceux-ci, ce modèle d'interrupteur idéal est inapproprié.

Une des principales cause de pertes d'énergie dans les composants électroniques supposés fonctionner en interrupteurs est liée à leur commutation. En effet, pendant une commutation, il est fréquent que la tension aux bornes d'un interrupteur évolue simultanément avec le courant qui le traverse, occasionnant ainsi une perte d'énergie électrique.

Une solution possible pour réduire ces pertes par commutation consiste à mettre en œuvre un **circuit électrique oscillant**. Dans ce cas, on peut faire en sorte que le courant dans un interrupteur s'annule naturellement avant que la tension à ses bornes ne s'établisse ou, au contraire, que la tension à ses bornes s'annule avant que le courant ne commence à le parcourir. On parle alors de « **commutation douce** »

Les convertisseurs qui utilisent ce principe sont appelés « **convertisseurs à résonance** ». Les convertisseurs à résonance utilisent généralement l'association d'une inductance et d'un condensateur pour réaliser ce circuit oscillant.

Pour étudier ces circuits électriques oscillant, on peut faire appel à la résolution des équations différentielles (généralement du second ordre). En régime périodique, on peut utiliser les séries de Fourier (et en particulier l'approximation au premier harmonique). En régime transitoire, on peut utiliser la **méthode du plan de phase** (qui va être développée dans ce chapitre).

Prérequis :

Pour comprendre la démonstration de la méthode du plan de phase, il faut avoir quelques souvenirs sur la résolution des équations différentielles du second ordre à coefficients constants. Si tel n'est pas le cas, on pourra néanmoins utiliser cette méthode en retenant uniquement les résultats établis par cette démonstration.

La connaissance du chapitre 13 de « Baselecpro » sur les régimes transitoires du premier ordre peut faciliter la compréhension de ce nouveau chapitre:

(Rechercher **Baselecpro** sur Internet avec un moteur de recherche)

Par manque de temps, ce chapitre n'est généralement pas exposé dans les formations de niveau BAC+2.

Les utilisateurs de niveau BAC+3 ou BAC+4 sont supposés maîtriser les outils fondamentaux de l'électricité utilisés dans ce chapitre.

Objectifs :

La « méthode du plan de phase » est une **méthode graphique** qui peut se substituer à la résolution mathématique des équations différentielles. Elle s'applique aux circuits associant une inductance, un condensateur et des sources (de tension et/ou de courant) continues sur un intervalle de temps donné. ⁽¹⁾. Elle est bien adaptée à l'étude des convertisseurs à résonance, mais son usage ne se limite pas à ce cas de figure.

Après l'exposé de la méthode dans la partie « cours », notre objectif va être de mettre en œuvre cette méthode dans des situations variées de façon se familiariser avec son usage.

Méthode de travail :

La méthode du plan de phase ainsi que la méthode de l'approximation au premier harmonique sont des outils permettant d'approcher rapidement certaines situations rencontrées dans les circuits électriques. Il est souvent judicieux de compléter cette approche par une étude avec un logiciel de simulation. (Mais l'expérience montre que l'utilisation de la simulation est souvent vaine lorsqu'elle ne s'accompagne pas d'une solide connaissance des phénomènes rencontrés)

Voir à ce sujet la ressource « SimulElecPro » sur Internet:

http://www.iutenligne.net/rsc_default_fiche.php?id=622

Travail en autonomie :

Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

On trouvera des compléments dans la ressource en ligne « PowerElecPro »

Temps de travail estimé pour un apprentissage de ce chapitre en autonomie : 20h

(1) Si le circuit comporte une petite résistance, l'influence de celle-ci est donc négligée dans cette méthode

2 REPOSE D'UN MONTAGE COMPORTANT UNE INDUCTANCE, UN CONDENSATEUR ET DES SOURCES CONTINUES INDEPENDANTES.

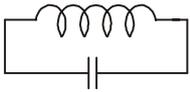
2.1 Equation différentielle

Les signaux dans un montage comportant une inductance (L), un condensateur (C), une source de tension continue (E) et une source de courant continu (I) peuvent tous être déduits de la connaissance des constantes L, C, E et I et du courant dans L [$i_L(t)$] ainsi que de la tension aux bornes de C [$u_C(t)$].

$i_L(t)$ et $u_C(t)$ sont souvent des solutions d'équations différentielles du second ordre non amorti. Ces deux grandeurs sont appelées les **variables d'état** du système car elles ne peuvent pas présenter de discontinuité.

La solution d'une équation différentielle s'obtient par la somme d'une solution de « **l'équation sans second membre** » et d'une « **solution particulière** ». Cette solution fait apparaître des constantes qui sont déterminées par « les **conditions initiales** ».

- L'équation « sans second membre » est obtenue en considérant $E = 0$ et $I = 0$.



Si le schéma électrique obtenu en remplaçant **E par un court-circuit** et **I par un circuit ouvert** est un circuit LC fermé, il s'agit bien d'un circuit du second ordre non amorti de pulsation propre $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$.

Le schéma ainsi obtenu est le « **schéma de régime libre** ». (voir les exemples ci-après)

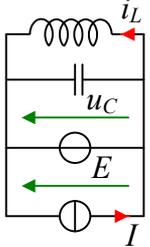
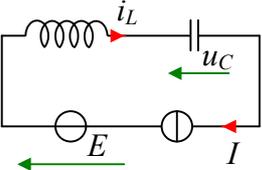
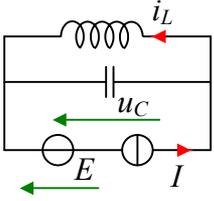
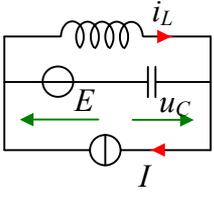
- La solution particulière pour $i_L(t)$ ou pour $u_C(t)$ est obtenue en ajoutant dans le circuit une **résistance infiniment petite**, de sorte que les signaux présentent un très léger amortissement. Les excitations (E et I) étant continues, Les signaux tendent vers des valeurs continues lorsque $t \rightarrow \infty$. La solution particulière correspond donc au régime continu. On l'obtient en remplaçant le condensateur par un circuit ouvert (tension constante à ses bornes) et l'inductance par un court circuit (traversée par un courant constant). Le schéma ainsi obtenu est le « **schéma de régime forcé** ». (voir les exemples ci-après)

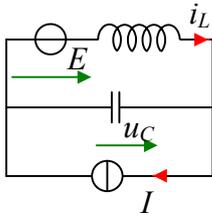
- La détermination des constantes contenues dans les solutions est obtenue en considérant la non-discontinuité du courant dans l'inductance et la non-discontinuité de la tension aux bornes du condensateur (non-discontinuité des variables d'état).

2.2 Association L.C.E.I.

L'association d'une inductance « L », d'un condensateur « C », d'une source de tension constante « E » et d'une source de courant constant « I » permet huit configurations différentes que nous allons étudier:

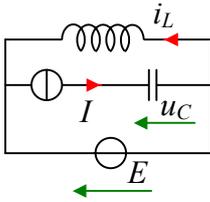
Pour chacun des cas suivant, étudier le schéma de régime libre. Préciser s'il s'agit d'un circuit oscillant. Si ce n'est pas le cas, indiquer la nature de $i_L(t)$ et $u_C(t)$ (valeur nulle ou droite). Si c'est effectivement un circuit oscillant, indiquer son schéma de régime forcé, et préciser les valeurs de i_L et u_C en régime forcé.

 <p>CAS N° 1</p>	(Réponse 1:)
 <p>CAS N° 2</p>	(Réponse 2:)
 <p>CAS N° 3</p>	(Réponse 3:)
 <p>CAS N° 4</p>	(Réponse 4:)



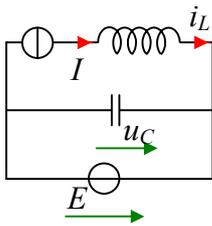
CAS N° 5

(Réponse 5:)



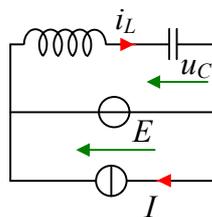
CAS N° 6

(Réponse 6:)



CAS N° 7

(Réponse 7:)



CAS N° 8

(Réponse 8:)

- Les cas N° 1, 2, 6 et 7 sont très simples (Les grandeurs $i_L(t)$ et $u_C(t)$ sont soit des constantes, soit des droites).

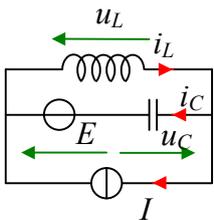
• Seuls les cas N° 3, 4, 5 et 8 sont oscillants (En régime libre, les grandeurs $i_L(t)$ et $u_C(t)$ sont des fonctions alternatives sinusoïdales de pulsation $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$). Les solutions du régime forcé (ou solutions particulières) sont $i_{Lf} = I$ ou $i_{Lf} = 0$ et $u_{Cf} = E$ ou $u_{Cf} = 0$.

Ces quatre cas ont donc une même solution de l'équation sans second membre, et des solutions particulières de même type (constantes ou nulles).

2.3 Calcul de $u_C(t)$ et $i_L(t)$

Nous allons résoudre analytiquement un cas, et en déduire une méthode graphique systématique qui permettra par la suite de s'affranchir des calculs.

Calcul de $u_C(t)$ et $i_L(t)$ dans l'exemple du cas N° 4.



➤ Mise en équation de $u_C(t)$

$$E = u_L(t) + u_C(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$\Rightarrow E = L \cdot \frac{d(i_C(t) + I)}{dt} + u_C(t)$$

$$\Rightarrow E = L \cdot \frac{d(i_C(t))}{dt} + u_C(t)$$

$$\Rightarrow E = L.C \cdot \frac{d^2(u_C(t))}{dt^2} + u_C(t) \text{ soit sous forme canonique: } \frac{d^2(u_C(t))}{dt^2} + \frac{1}{L.C} u_C(t) = \frac{E}{L.C}$$

➤ Solution de l'équation sans second membre:

La solution générale de l'équation sans second membre est $u_C(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_o t) + A_2 \cdot \sin(\omega_o t)$

avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$. (voir cours de mathématiques)

➤ Solution particulière:

La solution particulière (ou régime forcé) est obtenue pour $t \rightarrow \infty$ en considérant que le circuit présente une très petite résistance ⁽²⁾: $u_{Cf} = E$ et $i_{Lf} = I$. (On peut facilement vérifier que c'est bien une solution de l'équation différentielle)

(2) Si le circuit présente une résistance (dont la valeur est très proche de zéro), au bout d'un temps très long, les oscillations des tensions et des courants électriques seront complètement amorties et ces tensions et courants seront constants.

