

Exercices sur les fonctions alternatives sinusoïdales et sur leur somme

Ce document est une compilation des exercices posés en devoirs surveillés d'électricité au département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l'IUT de Nantes. Ces devoirs se sont déroulés généralement sans documents, sans calculatrice et *sans téléphone portable...*

Les devoirs d'une durée de 80 min sont notés sur 20 points. Donc chaque point proposé au barème correspond approximativement à une activité de 4 min.

Ces exercices correspondent aux chapitres 3 et 4 de la ressource [Baselecpro](#) sur le site [IUTenligne](#).


Un corrigé avec barème de correction est remis aux étudiants en sortie du devoir (C'est souvent le seul moment où ils vont réfléchir à ce qu'ils ont su (ou pas su) faire dans ce devoir)

Personnellement, je me refuse à manipuler le barème d'un devoir lors de la correction dans le but d'obtenir une moyenne présentable. (*ni trop ni trop peu...*)

La moyenne d'un devoir doit refléter l'adéquation entre les objectifs de l'enseignant et les résultats des étudiants.

Les documents proposés ici sont délivrés dans un format qui permet tout assemblage/désassemblage ou modification à la convenance de l'utilisateur. Les dessins et les équations ont été réalisés avec Word97.

Nos étudiants disposent d'une masse considérable d'informations sur internet. Les enseignants sont maintenant soucieux de leur apprendre à utiliser intelligemment cet immense champ de connaissance. Ils leur apprennent notamment à citer les sources...

Ressource [ExercicElecPro](#) proposée sur le site Internet 

Copyright : droits et obligations des utilisateurs

L'auteur ne renonce pas à sa qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de son document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Toute ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou* et la référence au site Internet *IUT en ligne*. La diffusion de toute ou partie de cette ressource sur un site internet autre que le site IUT en ligne est interdite.

Une version de Baselecpro est disponible sous forme d'un livre aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre

[ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l'électricité](#)

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes – France

Table des matières

1. Questions de cours.....	1
2. Passer du graphe à l'expression d'une fonction alternative sinusoïdale	1
3. Positionner le zéro d'une fonction alternative sinusoïdale (1,5 pts)	2
4. Représentation du graphe de fonctions alternatives sinusoïdales (1,5 pts)	5
5. Passage entre graphes et vecteurs de Fresnel (2 pts).....	6
6. Somme par les vecteurs de Fresnel (3,5 pts)	7
7. Somme par les vecteurs de Fresnel (4 pts)	8
8. Somme par les vecteurs de Fresnel (1,5 pts)	9
9. Somme par les vecteurs de Fresnel (1,5 pts)	9
10. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)	9
11. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)	10
12. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)	11
13. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 PTS).....	11
14. Principe d'une somme de sinusoïdes avec les complexes (2 pts).....	12
15. Somme par les nombres complexes (2 pts)	13
16. Somme par les nombres complexes avec un logiciel (3,5 pts)	14
17. Triphasé : courant dans le neutre par les vecteurs de Fresnel (2,5 pts)	15
18. Triphasé : courant dans le neutre calculé par un logiciel (2,5 pts)	16
19. Triphasé : courant dans le neutre (5 pts).....	17

1. Questions de cours

Compléter le tableau:

Barème pour chaque case:

Réponse juste: +0,2 pt

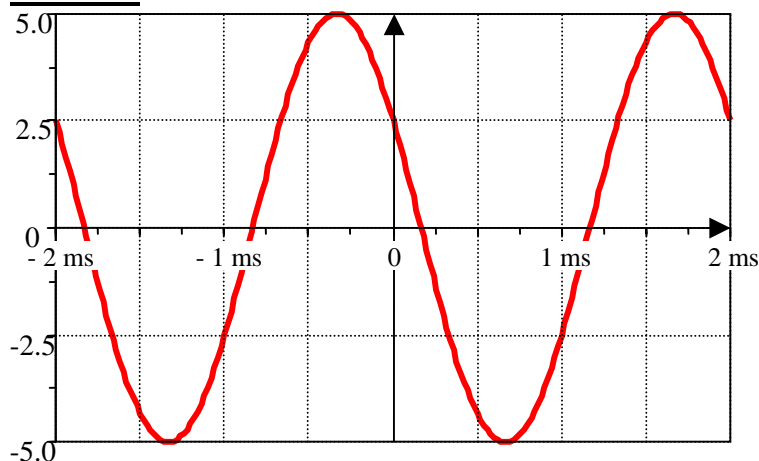
Pas de réponse: 0 pt

Réponse fausse: -0,2 pt

θ	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$
$\cos(\theta)$					
$\sin(\theta)$					

2. Passer du graphe à l'expression d'une fonction alternative sinusoïdale

Cas N°1



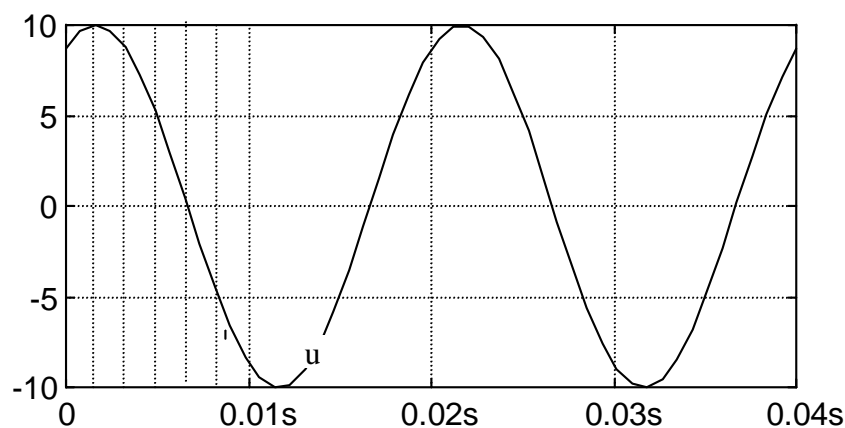
Soit la fonction alternative sinusoïdale représentée ci-contre (*Attention aux axes centrés !*)

- Indiquer sa période :
- Indiquer sa fréquence :
- Sachant que sa phase à l'origine est un multiple de $\frac{\pi}{6}$, préciser (sans justification) son expression analytique de sous la forme :

5.cos(.....t.....).