➤ **Solution complète:**

$$u_C(t) = A_1 \cdot \cos(\omega t) + A_2 \cdot \sin(\omega t) + E$$

➤ **Détermination des constantes:**

On détermine les constantes A_1 et A_2 à l'aide des conditions initiales:

$$\text{Soient: } i_L(0) = I_0 \text{ et } u_C(0) = U_0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{du_C}{dt}(0) = \frac{i_C(0)}{C} = \frac{I_0 - I}{C} \\ \frac{di_L}{dt}(0) = \frac{u_L(0)}{L} = \frac{E - U_0}{L} \end{cases}$$

$$u_C(0) = A_1 + E = U_0 \Rightarrow A_1 = U_0 - E$$

$$\frac{du_C}{dt}(0) = A_2 \cdot \omega = \frac{I_0 - I}{C} \Rightarrow A_2 = \frac{I_0 - I}{C \cdot \omega} = \frac{I_0 - I}{C \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}} = (I_0 - I) \sqrt{\frac{L}{C}}$$

➤ **Expressions de $u_C(t)$ et de $i_L(t)$:**

$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) = (U_0 - E) \cdot \cos(\omega t) + (I_0 - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega t) + E}$$

$$i_L(t) = i_C(t) + I = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + I$$

$$\Rightarrow i_L(t) = C \cdot (U_0 - E) \cdot [-\omega \sin(\omega t)] + C \cdot (I_0 - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot [\omega \cos(\omega t)] + I$$

$$\Rightarrow \boxed{i_L(t) = -(U_0 - E) \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sin(\omega t) + (I_0 - I) [\cos(\omega t)] + I}$$

2.4 Représentation dans « le plan de phase ».

Les expressions précédentes peuvent être présentées de façon à faire apparaître une matrice de rotation:

$$\begin{cases} u_C(t) = (U_o - E) \cdot \cos(\omega o.t) + (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sin(\omega o.t) + E \\ i_L(t) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = -(U_o - E) \cdot \sin(\omega o.t) + (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos(\omega o.t) + I \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}$$

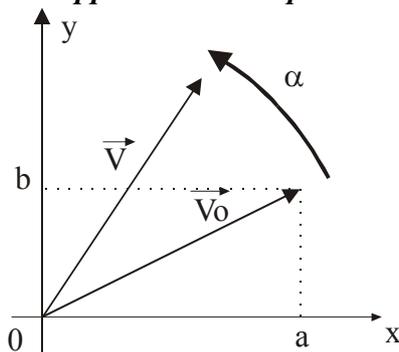
$$\Rightarrow \begin{cases} (u_C(t) - E) = (U_o - E) \cdot \cos(\omega o.t) + (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sin(\omega o.t) \\ (i_L(t) - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = -(U_o - E) \cdot \sin(\omega o.t) + (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos(\omega o.t) \end{cases}$$

Mettre l'expression précédente sous la forme:

$$\begin{pmatrix} u_C(t) - E \\ (i_L(t) - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_o - E \\ (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{pmatrix}$$

(Réponse 9):

Rappel mathématique



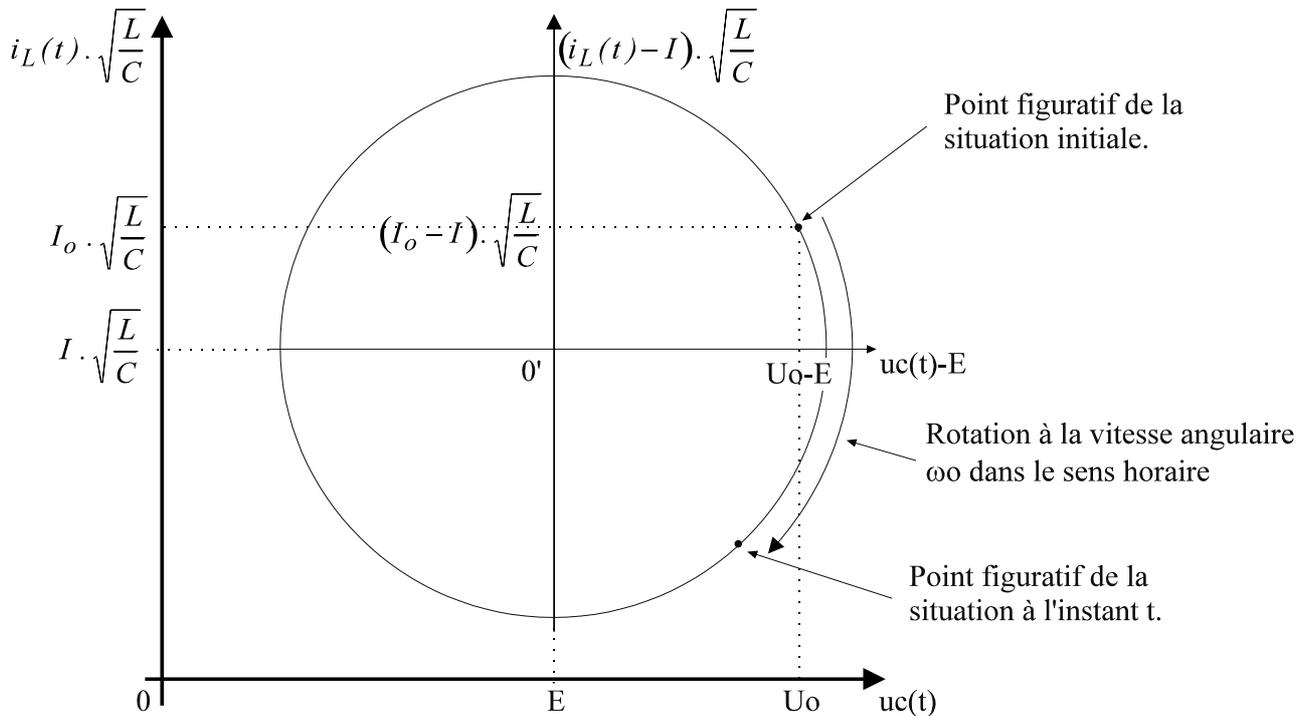
Soit ci-contre le vecteur \vec{V} issu du vecteur \vec{V}_o par une rotation d'angle α de centre 0. Soit $\vec{V}_o = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Soient \underline{V} et \underline{V}_o les complexes associés. $\Rightarrow \underline{V} = \underline{V}_o \cdot e^{j\alpha}$

$$\Rightarrow \underline{V} = (a + jb) \cdot (\cos(\alpha) + j \cdot \sin(\alpha)) = [a \cdot \cos(\alpha) - b \cdot \sin(\alpha)] + j \cdot [a \cdot \sin(\alpha) + b \cos(\alpha)]$$

$$\Rightarrow \underline{V} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

La matrice : $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$ est appelée matrice de rotation, elle est notée $[P(\alpha)]$.

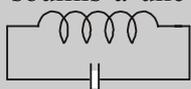


2.5 Conclusion.

Lorsque, pour le régime forcé, $u_{Cf} = 0$ ou $i_{Lf} = 0$, les résultats sont les mêmes en remplaçant dans les démonstrations E par 0 ou I par 0.

Il en va de même si le montage considéré ne comporte que le générateur E ou que le générateur I (circuit L.C.E ou circuit L.C.I).

Résumé de la méthode :

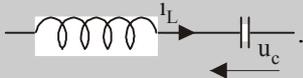
Tout circuit L C soumis à une tension continue E et/ou à un courant continu I dont le schéma de régime libre est  a une réponse qui peut être représentée par un cercle dans un repère

orthonormé $\left[u_C(t) ; i_L(t) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right]$.

Ce cercle est centré sur les valeurs du régime forcé $\left[u_{Cf} ; i_{Lf} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right]$. Il passe par le point

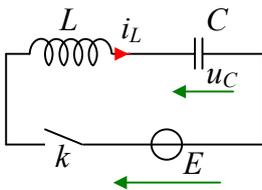
représentant les conditions initiales $\left[U_0 ; I_0 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right]$.

Ce cercle est parcouru à la vitesse angulaire $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ dans le sens horaire lorsque $u_C(t)$ et

$i_L(t)$ sont orientés de façon convergente: .

La grandeur $i_L(t) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ s'exprime en Volt. Elle représente $i_L(t)$ à une constante $\sqrt{\frac{L}{C}}$ près.

2.6 Exemple N°1.



L'interrupteur k est fermé à l'instant $t = 0$. Le condensateur C est supposé préchargé à une valeur $U_0 < E$.

Représenter l'évolution du point de fonctionnement dans le plan de phase $\left[u_C(t); i_L(t) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right]$. Par projection sur les axes, en déduire le graphe de $u_C(t)$ et $i_L(t)$ pour $t > 0$. Exprimer analytiquement $u_C(t)$ et $i_L(t)$.

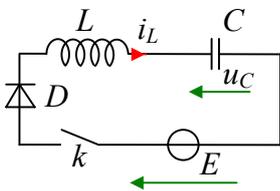
Remarque : Si le circuit présente une faible résistance, les signaux sont légèrement modifiés (régime oscillatoire amorti), mais les allures générales demeurent (voir (Réponse 11:))

2.7 Exemple N°2.

En électronique de puissance, les circuits comportent des interrupteurs dont les commutations sont commandées ou spontanées. Leur fonctionnement se déroule selon une succession de phases séparées par l'ouverture ou la fermeture d'un ou plusieurs interrupteurs.

La méthode du « plan de phase » va permettre d'étudier cette succession dès lors que les circuits mis en jeu sont de type L.C.E.I.

Voici un exemple élémentaire:



L'interrupteur k est fermé à l'instant $t = 0$. Le condensateur C est supposé préchargé à une valeur U_0 . La diode est supposée idéale.

Représenter l'évolution du point de fonctionnement dans le plan de phase $\left[u_C(t); i_L(t) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right]$. Par projection sur les axes, en déduire le graphe de $u_C(t)$ et $i_L(t)$ pour $t > 0$.

(Réponse 12:)

3 PROBLEMES ET EXERCICES.

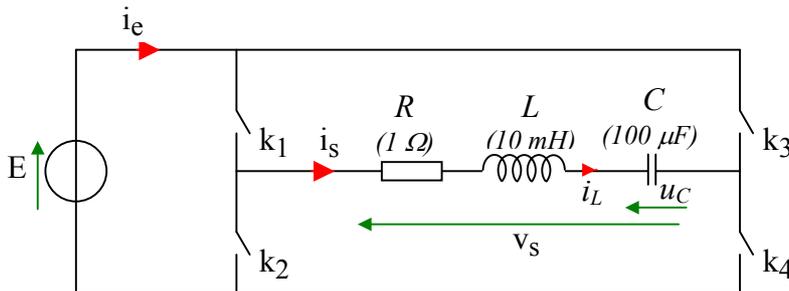
Chap 7. Exercice 1 : Onduleur à résonance

Une charge est modélisée par un dipôle série R.L.C (avec $R = 1 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ et $C = 100 \mu\text{F}$).

Une source de tension continue $E = 100 \text{ V}$ alimente cette charge au moyen d'un onduleur en pont (constitué de 4 interrupteurs).

La fréquence de l'onduleur est de 150 Hz (ce qui est proche de la fréquence propre de la charge)

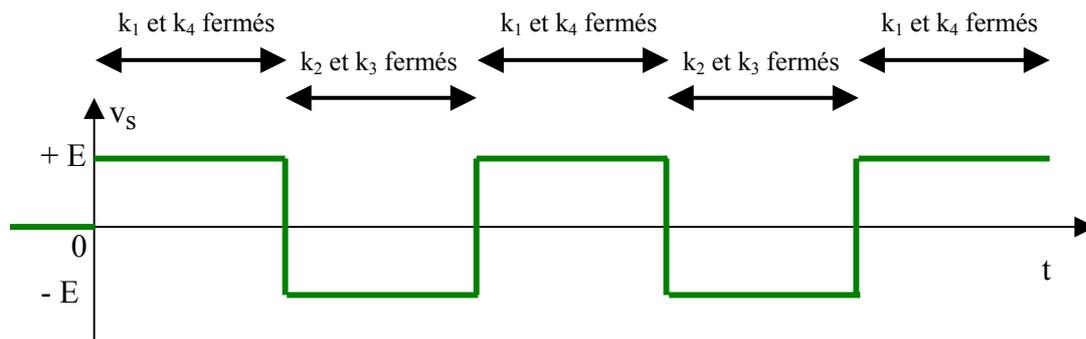
A partir de l'instant origine $t = 0$, la loi de commande de ces interrupteurs permet d'appliquer à la charge une tension carrée $+E/-E$:



Les quatre interrupteurs sont bidirectionnels et tels que :

$$k_2 = \overline{k_1} \text{ et } k_3 = \overline{k_4}$$

Les interrupteurs sont fermés alternativement chaque demi-période :



En prenant pour instant origine la fermeture de K1 et K4, cette tension $v_s(t)$ a pour développement en série de Fourier (en régime périodique) l'expression suivante:

$$v_s(t) = \frac{4.E}{\pi} \cdot \sin(\omega t) + \frac{4.E}{3\pi} \cdot \sin(3.\omega t) + \frac{4.E}{5\pi} \cdot \sin(5.\omega t) + \frac{4.E}{7\pi} \cdot \sin(7.\omega t) + \dots$$

avec $\omega = 2\pi.f$, et $f = 150 \text{ Hz}$.

a) Déterminer l'expression numérique du premier harmonique du courant $i_s(t)$ en régime périodique.

b) Les conditions initiales sont $U_C(0) = 0$ et $I_L(0) = 0$.

En négligeant l'influence de la résistance, établir le plan de phase sur la première demi-période (lorsque $v_s = +E = 100 \text{ V}$).

c) $i_s(t)$ et $u_C(t)$ ne peuvent pas présenter de discontinuité. Donc le point représentant l'état final de la première demi-période sur le plan de phase représente également l'état initial pour la seconde demi-période.

Toujours en négligeant l'influence de la résistance, établir le plan de phase sur la seconde demi-période (lorsque $v_s = -E = -100\text{ V}$).

Le plan de phase construit en négligeant la résistance n'est acceptable que si $R.i_s \ll E$, donc si $i_s \ll \frac{100}{1}$.

Si on accepte une approximation de 10%, on peut considérer que le plan de phase qu'on vient d'établir est correct jusqu'à $i_s = 10\text{ A}$, donc jusqu'à $i_s \sqrt{\frac{L}{C}} = i_s \cdot 10 = 100\text{ V}$.

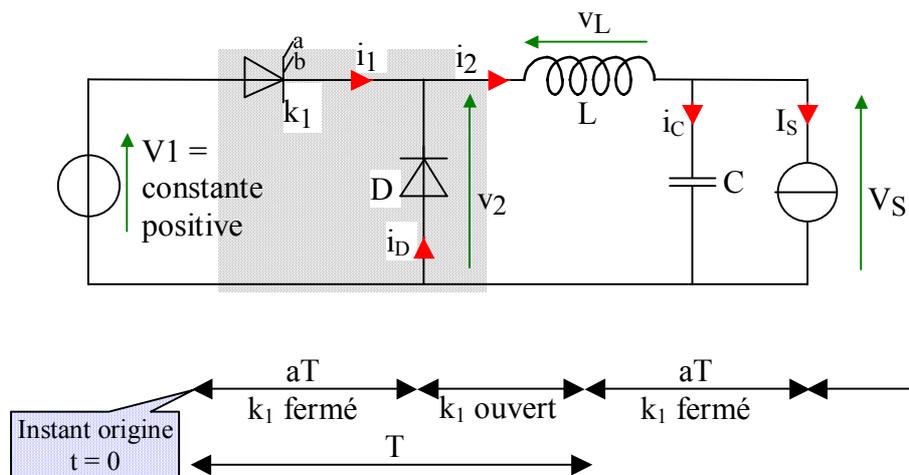
On constate donc que ce plan de phase n'est plus réaliste au-delà de la première période. Il permet néanmoins de deviner que les oscillations vont continuer d'augmenter...jusqu'à ce que le régime permanent périodique soit atteint. **Voir la simulation dans le corrigé.**

Chap 7. Exercice 2 : Alimentation à découpage de type BUCK.

A partir d'une source de tension continue fixe V_1 , l'objectif est d'obtenir une tension continue V_S de valeur réglable au moyen du convertisseur à liaison directe ci-dessous.

La charge réceptrice de l'énergie électrique sera supposée équivalente à une source qui prélève un courant constant $I_S > 0$ lorsqu'elle est alimentée sous une tension V_S sensiblement constante.

Les composants du montage sont supposés idéaux.



A- Dans cette première partie, on supposera que le régime est permanent **périodique** de période T . La conduction est supposée **continue** dans l'inductance ($i_2 > 0$).

On notera « a » le **rapport cyclique** tel que : $a = \frac{\text{temps de conduction de } k_1}{T}$

Avec l'hypothèse de la conduction est continue dans l'inductance ($i_2 > 0$), k_1 et D ont nécessairement un fonctionnement complémentaire (voir PowerElecPro chapitre 2).

a) L'objectif étant d'obtenir une tension continue en sortie, on supposera que le condensateur « C » a une valeur suffisante pour que l'ondulation de V_S puisse être négligée **par rapport** à sa valeur moyenne.

a1) Dans ce cas, représenter, en régime périodique, pour un rapport cyclique ($0 < a < 1$) quelconque l'allure des courbes $v_2(t)$, $i_2(t)$, $i_C(t)$ et I_S . (*Représenter les courbes les unes sous les autres en utilisant les mêmes échelles pour les trois courants*).

Préciser les relations entre les valeurs moyennes des différents courants, ainsi que les relations entre leurs composantes alternatives.

a2) Déterminer l'expression de $V_{S_{moy}}$ en fonction de « a » et des éléments du montage.

a3) Déterminer l'expression de l'ondulation ($\Delta i_2 = i_{2_{max}} - i_{2_{min}}$) du courant $i_2(t)$ en fonction du rapport cyclique « a », de la période T et des éléments du montage. (*On pensera au coefficient directeur d'un segment de droite...*)

Pour quelle valeur de « a » cette ondulation est-elle maximum ? Préciser sa valeur $\Delta i_{2_{max}}$.

b) L'ondulation de la tension de sortie $V_S(t)$ est certes faible par rapport à sa valeur moyenne, mais elle n'est pas nulle ⁽³⁾. L'objectif est maintenant de calculer sa valeur.

Dans la question **a)** précédente, le courant $i_C(t)$ a été déterminé en fonction de « a » et des éléments du montage.

Sur une période T, le courant $i_C(t)$ est positif sur un intervalle $[t_0, t_1]$ et négatif sur le reste de la période. $V_S(t)$ est donc une fonction continue croissante sur $[t_0, t_1]$ et décroissante sur le reste de la

période car $i_C(t) = C \cdot \frac{dV_S(t)}{dt}$.

Pour le condensateur « C », on peut donc écrire

$$\int_{t_0}^{t_1} i_C(t) \cdot dt = \int_{t_0}^{t_1} C \cdot \frac{dV_S(t)}{dt} \cdot dt = C [V_S(t_1) - V_S(t_0)] = C \cdot \Delta V_S.$$

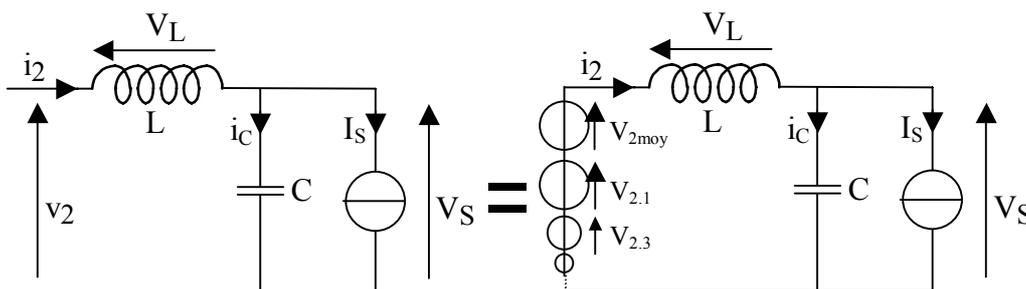
En déduire que $\Delta V_S = V_{S_{max}} - V_{S_{min}}$ est proportionnel à l'aire d'un certain triangle sur le graphe de $i_C(t)$.

En déduire ΔV_S en fonction de $\Delta i_C = I_{C_{max}} - I_{C_{min}}$, C et T ; puis en fonction de V_1 , a, T, L et C. Exprimer la valeur de ΔV_S en fonction de V_1 , T, L et C lorsque $a = 0,5$.

c) On peut aussi calculer $V_S(t)$ en utilisant les séries de Fourier...

Lorsque le rapport cyclique est $a = \frac{1}{2}$, la tension périodique $v_2(t)$ se décompose en la série de

Fourier suivante : $v_2(t) = \frac{V_1}{2} + \frac{2V_1}{\pi} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{2V_1}{3\pi} \cdot \sin(3\omega \cdot t) + \frac{2V_1}{5\pi} \cdot \sin(5\omega \cdot t) + \dots$



⁽³⁾ Ce qui ne remet pas en cause les résultats du **a)**.

L'ensemble L,C agit comme un filtre passe-bas. Pour que les harmoniques de $v_2(t)$ soient convenablement atténués (de façon à conserver principalement la valeur moyenne de $V_S(t)$), la valeur de $\omega = \frac{2\pi}{T}$ doit être nettement supérieure à la pulsation de résonance $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$.

En considérant $\omega = \frac{2\pi}{T} \gg \frac{1}{\sqrt{L.C}}$, calculer l'amplitude du fondamental de $v_S(t)$ en fonction de V_1 , T, L et C lorsque le rapport cyclique est $a = \frac{1}{2}$.

Pour $a = \frac{1}{2}$, en déduire l'ondulation $\Delta V_S = V_{S_{max}} - V_{S_{min}}$ en appliquant l'approximation au 1^{er} harmonique.

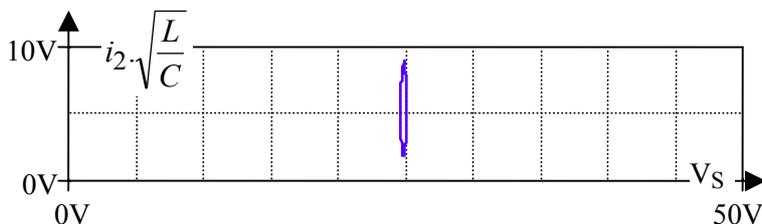
d) Application numérique avec : $V_1 = 50 V$; $I_S = 1,5 A$; $f = \frac{1}{T} = 50 kHz$ et un rapport cyclique :

$$a = \frac{1}{2} :$$

En utilisant les résultats du **a)** et du **b)**, calculer les valeurs numériques de « L » et « C » pour obtenir $\Delta i_2 = 2 A$ et $\Delta V_S = 0,5 V$

Pour la suite du problème, on adoptera les valeurs $L = 125 \mu H$ et $C = 10 \mu F$

e) Justifier le plan de phase suivant (*obtenu par simulation informatique pour un rapport cyclique $a = \frac{1}{2}$ avec les mêmes valeurs $V_1 = 50 V$; $I_S = 1,5 A$; $f = 50 kHz$) : Préciser les centres de rotation et angle de rotation des deux phases de fonctionnement durant une période du régime périodique).*

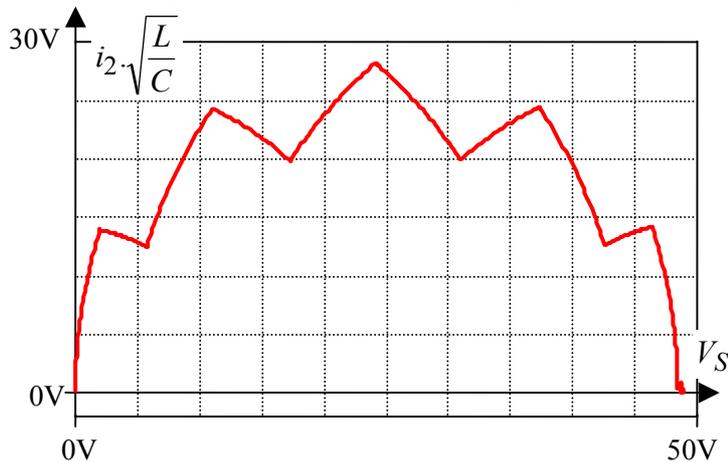


Déduire de ce plan de phase que la composante alternative du courant $i_2(t)$ est quasiment triangulaire et que la composante alternative de la tension $v_S(t)$ est proche d'une sinusoïde (son harmonique fondamental)

B- Dans toute la partie -A-, nous avons étudié le régime permanent (périodique). Nous allons maintenant étudier le régime transitoire à la mise sous tension. On prendra comme instant origine $t = 0$ l'instant de la première fermeture de k_1 avec $V_S(0) = 0$ et $i_2(0) = 0$.