Corrigé : période : 2 ms. fréquence : $f = \frac{1}{T} = 500 \text{ Hz}$. Expression analytique: $5.\cos\left(1000.\pi.t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Cas N°2



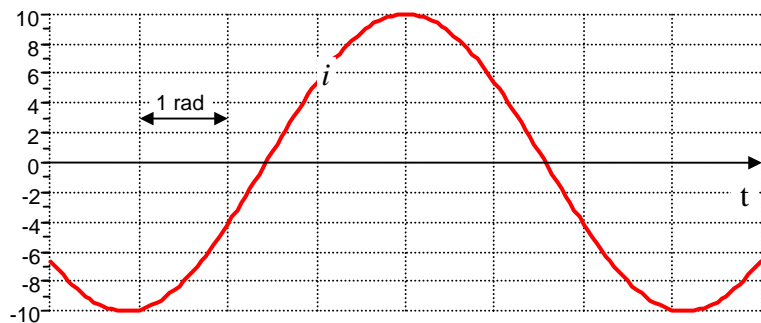
Déterminer l'expression analytique de la fonction u(t) ci-contre.

Corrigé : $u(t) = 10.\cos\left(100\pi.t - \frac{\pi}{6}\right)$ ou $u(t) = -10.\sin\left(100\pi.t - \frac{2\pi}{3}\right)$ ou $u(t) = -10.\cos\left(100\pi.t + \frac{5\pi}{6}\right)$ ou

$u(t) = 10.\sin\left(100\pi.t + \frac{\pi}{3}\right)$

3. Positionner le zéro d'une fonction alternative sinusoïdale (1,5 pts)

Cas N°1

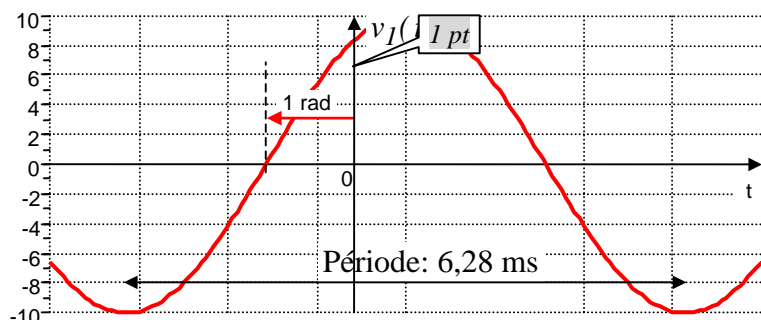


Le graphe ci-contre est celui de la fonction du temps $i(t) = 10.\sin(1000.t + 1)$.

- Placer approximativement l'axe des ordonnées au point $t = 0$.
- Préciser la valeur de la période T de $i(t)$

(La distance entre deux pointillés verticaux correspond à un angle de 1 rad)

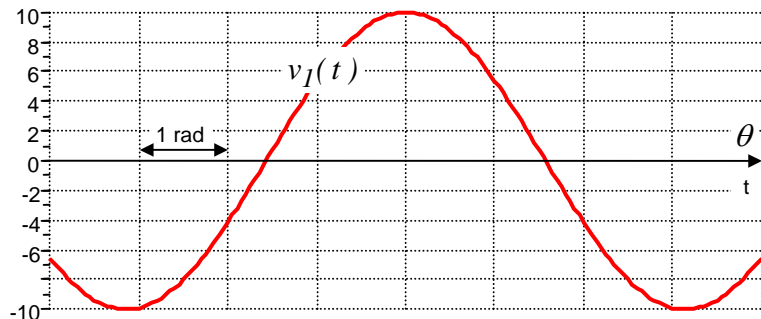
Corrigé :



$$v_I(t) = 10.\sin(1000.t + 1)$$

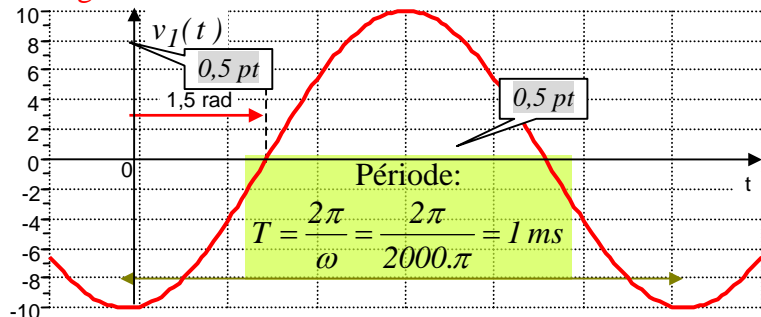
La période est $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1000} \text{ s}$ 0,5 pt

Cas N°2

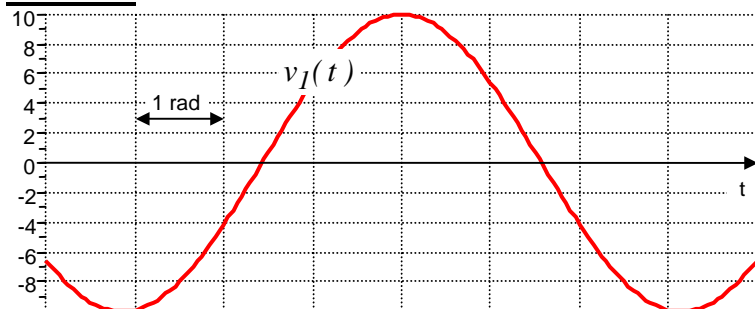


Le graphe ci-contre est celui de la fonction $v_I(t) = 10.\sin(2000.\pi.t - 1,5)$. Placer l'axe des ordonnées au point $t = 0$. (attention sinus !) Préciser la valeur de la période en ms:

Corrigé :



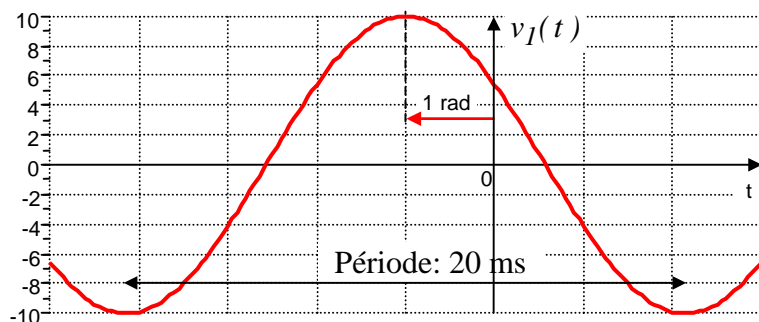
$$v_I(t) = 10.\sin(2000.\pi.t - 1,5)$$

Cas N°3

Le graphe ci-contre est celui de la fonction $v_I(t) = 10 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t + 1)$. Placer l'axe des ordonnées au point $t = 0$. Préciser la valeur de la période :

(La distance entre deux pointillés verticaux correspond à un angle de 1 rad)

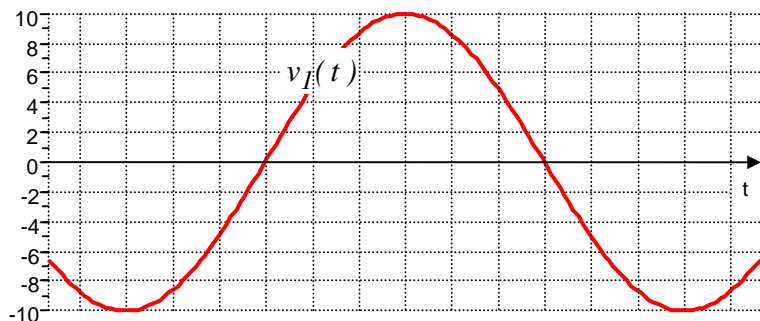
Corrigé :



$$v_I(t) = 10 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t + 1)$$

$$\text{La période est } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50} = 20 \text{ ms}$$

Cas N°4

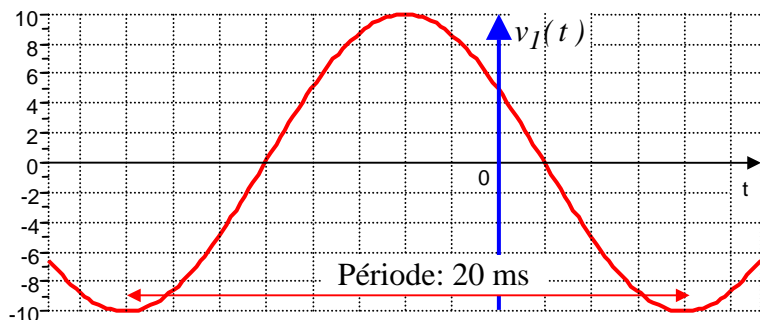


Le graphe ci-contre est celui de la fonction $v_1(t) = 10.\cos\left(100.\pi.t + \frac{\pi}{3}\right)$. Placer l'axe des ordonnées au point $t = 0$. Préciser la valeur de la période :

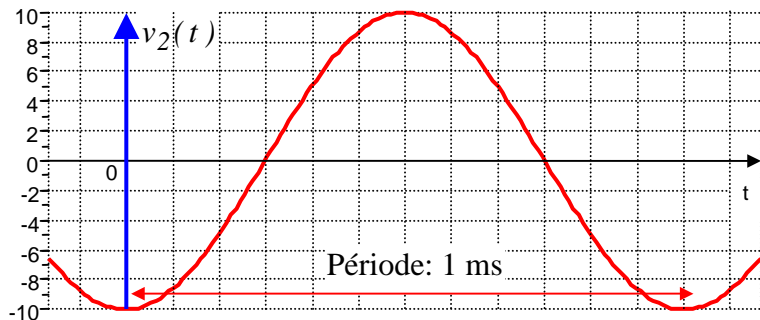


Le graphe ci-contre est celui de la fonction $v_2(t) = 10.\sin\left(2000.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$. Placer l'axe des ordonnées au point $t = 0$. (*attention sinus !*) Préciser la valeur de la période :

Corrigé :



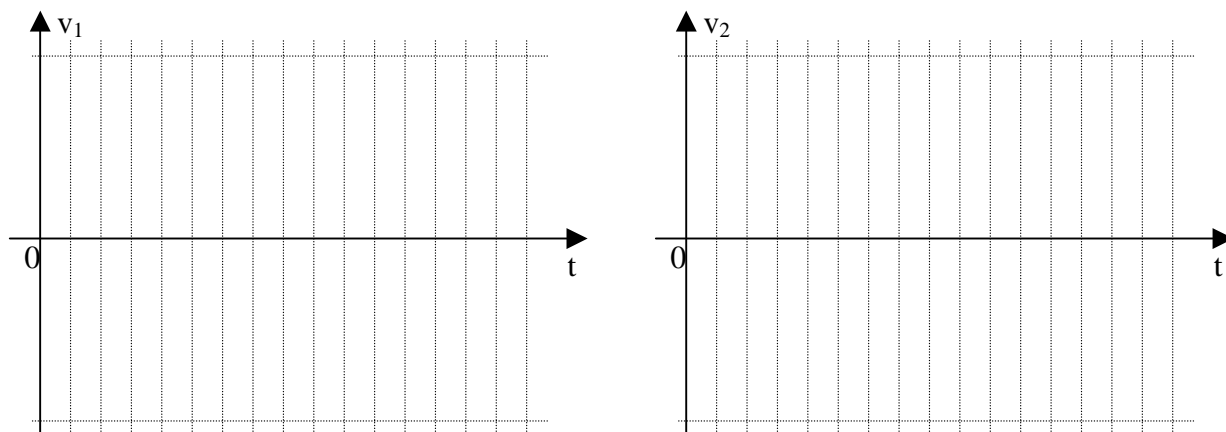
$$v_1(t) = 10.\cos\left(100.\pi.t + \frac{\pi}{3}\right)$$