Les valeurs précédentes sont conservées : $V_1 = 50 \text{ V}$; $I_S = 1,5 \text{ A}$; $L = 125 \mu\text{H}$; $C = 10 \mu\text{F}$. Le rapport cyclique garde sa valeur précédente : $a = \frac{1}{2}$

a) En attendant que la tension V_S se stabilise, on suppose que la charge (représentée par la source de courant i_S) est inhibée (on a donc $i_S = 0$).



Le plan de charge $i_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ en fonction de V_S dans cette situation est représenté ci-contre.

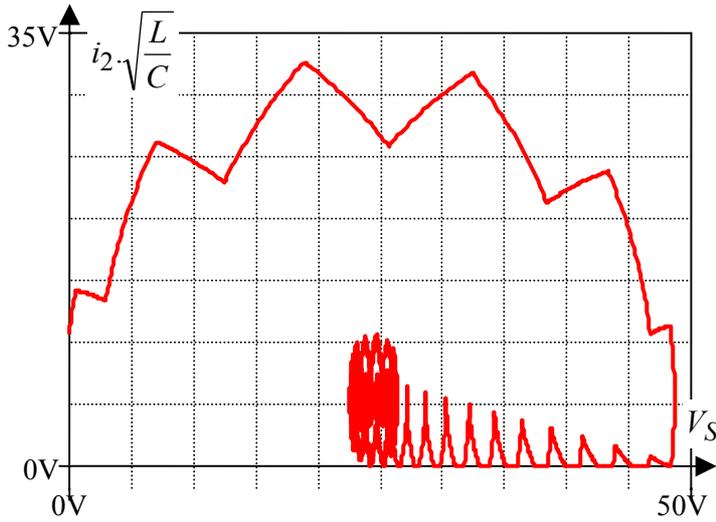
Préciser sur celui-ci les centres de rotation pour chaque arc de cercle. Calculer l'angle de rotation correspondant à chaque arc de cercle.

Déduire du plan de phase les valeurs maximums de $i_2(t)$ et $V_S(t)$.

Préciser les courants maximums dans les interrupteurs k_1 et D.

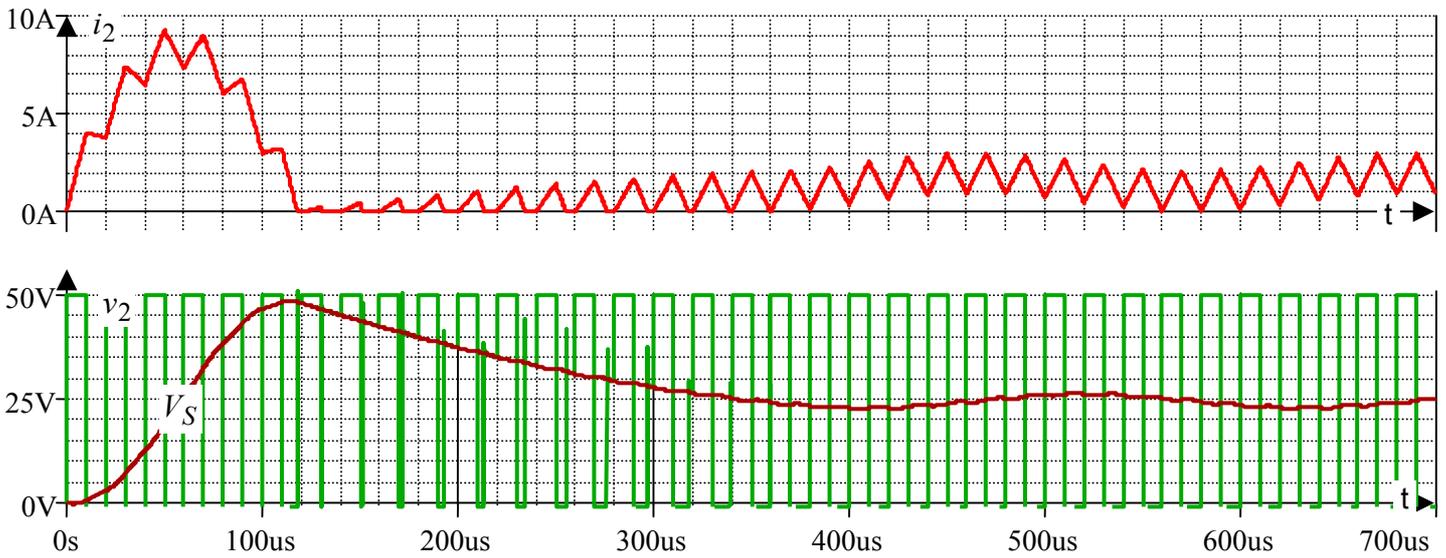
Pourquoi la tension $V_S(t)$ tend-t-elle vers 50 V et non pas vers 25 V ?

b) On suppose maintenant que la source de courant $I_S = 1,5 A$ est active dès le début.



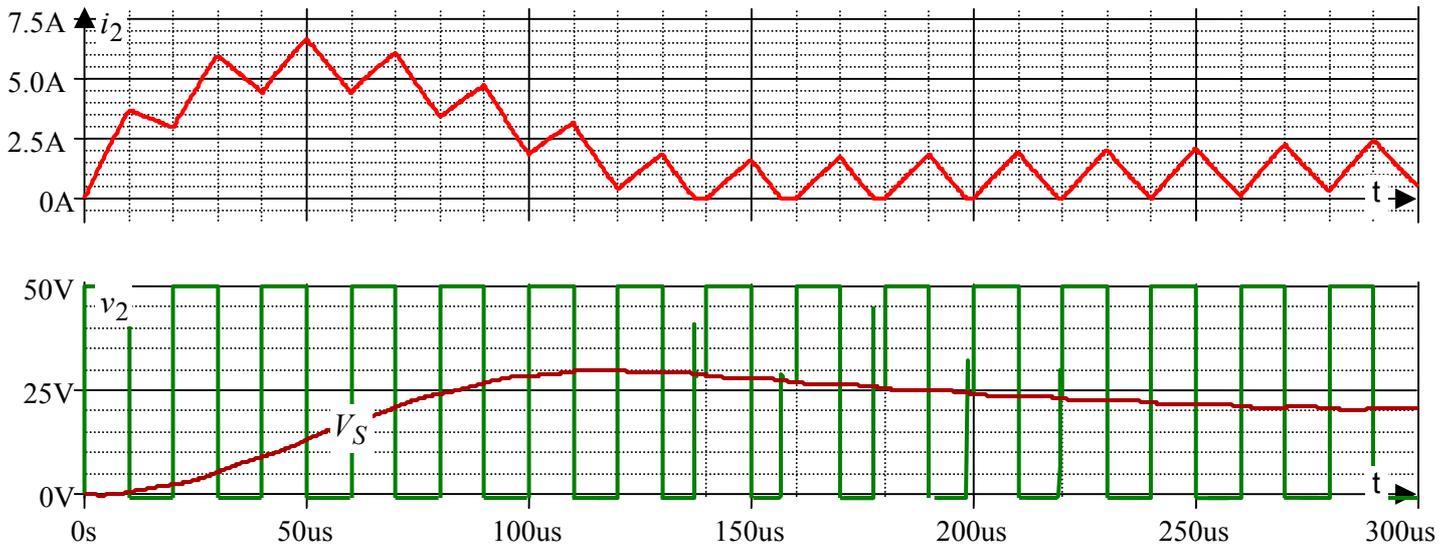
Le plan de phase $i_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ en fonction de V_S dans cette situation est représenté ci-contre. Préciser sur celui-ci les centres de rotation pour chaque arc de cercle.

On peut déduire du plan de phase les allures de $i_2(t)$ et $V_S(t)$ représentées ci-dessous :



Relever la tension maximum appliquée à la charge I_S et les courants maximums dans les interrupteurs k_1 et D.

Voici ci-dessous le résultat d'une simulation obtenue en prenant en compte la résistance interne de la bobine « L » (estimée à $2\ \Omega$). On retrouve les grandes tendances observées précédemment avec une atténuation des phénomènes transitoires.



En conclusion : La commande de l'alimentation à découpage lors de sa phase de démarrage peut nécessiter une stratégie adaptée. La méthode du plan de phase associé à une simulation constitue une approche utile pour déterminer cette stratégie.

Chap 7. Exercice 3 : Alimentation à découpage quasi-résonnante sans isolation

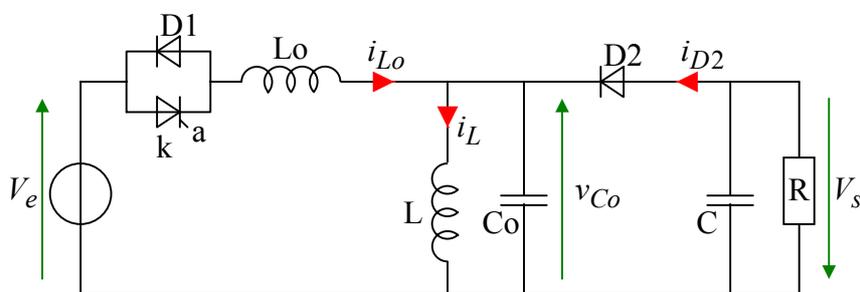
De nombreux montages d'alimentations à découpage utilisent la résonance pour réduire les pertes par commutation dans les interrupteurs électroniques.

Par la résonance, on peut obtenir un blocage spontané à courant nul (« zero current switching (ZCS) ») avec un amorçage commandé ; ou un amorçage sous tension nulle (« zero voltage switching (ZVS) ») avec un blocage commandé.

L'énergie perdue dans les interrupteurs à chaque commutation étant ainsi réduite, on peut augmenter la fréquence de fonctionnement de ceux-ci sans qu'ils subissent un échauffement excessif.

Plus la fréquence de fonctionnement des convertisseurs est élevée, plus la valeur des inductances, des transformateurs et des condensateurs peut être réduite... L'objectif étant, bien entendu de réduire l'encombrement et le coût.

Nous allons traiter l'exemple du « hacheur à stockage inductif avec un interrupteur résonant commandable à l'amorçage » (ZCS) ⁽⁴⁾.



Nous retrouvons la structure d'un convertisseur à liaison indirect tension \leftrightarrow tension vu au chapitre II. Son interrupteur commandé est constitué d'un thyristor « k » et d'une diode « D1 ».

On lui a ajouté « L_o » et « C_o » de façon à créer un phénomène de résonance destiné à bloquer « k » par l'inversion de i_{L_o} .

Pour simplifier l'étude, on adoptera les hypothèses suivantes :

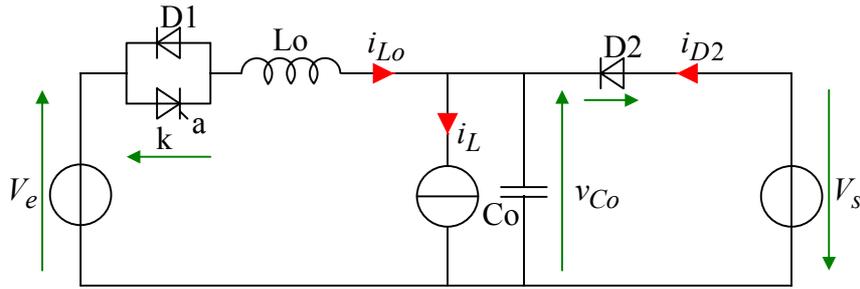
- Le montage est en fonctionnement périodique.
- L'inductance « L » a une valeur suffisamment grande pour qu'on puisse négliger l'ondulation du courant i_L par rapport aux autres courants du montage. Vis à vis du reste du montage, « L » pourra donc être modélisée par une source de courant constant.
- La constante de temps « R.C » est suffisamment grande par rapport à la période de fonctionnement du montage pour qu'on puisse négliger l'ondulation de la tension V_s par rapport aux autres tensions du montage. Vis à vis du reste du montage, « C//R » pourra donc être modélisé par une source de tension constante.
- Les composants du montage sont supposés idéaux.

Dans ce montage, le seul élément de commande est l'amorçage de « k » (qui détermine la période). L'objectif est d'étudier les courants et tensions de façon à observer le blocage spontané de « k » sous l'effet de l'inversion du courant i_{L_o} .

En utilisant la loi de conservation de la puissance active, on déduira $\frac{V_s}{V_e}$

⁽⁴⁾ Type HIRA2 d'après la nomenclature utilisée dans l'ouvrage « Alimentations à découpage – convertisseurs à résonance » de J.-P. Ferrieux et F. Forest - Editions Masson.

Le montage étudié en régime périodique sera donc le suivant :



V_e , V_s et i_L sont des sources constantes positives par rapport aux orientations.

a) On souhaite établir le plan de phase de $i_{L_o} \cdot \sqrt{\frac{L_o}{C_o}}$ en fonction de V_{C_o} en partant de la situation initiale où « k » et « D1 » sont bloqués et « D2 » est passante :

a1) Montrer que dans la situation initiale, « k » est polarisé en direct.

a2) A l'instant « t₀ », « k » est commandé à l'amorçage. Déterminer le plan de phase jusqu'à l'instant « t₁ » du blocage de « D2 ». Préciser la durée de l'intervalle $[t_0, t_1]$.

a3) Compléter le plan de phase jusqu'à l'instant « t₂ » du blocage de « k » et la mise en conduction de « D1 », puis jusqu'à l'instant « t₃ » du blocage de « D1 ».

(On adoptera l'hypothèse $i_L \cdot \sqrt{\frac{L_o}{C_o}} < V_e - V_s$)

a4) Compléter le plan de phase jusqu'à l'instant « t₄ » où « D2 » redevient conductrice et où le montage retrouve sa situation initiale jusqu'à la fin de la période « t₀+T ».

b) Dédire du plan de phase les allures des signaux $i_{L_o}(t)$, $v_{C_o}(t)$ et $i_{D2}(t)$.

c)

c1) Sur l'intervalle $[t_0, t_3]$, $i_{L_o}(t)$ est modélisable par une période entière de $i_{L_o}(t) \approx I_{\max} \cdot \sin(\omega_o t - \alpha) + i_L$. Sur le reste de la période, $i_{L_o}(t)$ est nulle.

Préciser la valeur de $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$. En déduire la durée de l'intervalle $[t_0, t_3]$.

En déduire approximativement $i_{L_o moy}$ en fonction de i_L , f_o et $f = \frac{1}{T}$.

c2) En considérant l'intervalle $[t_3, t_4]$ petit devant l'intervalle $[t_0, t_3]$, montrer graphiquement que $i_{D2 moy} \approx i_L \cdot \left(1 - \frac{f}{f_o}\right)$

c3) Dédire de c1) et c2) l'expression de $\frac{V_s}{V_e}$ (utiliser la conservation de la puissance active).

c4) En considérant le dipôle C//R du montage initial, avec l'approximation $i_R(t) \approx i_{R moy}$,

utiliser le résultat de c2) pour établir l'expression de i_L en fonction de $\frac{V_e}{R}$ et de $\frac{f}{f_o}$

Chap 7. Exercice 4 : Alimentation à découpage fly-back quasi-résonnante

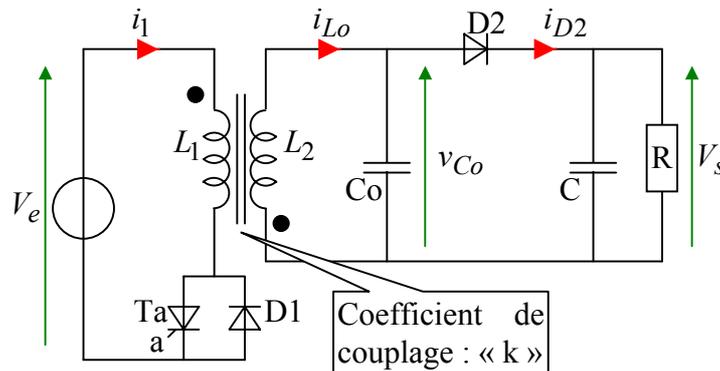
Objectifs:

Modélisation linéaire d'un transformateur monophasé.

Mise en oeuvre de la méthode du plan de phase.

Notion d'interrupteur résonnant.

Soit à étudier l'alimentation fly-back quasi résonnante ci-dessous:



Principe de fonctionnement:

Dans une alimentation à découpage fly-back classique, l'inductance de fuite ramenée au primaire du transformateur occasionne de fortes surtensions au moment du blocage de l'interrupteur commandé. Il est donc impératif de lui adjoindre un circuit d'aide à la commutation pour limiter ses contraintes. Dans l'alimentation quasi résonnante ci-dessus, l'inductance de fuite ramenée au primaire du transformateur associée à l'image de C_o ramenée au primaire rend i_1 oscillant. Il est donc avantageux de bloquer automatiquement Ta quand D1 conduit (blocage spontané sous tension nulle) [On appelle cela une « commutation douce »].

Dans l'alimentation à découpage fly-back classique, les fuites du transformateur posaient problème; dans l'alimentation quasi résonnante, elles deviennent utiles.

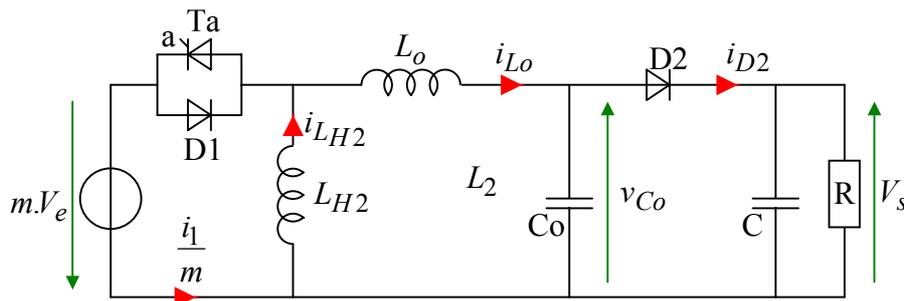
Dans cette alimentation à découpage quasi-résonnante, le temps de fermeture de l'interrupteur [Ta,D1] n'est pas commandé (blocage spontané). Le paramètre de commande du montage est donc la fréquence des amorçages de Ta. Elle est déterminée en fonction de la tension et du courant délivré à la charge R.

Pour simplifier l'étude, on adoptera les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Les composants électroniques sont idéaux.
- Le montage est en fonctionnement périodique.
- La constante de temps « R.C » est suffisamment grande par rapport à la période de fonctionnement du montage pour qu'on puisse négliger l'ondulation de la tension V_s par rapport aux autres tensions du montage. Vis-à-vis du reste du montage, « C//R » pourra donc être modélisé par une source de tension constante.
- Le transformateur monophasé est supposé en **fonctionnement linéaire**. Compte tenu des courants mis en jeu, **on négligera l'influence des résistances des bobinages**. ⁽⁵⁾.

(5) On pourra se reporter au cours sur le transformateur monophasé en régime linéaire

On peut donc établir un « schéma équivalent » ramené au secondaire » avec l'inductance de fuite « L_o » globalisée au secondaire :



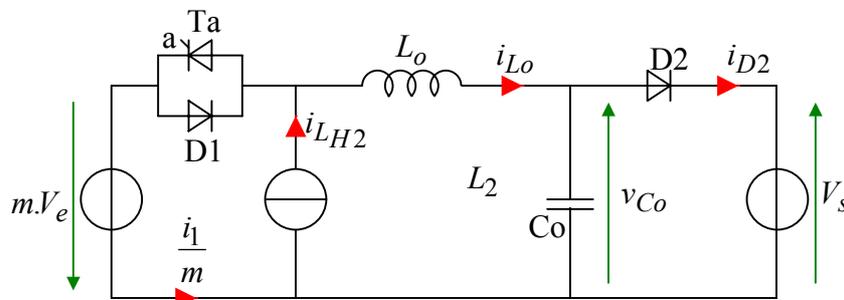
Avec $L_o = L_2 \cdot (1 - k^2)$; $L_{H2} = k^2 \cdot L_2$ et $m = \sqrt{\frac{k^2 \cdot L_2}{L_1}}$ (donnés à titre indicatif) ⁽⁶⁾

Ta et D1 sont supposés idéaux; ils ne sont donc pas modifiés lorsqu'ils sont « ramenés au secondaire ».

Pour simplifier l'étude, on adoptera l'hypothèse simplificatrice supplémentaire suivante :

- Le flux dans le circuit magnétique varie peu pendant une période de fonctionnement. L'inductance principale « vue » du secondaire « L_{H2} » a une valeur suffisamment grande pour qu'on puisse négliger l'ondulation du courant i_{LH2} par rapport aux autres courants du montage. Vis-à-vis du reste du montage, « L_{H2} » pourra donc être modélisée par une source de courant constant.

Pour notre étude, nous utiliserons donc le modèle suivant :



a) On souhaite établir le plan de phase de $i_{Lo} \cdot \sqrt{\frac{L_o}{C_o}}$ en fonction de V_{Co} en partant de la situation initiale où « Ta » et « D1 » sont bloqués et « D2 » est passante :

a1) Montrer que dans la situation initiale, « Ta » est polarisé en direct.

a2) A l'instant « t_o », « Ta » est commandé à l'amorçage. Déterminer le plan de phase jusqu'à l'instant « t_1 » du blocage de « D2 ». Préciser la durée de l'intervalle $[t_o, t_1]$.

a3) Compléter le plan de phase jusqu'à l'instant « t_2 » du blocage de « Ta » et la mise en conduction de « D1 », puis jusqu'à l'instant « t_3 » du blocage de « D1 ».

(On adoptera l'hypothèse $i_{LH2} \cdot \sqrt{\frac{L_o}{C_o}} < V_s + m.V_e$)

a4) Compléter le plan de phase jusqu'à l'instant « t_4 » où « D2 » redevient conductrice et où le montage retrouve sa situation initiale, stable jusqu'à la fin de la période « $t_o + T$ ».