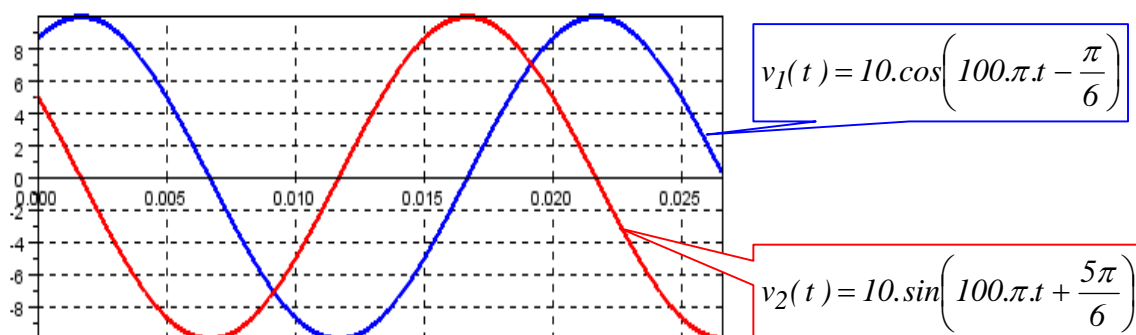
$$v_2(t) = 10.\sin\left(2000.\pi.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Représentation du graphe de fonctions alternatives sinusoïdales (1,5 pts)

a) (2 pts) Représenter le graphe des fonctions $v_1(t) = 10.\cos\left(100.\pi.t - \frac{\pi}{6}\right)$ et $v_2(t) = 10.\sin\left(100.\pi.t + \frac{5\pi}{6}\right)$ (ne pas oublier les échelles d'amplitude et de temps).

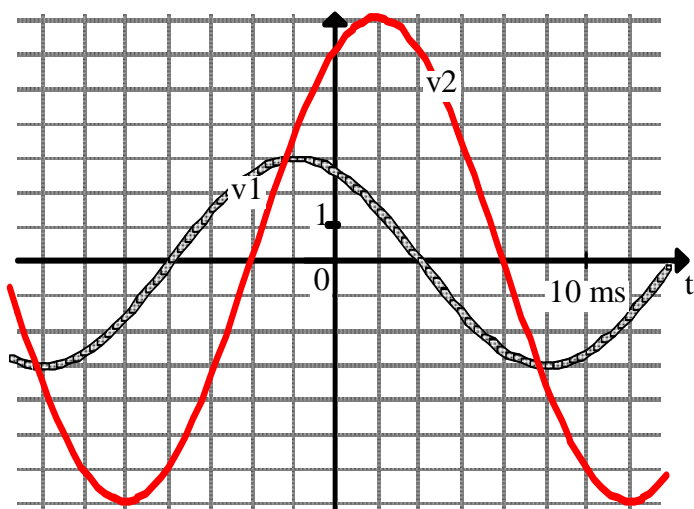


Corrigé :



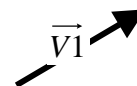
5. Passage entre graphes et vecteurs de Fresnel (2 pts)

Test sur la capacité à passer de l'une à l'autre des descriptions



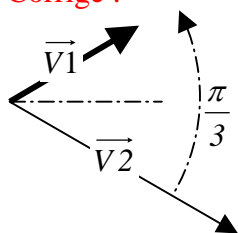
Soient deux fonctions alternatives sinusoïdales $v_1(t)$ et $v_2(t)$ dont les graphes sont donnés ci-contre. A la fonction $v_1(t)$ on a associé le vecteur de Fresnel suivant.

a) Représenter le vecteur de Fresnel associé à $v_2(t)$ avec la même convention



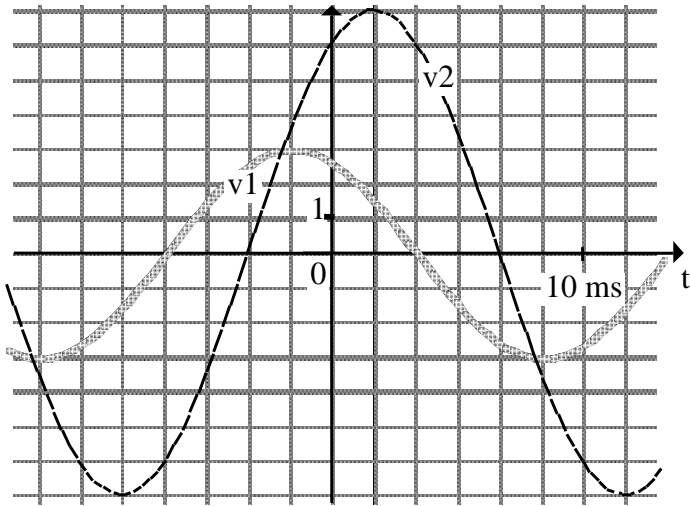
b) Compte tenu de l'origine choisie sur le graphe, donner l'expression analytique de $v_2(t)$ (Préciser la valeur de la pulsation).