(6) k est le coefficient de couplage (Se référer à un cours sur le transformateur monophasé)

b) Déduire du plan de phase les allures des signaux $i_{Lo}(t)$, $v_{Co}(t)$, $i_{D2}(t)$ et $\frac{i_1(t)}{m}$.

c)

c1) Sur l'intervalle $[t_0, t_3]$, $i_{Lo}(t)$ est modélisable par une période entière de $i_{Lo}(t) \approx I_{\max} \cdot \sin(\omega_o \cdot t - \alpha)$. Sur le reste de la période, $i_{Lo}(t) = i_{LH2}$.

Préciser la valeur de $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$. En déduire la durée de l'intervalle $[t_0, t_3]$.

En déduire $i_{Lo_{moy}}$ et $\left(\frac{i_1}{m}\right)_{moy}$ en fonction de i_{LH2} , f_o et $f = \frac{1}{T}$.

c2) Exprimer $i_{D2_{moy}}$ en fonction de $i_{Lo_{moy}}$

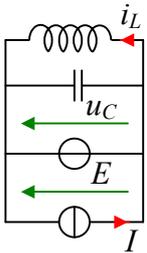
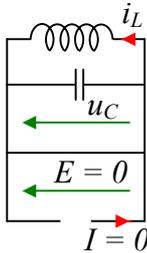
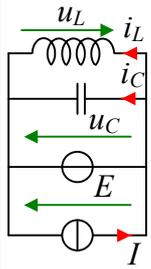
c3) Déduire de c1) et c2) l'expression de $\frac{V_s}{V_e}$ (utiliser la conservation de la puissance active).

c4) En considérant le dipôle C//R du montage initial, avec l'approximation $i_R(t) \approx i_{R_{moy}}$, utiliser le résultat de c2) pour établir l'expression de i_{LH2} en fonction de $\frac{mV_e}{R}$ et de $\frac{f}{f_o}$

bibliographie: « alimentations à découpage convertisseurs à résonance » de J.-P Ferrieux et F. Forest. Editions Masson.

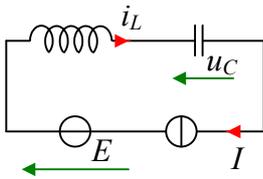
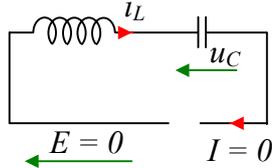
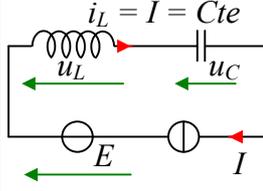
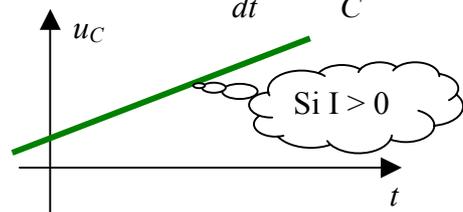
4 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS

Réponse 1:

 <p style="text-align: center;">CAS N° 1</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p style="text-align: center;">Ce n'est pas un circuit du second ordre</p>	 <p> $u_C = E = \text{constante}, \text{ donc } i_C = 0,$ $u_L = -E = \text{constante},$ donc $\frac{d(i_L(t))}{dt} = \frac{-E}{L}$ </p> 
---	--	---

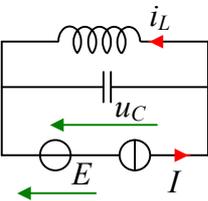
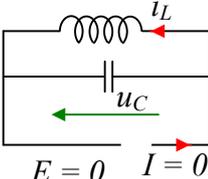
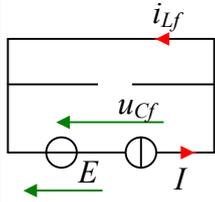
[Retour](#)

Réponse 2:

 <p style="text-align: center;">CAS N° 2</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p style="text-align: center;">Ce n'est pas un circuit du second ordre</p>	 <p> $i_L = I = \text{constante}, \text{ donc } u_L = 0,$ $i_C = I = \text{constante},$ donc $\frac{d(u_C(t))}{dt} = \frac{I}{C}$ </p> 
--	---	---

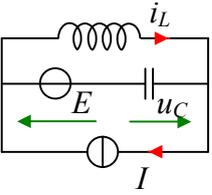
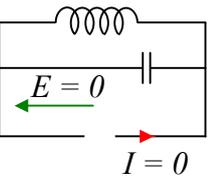
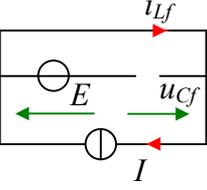
[Retour](#)

Réponse 3:

 <p style="text-align: center;">CAS N° 3</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p style="text-align: center;">C'est un circuit du second ordre avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$</p>	 <p> En régime forcé (lorsque $t \rightarrow \infty$): $u_C = cte \Rightarrow i_C = 0$ et $i_L = cte \Rightarrow u_L = 0$ Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert et l'inductance comme un court-circuit </p> <p> En régime forcé : $u_{Cf} = 0$ et $i_{Lf} = I$ </p>
---	---	---

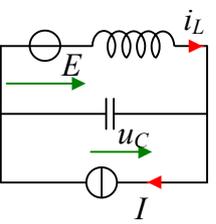
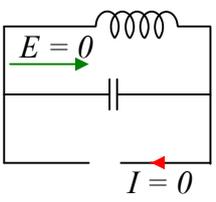
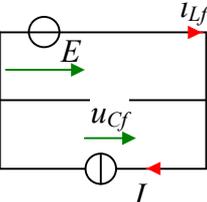
[Retour](#)

Réponse 4:

 <p>CAS N° 4</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p>C'est un circuit du second ordre avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$</p>	 <p>En régime forcé (lorsque $t \rightarrow \infty$): $u_C = cte \Rightarrow i_C = 0$ et $i_L = cte \Rightarrow u_L = 0$ Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert et l'inductance comme un court-circuit</p> <p>En régime forcé : $u_{Cf} = E$ et $i_{Lf} = I$</p>
---	---	---

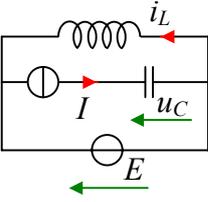
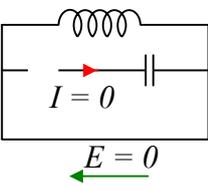
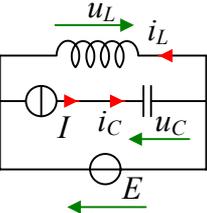
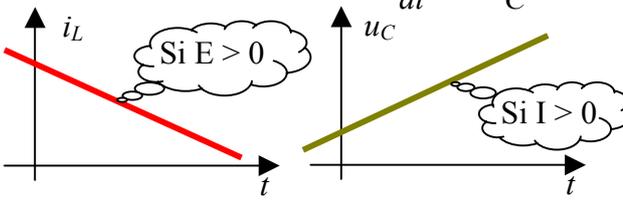
[Retour](#)

Réponse 5:

 <p>CAS N° 5</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p>C'est un circuit du second ordre avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$</p>	 <p>En régime forcé (lorsque $t \rightarrow \infty$): $u_C = cte \Rightarrow i_C = 0$ et $i_L = cte \Rightarrow u_L = 0$ Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert et l'inductance comme un court-circuit</p> <p>En régime forcé : $u_{Cf} = E$ et $i_{Lf} = I$</p>
--	--	---

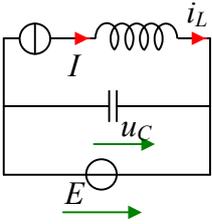
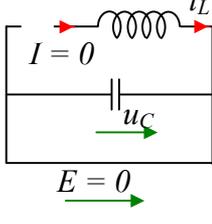
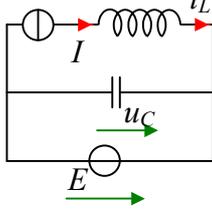
[Retour](#)

Réponse 6:

 <p>CAS N° 6</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p>Ce n'est pas un circuit du second ordre</p>	 <p>$u_L = -E = \text{constante}$, donc $\frac{d(i_L(t))}{dt} = \frac{-E}{L}$ $i_C = I = \text{constante}$, donc $\frac{d(u_C(t))}{dt} = \frac{I}{C}$</p> 
---	--	--

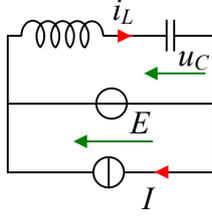
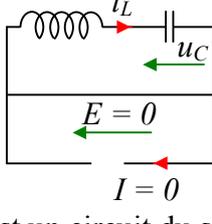
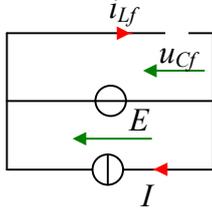
[Retour](#)

Réponse 7:

 <p style="text-align: center;">CAS N° 7</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p style="text-align: center;">$E = 0$</p> <p>Ce n'est pas un circuit du second ordre</p>		<p>$i_L = I = \text{constante}$, donc $u_L = 0$ $u_C = E = \text{constante}$, donc $i_C = 0$</p>
---	--	---	---

[Retour](#)

Réponse 8:

 <p style="text-align: center;">CAS N° 8</p>	<p>Régime libre : mise des sources à zéro</p>  <p style="text-align: center;">$E = 0$ $I = 0$</p> <p>C'est un circuit du second ordre avec $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$</p>		<p><i>En régime forcé (lorsque $t \rightarrow \infty$):</i> $u_C = \text{cte} \Rightarrow i_C = 0$ <i>et</i> $i_L = \text{cte} \Rightarrow u_L = 0$ Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert et l'inductance comme un court-circuit</p> <p><i>En régime forcé :</i> $u_{Cf} = E$ <i>et</i> $i_{Lf} = 0$</p>
--	---	--	---

[Retour](#)

Réponse 9:

$$\begin{pmatrix} u_C(t) - E \\ (i_L(t) - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_o t) & \sin(\omega_o t) \\ -\sin(\omega_o t) & \cos(\omega_o t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_o - E \\ (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{pmatrix}$$