Corrigé :



$$v_2(t) = 7 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{\text{période}} = \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} = 100\pi \text{ rad / s}$$

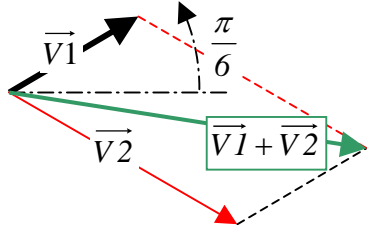
6. Somme par les vecteurs de Fresnel (3,5 pts)



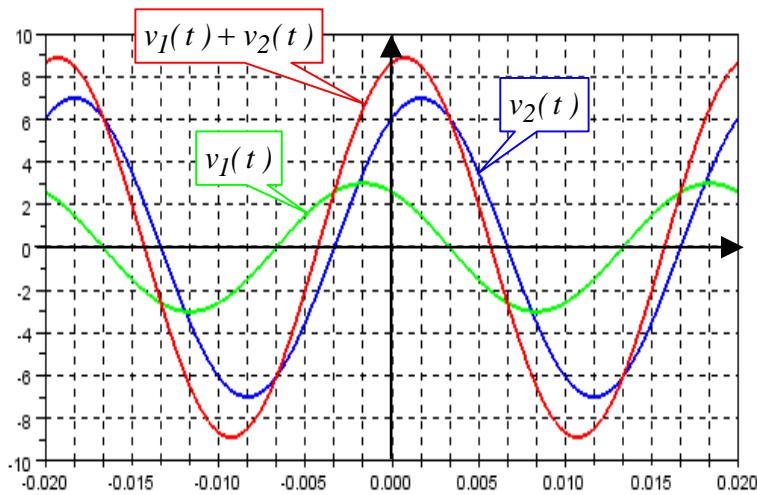
Après avoir dessiné à main levée les vecteurs de Fresnel associés à $v_1(t)$ et $v_2(t)$, estimer l'amplitude de la somme: $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$.

Représenter l'allure de $v(t)$ sur le graphe ci-contre.

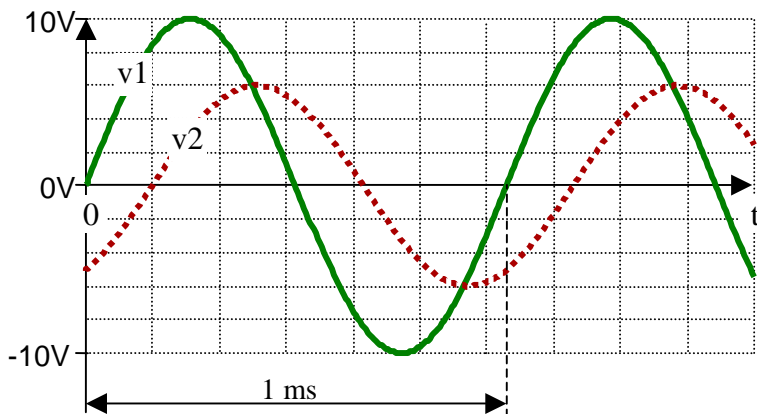
Corrigé : On doit trouver approximativement les valeurs suivantes :



```
//Calcul en complexe sous Scilab :
v1=3*exp(%i*pi/6); v2=7*exp(-%i*pi/6);
v=v1+v2 ;
module=abs(v)
argument=atan(imag(v),real(v))
module = 8.8881944
argument = - 0.2269611
```



7. Somme par les vecteurs de Fresnel (4 pts)

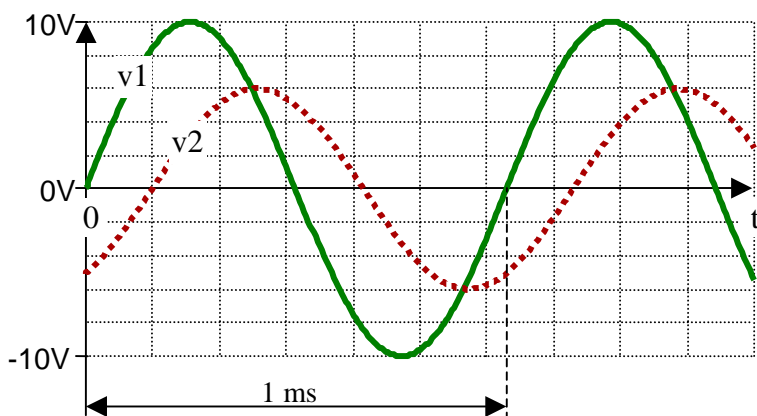


Donner les expressions analytiques de $v_1(t)$ et de $v_2(t)$. Préciser leur pulsation « ω ». Le déphasage sera estimé. ⁽¹⁾

Représenter à main levée le diagramme de Fresnel à un instant quelconque associé à $v_1(t)$, $v_2(t)$ et à $v_s(t) = v_1(t) + v_2(t)$

Donner une estimation de l'amplitude $V_{s_{max}}$ de $v_s(t)$ et de son déphasage φ_s par rapport à $v_1(t)$ en rad ou en d°

Corrigé :

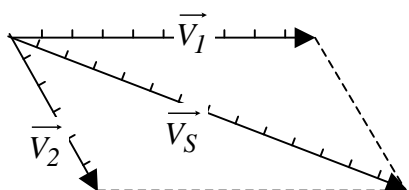


$$v_1(t) = 10 \cdot \sin(\omega t) \text{ ou } v_1(t) = 10 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$v_2(t) = 6 \cdot \sin(\omega t - 1) \text{ ou } v_2(t) = 6 \cdot \sin\left(\omega t - 1 - \frac{\pi}{2}\right) \quad \boxed{1 \text{ pt}}$$

avec $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10^{-3}} = 2000\pi \text{ rad/s}$

$$\text{ou } \omega = 6283 \text{ rad/s} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$



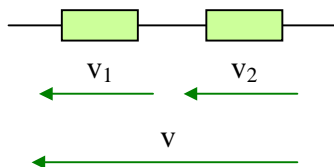
On doit trouver approximativement les valeurs suivantes :
(Calcul avec le logiciel gratuit Scilab)

```
V2=6*exp(-%i*1)
VS=V2+10
module=abs(VS)
argument=atan(imag(VS),real(VS))
module = 14,71672 ; argument = - 0,3642642 rad ou - 20,870801 d°
```

$\boxed{1 \text{ pt}}$ $\boxed{1 \text{ pt}}$

¹ Rappel : $3,14 \text{ rad} = 180^\circ$ $1 \text{ rad} = 57,3^\circ$

8. Somme par les vecteurs de Fresnel (1,5 pts)



Sachant que $v_1(t) = 10.\cos(\omega.t)$ et $v_2(t) = 15.\cos(\omega.t + 1)$, **estimer** l'expression analytique de $v(t)$ à l'aide d'un diagramme de Fresnel à main levée. ($1 \text{ rad} = 57,3^\circ$)