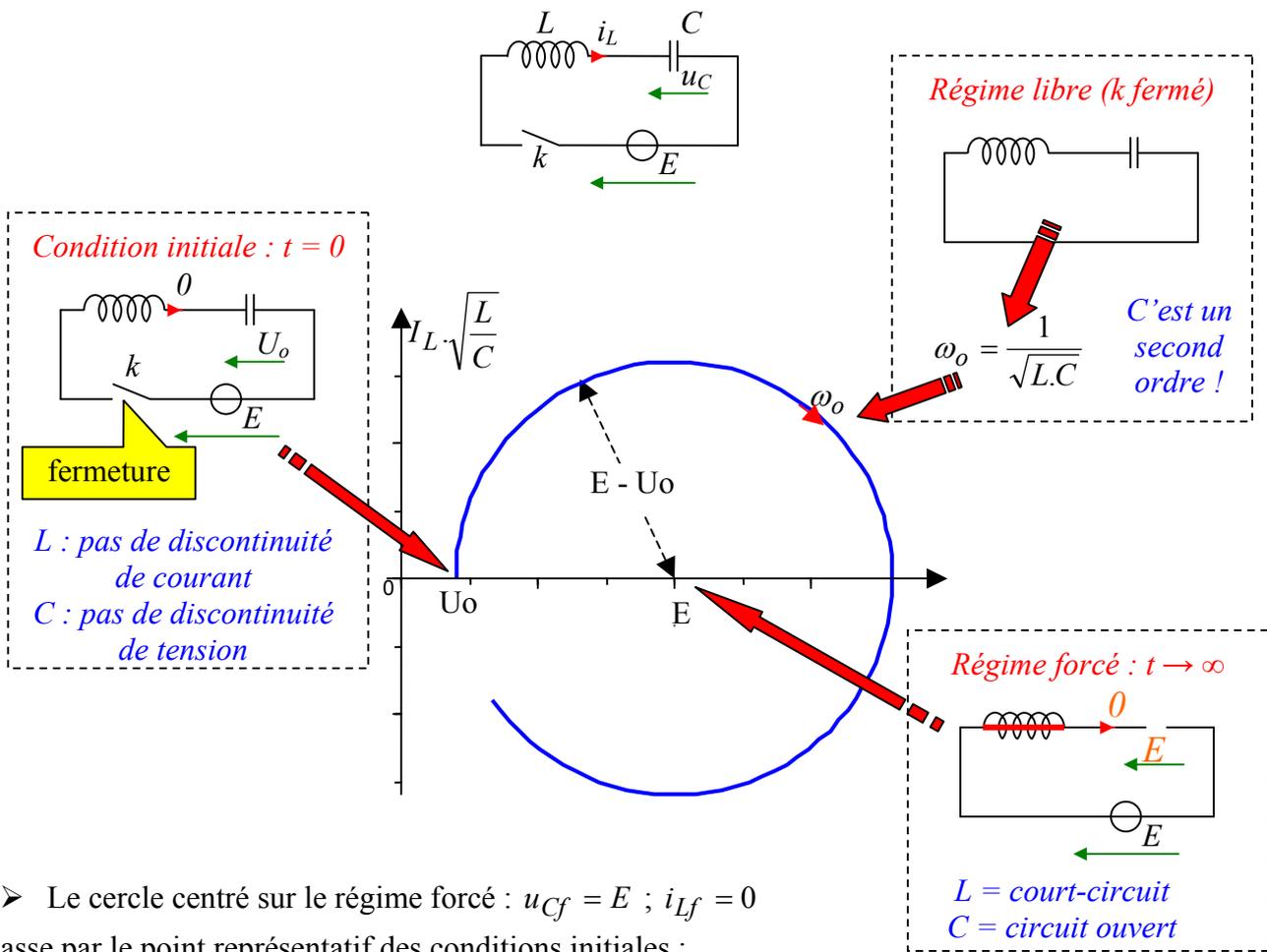
[Retour](#)

Réponse 10:

$$[P(-\omega_o t)] = \begin{pmatrix} \cos(\omega_o t) & \sin(\omega_o t) \\ -\sin(\omega_o t) & \cos(\omega_o t) \end{pmatrix} \text{ donc } \begin{pmatrix} u_C(t) - E \\ (i_L(t) - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(-\omega_o t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_o - E \\ (I_o - I) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \end{pmatrix}$$

[Retour](#)

Réponse 11:

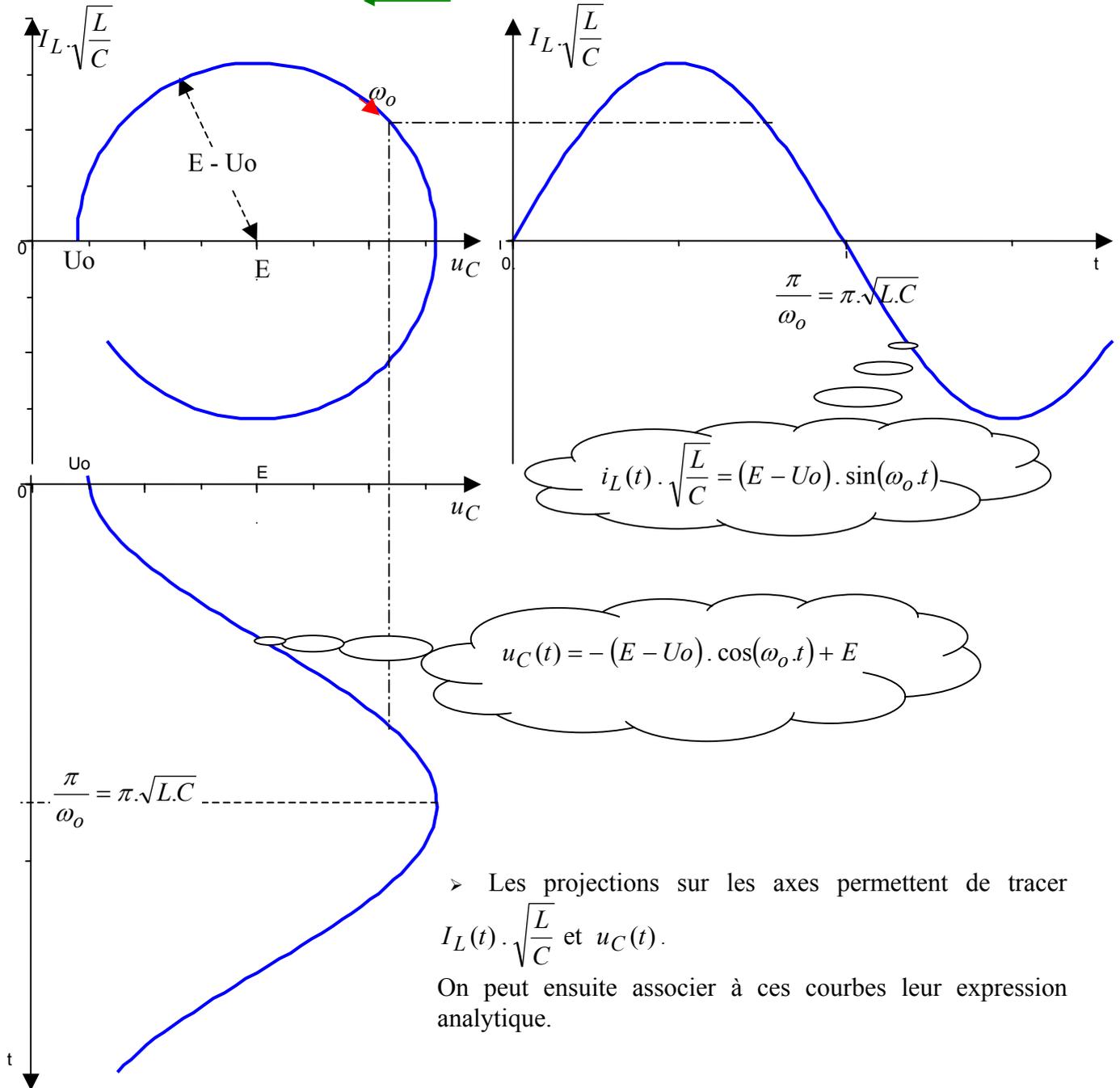
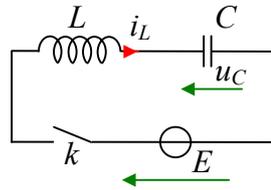


➤ Le cercle centré sur le régime forcé : $u_{Cf} = E$; $i_{Lf} = 0$
 passe par le point représentatif des conditions initiales :

$$i(0) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 0 ; u_C(0) = U_0.$$

➤ Ce cercle est parcouru dans le sens horaire (car les orientations de u_C et i_L sont convergentes sur le schéma) à la vitesse angulaire $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$.

Voir la suite .../...

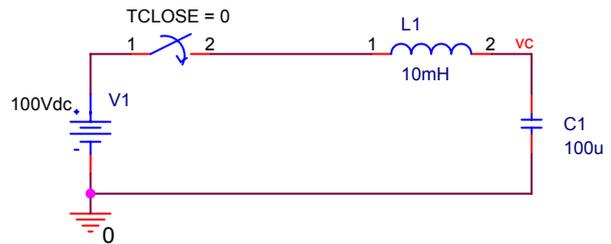
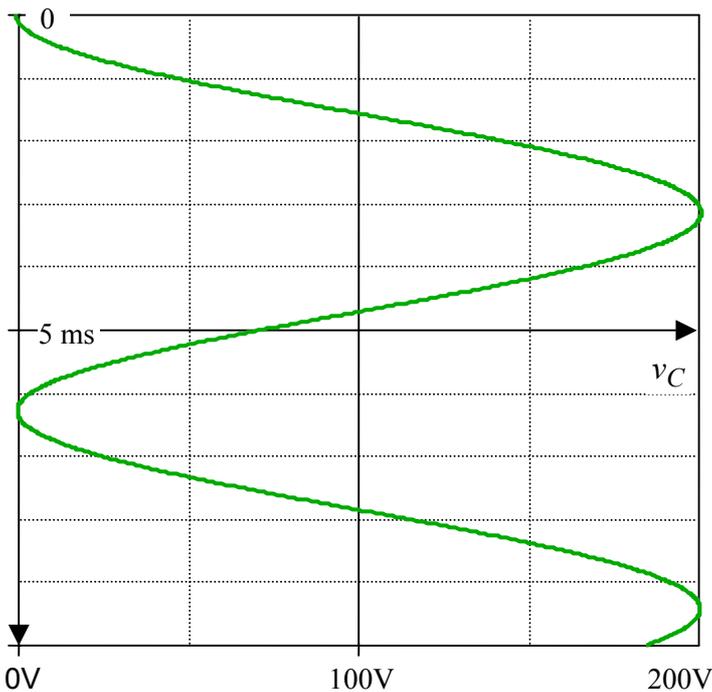
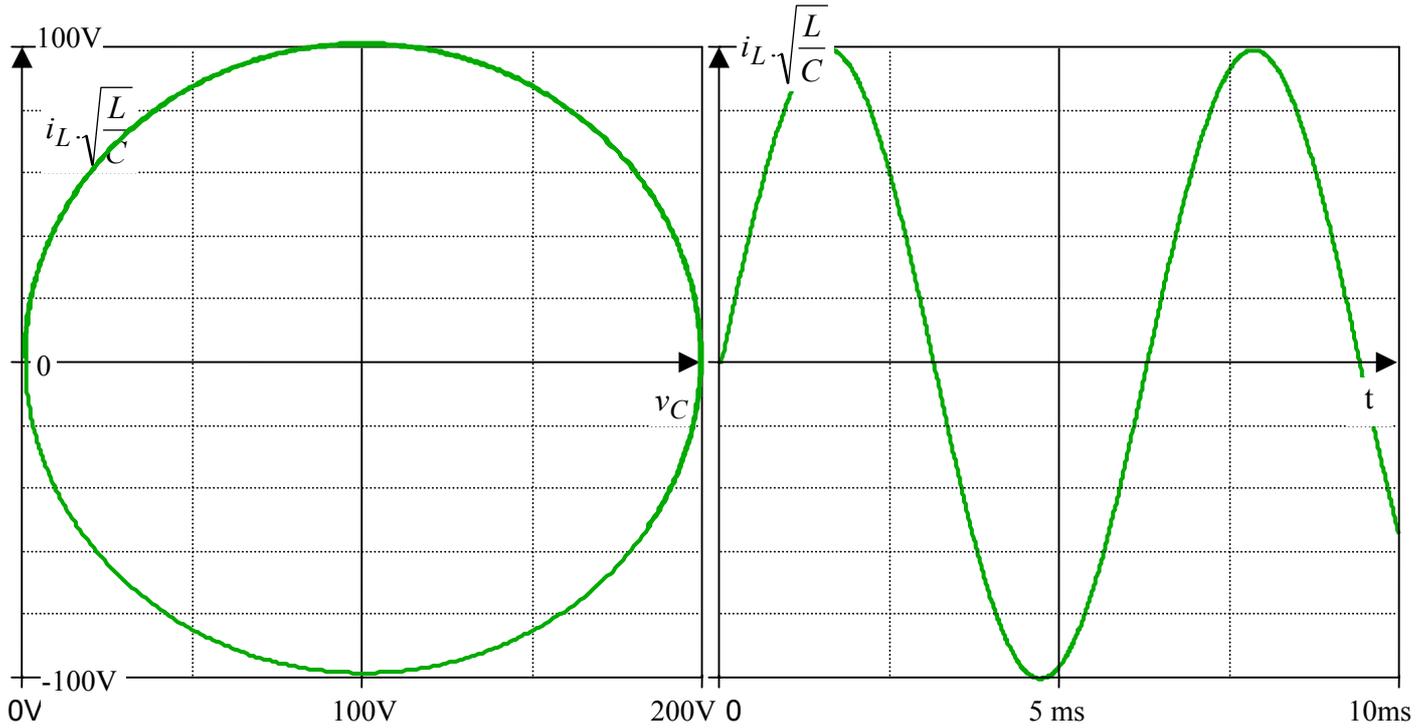


➤ Les projections sur les axes permettent de tracer $I_L(t) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ et $u_C(t)$.