Corrigé :

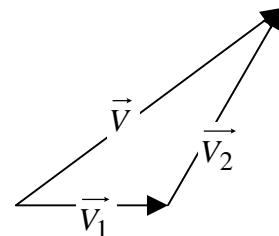
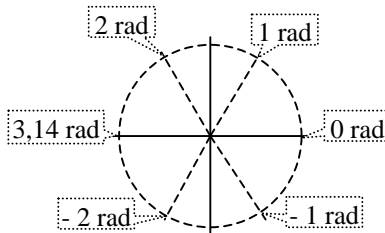
avec le logiciel Scilab :

$$v=10+15*\exp(\%i*1) = 8.104535 + 12.622065i$$

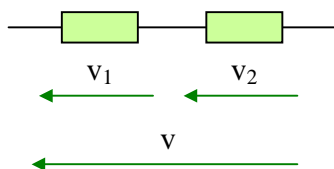
$$\text{module}=\text{abs}(v) = 22.070131$$

$$\text{argument}=\text{atan}(\text{imag}(v),\text{real}(v)) = 0.6088288 \text{ rad} = 35^\circ$$

On doit donc trouver approximativement : $v(t) = 22,07.\cos(\omega.t + 0,61)$

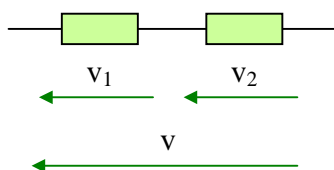


9. Somme par les vecteurs de Fresnel (1,5 pts)



Sachant que $v_1(t) = 10.\cos(\omega.t)$ et $v_2(t) = 15.\cos(\omega.t - 1)$, **estimer** l'expression analytique de $v(t)$ à l'aide d'un diagramme de Fresnel à main levée. ($1 \text{ rad} = 57,3^\circ$)

Corrigé :



$v_1(t) = 10.\cos(\omega.t)$ et $v_2(t) = 15.\cos(\omega.t + 1)$, ($1 \text{ rad} \leq 60^\circ$)

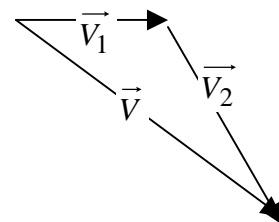
avec le logiciel Scilab :

$$v=10+15*\exp(-\%i*1) = 8.104535 - 12.622065i$$

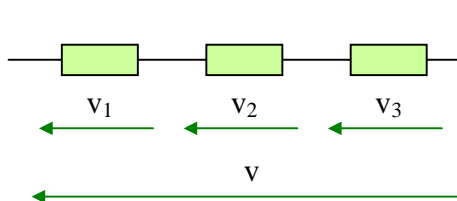
$$\text{module}=\text{abs}(v) = 22.070131$$

$$\text{argument}=\text{atan}(\text{imag}(v),\text{real}(v)) = -0.6088288 \text{ rad} = -35^\circ$$

$$v(t) = 22,07.\cos(\omega.t - 0,61) = 22,07.\cos(\omega.t - "35^\circ")$$



10. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)



Sachant que $v_1(t) = 10.\cos(\omega.t)$, $v_2(t) = 15.\cos\left(\omega.t + \frac{\pi}{3}\right)$ et

$$v_3(t) = 20.\cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Représenter un diagramme de Fresnel associé aux tensions.

Estimer l'ordre de grandeur de l'expression analytique de $v(t)$ sous la forme : $v(t) = \dots\dots\dots \cos(\omega.t \dots\dots\dots)$

Corrigé

$$j=\%i;\text{pi}=\%pi;\text{v1}=10;\text{v2}=15*\exp(j*\text{pi}/3);\text{v3}=20*\exp(-j*\text{pi}/6);$$

$$\text{v}=\text{v1}+\text{v2}+\text{v3}$$

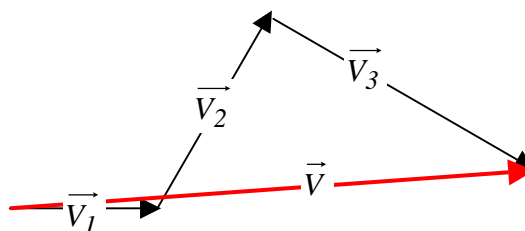
$$\text{Vmax}=\text{abs}(\text{v})$$

$$\text{phase}=\text{atan}(\text{imag}(\text{v}),\text{real}(\text{v}))$$

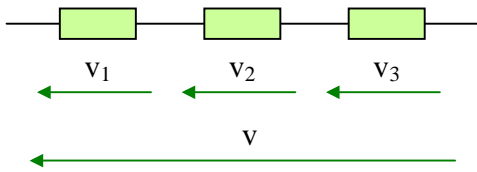
$$\text{Vmax} = 34.948679$$

$$\text{phase} = 0.0856697$$

$$v(t) = 35.\cos(\omega.t + 0,08) \text{ (ordre de grandeur)}$$



11. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)

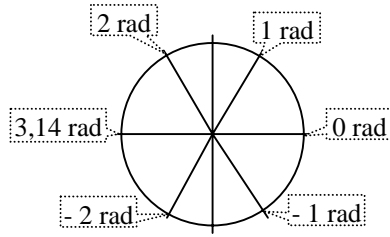


Sachant que $v_1(t) = 10.\cos(\omega.t)$, $v_2(t) = 15.\cos(\omega.t + 1)$ et $v_3(t) = 20.\cos(\omega.t - 0.5)$.

Représenter un diagramme de Fresnel associé aux tensions.

Estimer l'ordre de grandeur de l'expression analytique de $v(t)$ sous la

forme : $v(t) = \dots\dots\dots \cos(\omega.t \dots\dots\dots)$



Corrigé :

Calcul sous Scilab :

```
j=%i; v1=10;v2=15*exp(j*1);v3=20*exp(-j*0.5);
```

```
v=v1+v2+v3
```

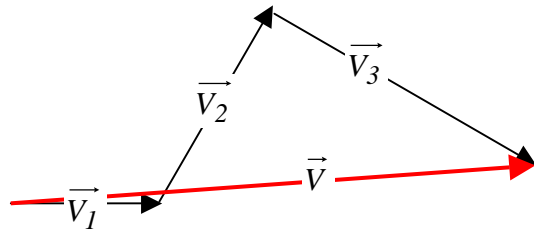
```
Vmax=abs(v)
```

```
phase=atan(imag(v),real(v))
```

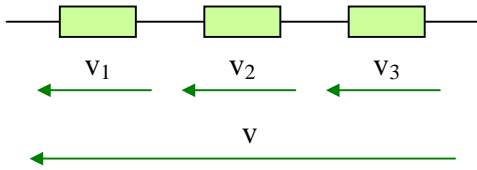
```
Vmax = 35.784997
```

```
phase = 0.0848735
```

```
v(t) = 36.cos(omega.t + 0,08) (ordre de grandeur)
```

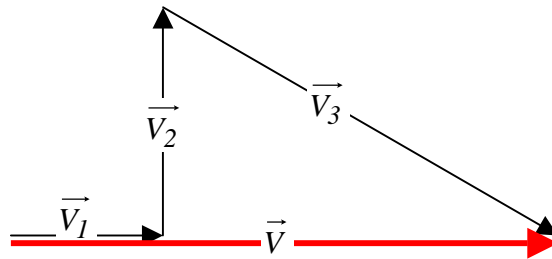
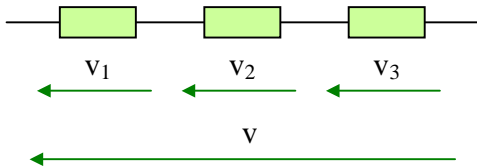


12. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)



Sachant que $v_1(t) = 10.\cos(\omega.t)$, $v_2(t) = 15.\cos\left(\omega.t + \frac{\pi}{2}\right)$ et $v_3(t) = 30.\cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{6}\right)$, **estimer** l'expression analytique de $v(t)$ à l'aide d'un diagramme de Fresnel.

Corrigé :



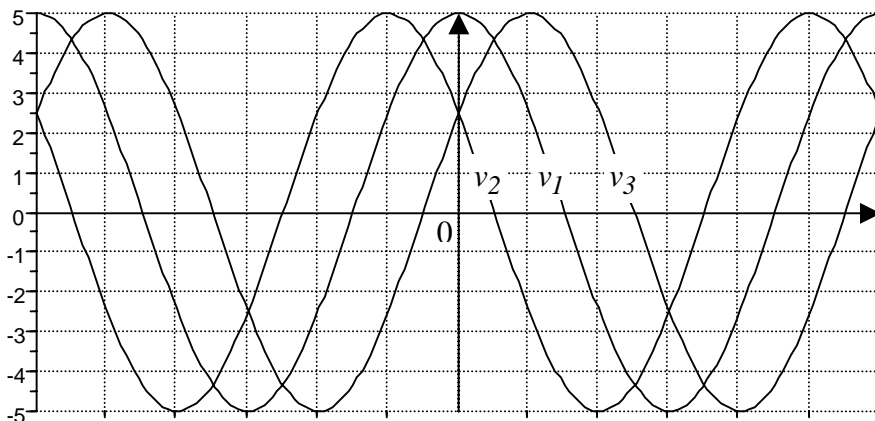
$$v_1(t) = 10.\cos(\omega.t) ,$$

$$v_2(t) = 15.\cos\left(\omega.t + \frac{\pi}{2}\right) ,$$

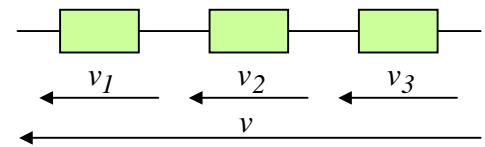
$$v_3(t) = 30.\cos\left(\omega.t - \frac{\pi}{6}\right) ,$$

$$\Rightarrow v(t) \approx 36.\cos(\omega.t)$$

13. Somme par les vecteurs de Fresnel (2 pts)

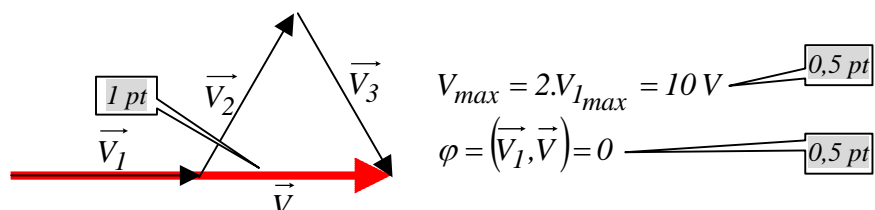


Soient $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$ trois tensions alternatives sinusoïdales représentées ci contre. On étudie le montage suivant :



A l'aide d'un diagramme de Fresnel, estimer l'amplitude V_{max} de la tension $v(t)$ et son déphasage φ par rapport à $v_1(t)$. Préciser quels sont les vecteurs \vec{V}_1 , \vec{V}_2 , \vec{V}_3 et \vec{V}

Corrigé :



14. Principe d'une somme de sinusoïdes avec les complexes (2 pts)

On veut déterminer $i_s(t) = i_1(t) + i_2(t)$ à partir d'une estimation graphique....