On peut ensuite associer à ces courbes leur expression analytique.

Voir la suite .../...

Voici le résultat d'une simulation numérique avec un condensateur initialement déchargé:



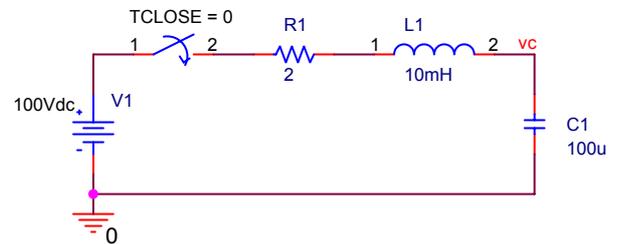
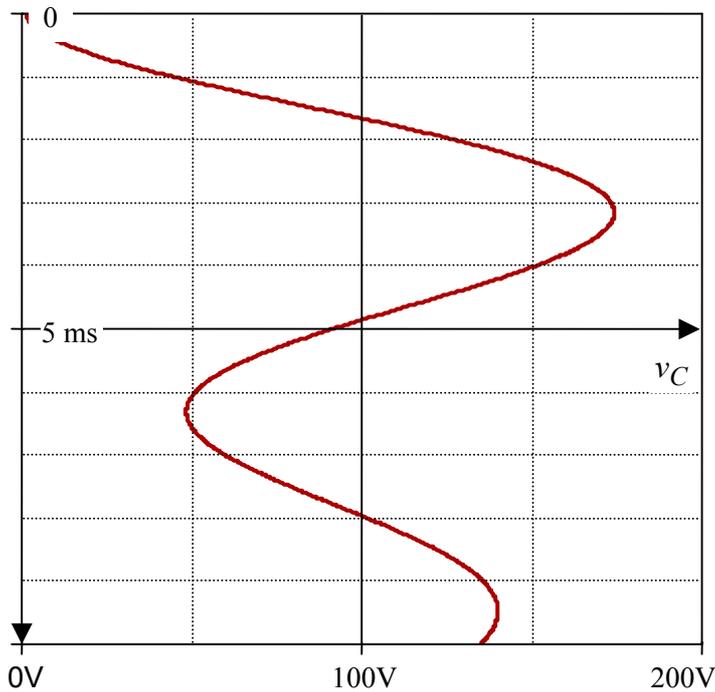
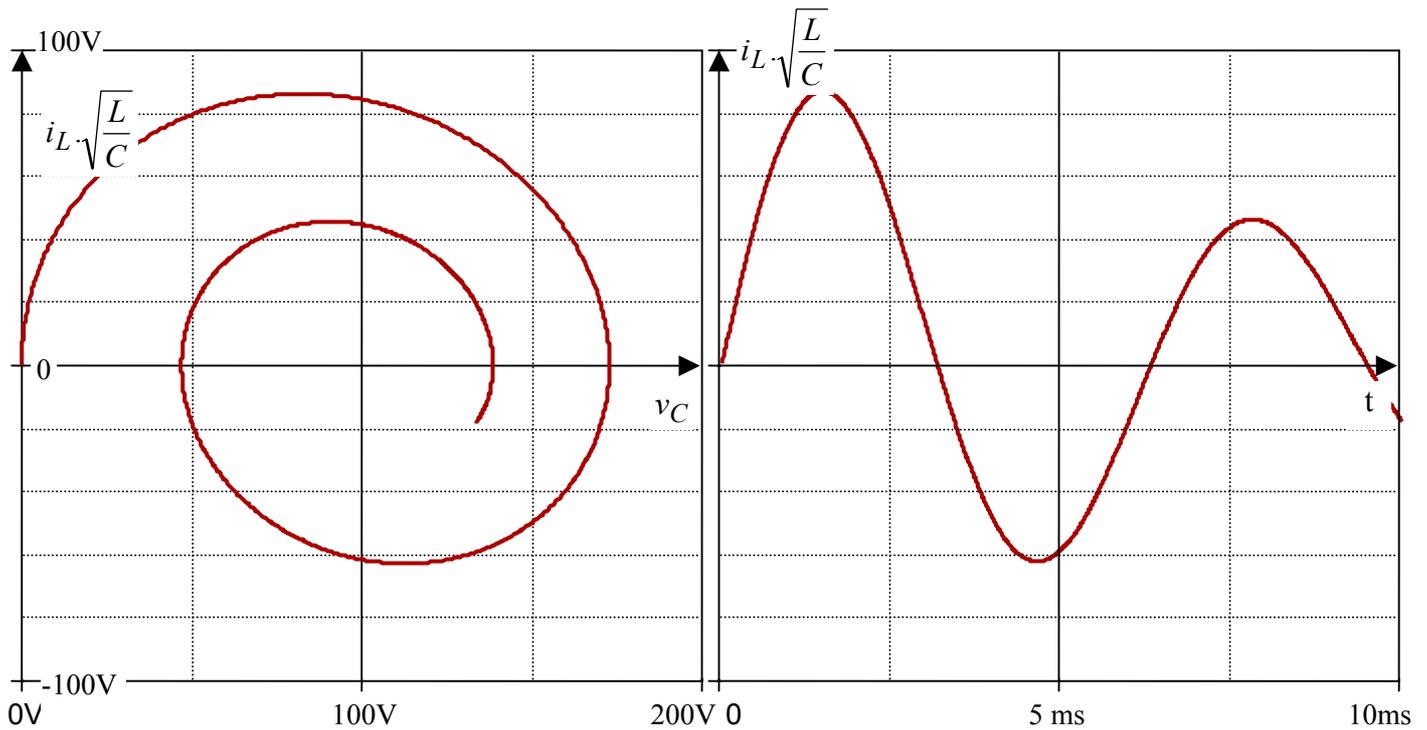
Avec les valeurs attribuées : $L = 10 \text{ mH}$ et $C = 100 \mu\text{F}$, on en déduit :

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-4}}} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000 \text{ rad/s} \quad \text{et on vérifie que la période est}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 6,28 \text{ ms}$$

Voir la suite .../...

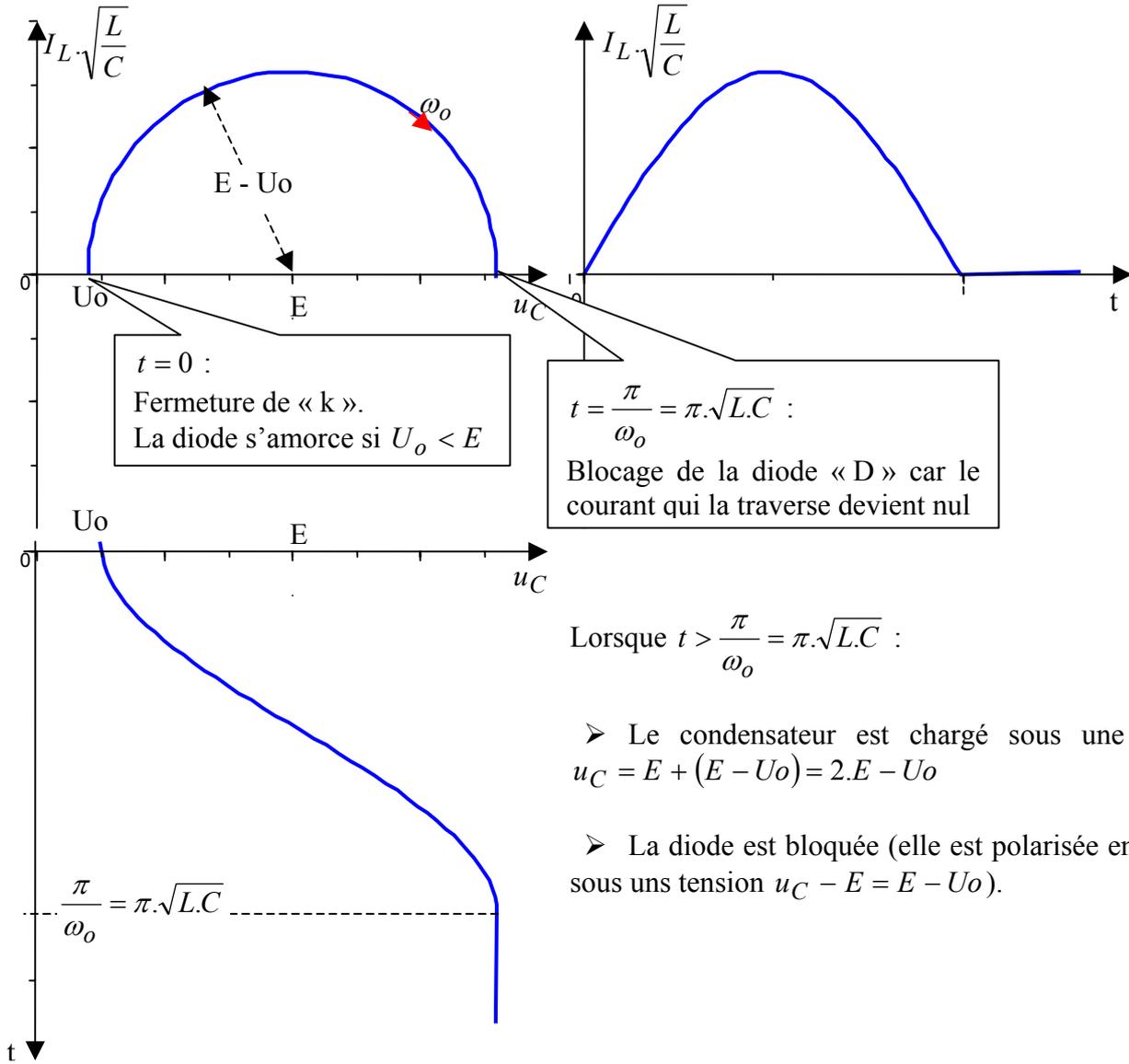
Si le circuit comporte une résistance de valeur faible (ici $2\ \Omega$) ⁽⁷⁾, les allures des courbes traduisent un amortissement, mais restent cohérentes avec l'approche précédente obtenue en négligeant la résistance



[Retour](#)

(7) Plus que la valeur de la résistance, c'est la valeur du « coefficient d'amortissement $\xi = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ qui doit rester faible (dans notre exemple, $\xi = 0,1$, ce qui constitue une valeur à ne pas trop dépasser)

Réponse 12:



[Retour](#)