Estimer le déphasage. (²) et compléter les 3 cases ci-dessous

On décide de prendre i_1 comme référence et d'écrire : $i_1(t) = 8 \cdot \cos(\omega t)$

Complexes

$$\underline{I}_1 = 8 \cdot e^{j0}$$

$$\underline{I}_2 = 10 \cdot e^{j(\quad)}$$

$$\underline{I}_S = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 15.83 \cdot e^{-j0.44}$$

Somme avec une calculatrice ou un logiciel

$i_S(t) = \quad \cdot \cos(\omega t - \quad)$

Corrigé :

$$\underline{I}_2 = 10 \cdot e^{j-1 \text{ rad}}$$

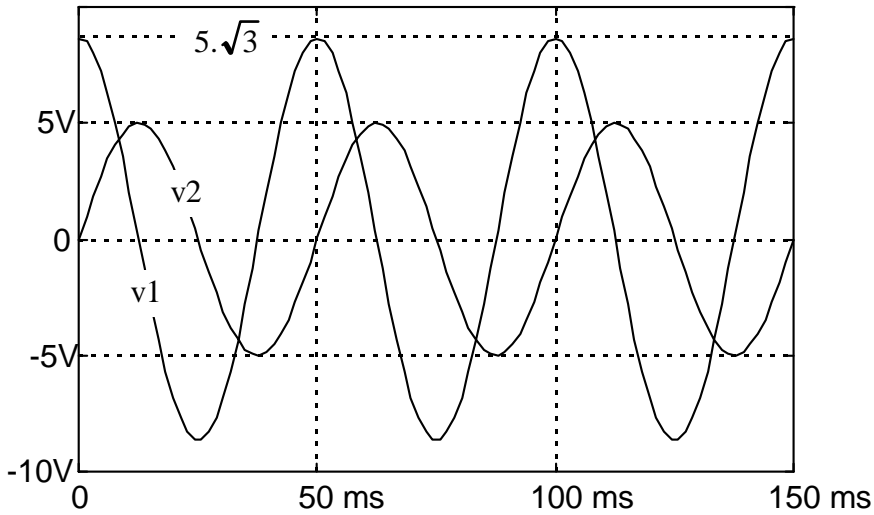
1 pt

1 pt

$$i_S(t) = 15,83 \cdot \cos(\omega t - 0,44)$$

² Rappel : $3,14 \text{ rad} = 180^\circ$ $1 \text{ rad} = 57,3^\circ$

15. Somme par les nombres complexes (2 pts)



Déterminer les expressions analytiques de $v_1(t)$ et de $v_2(t)$

Soit $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$.

Calculer $v(t)$ par les complexes.
(sans calculatrice)

(On remarquera que $5 = 10 \cdot \frac{1}{2}$ et que

$5\sqrt{3} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ ce qui doit faire penser à un angle bien particulier...)

Corrigé : $v_1(t) = 5\sqrt{3} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{1}{50 \cdot 10^{-3}} \cdot t\right) = 5\sqrt{3} \cdot \cos(40\pi t)$ $v_2(t) = 5 \cdot \sin(40\pi t) = 5 \cdot \cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\underline{V}_1 = 5\sqrt{3} ; \underline{V}_2 = 5 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = -5j \Rightarrow \underline{V}_1 + \underline{V}_2 = 5\sqrt{3} - 5j = 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}j\right) = 10 \cdot \left(1 \cdot e^{-j\frac{\pi}{6}}\right) = 10 \cdot e^{-j\frac{\pi}{6}}$$


$$\Rightarrow v_1(t) + v_2(t) = 10 \cdot \cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

16. Somme par les nombres complexes avec un logiciel (3,5 pts)

A l'aide du logiciel Scilab, on a fait la somme de deux sinusoides $v_1(t)$ et $v_2(t)$ de même fréquence en utilisant le calcul en complexes.

(Dans le langage Scilab, l'opérateur complexe « i » ou « j » s'écrit %i et les complexes ne sont pas soulignés)

Voici dans les encadrés les instructions et les résultats obtenus par Scilab

<p>Instructions données à Scilab :</p> <pre>V1=2*exp(-%i*0.8) V2=3*exp(%i*1) V=V1+V2 moduleV=abs(V) argumentV=atan(imag(V),real(V))</pre>		<p>Réponses de Scilab</p> <pre>V1 = 1.393 - 1.435i V2 = 1.621 + 2.525i V = 3.014 + 1.090i moduleV = 3.205 argumentV = 0.347</pre>
--	---	--

Sachant que $v_1(t) = 2 \cdot \cos(\omega t - 0.8)$, Compléter les expressions de $v_2(t)$ et de $v(t)$ ci-dessous :

$v_2(t) = \dots\dots\dots \cos(\omega t \dots\dots\dots)$ $v(t) = \dots\dots\dots \cos(\omega t \dots\dots\dots)$


Quel calcul a fait le logiciel Scilab pour obtenir le complexe \underline{V} sous forme algébrique $V = 3.014 + 1.090i$ à partir des expressions $V1=2 \cdot \exp(-%i \cdot 0.8) = 1.393 - 1.435i$ et $V2=3 \cdot \exp(%i \cdot 1) = 1.621 + 2.525i$?


Quel calcul a fait le logiciel Scilab pour obtenir le module du complexe \underline{V} à partir de $V = 3.014 + 1.090i$?

Quel calcul a fait le logiciel Scilab pour obtenir l'argument du complexe \underline{V} à partir de $V = 3.014 + 1.090i$?


Corrigé :

$v_2(t) = 3 \cos(\omega t + 1.)$ $v(t) = 3.205 \cos(\omega t + 0.347)$






$\underline{V} = (1.393 + 1.621) + j(-1.435 + 2.525) = 3.014 + 1.090$ (Somme des parties réelles et somme des parties imaginaires)

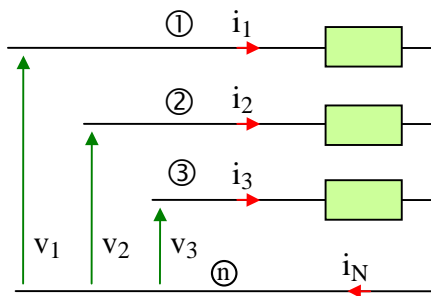


$|\underline{V}| = \sqrt{3.014^2 + 1.090^2} = 3.205$

$\arg(\underline{V}) = \arctan\left(\frac{1.090}{3.014}\right) = 0.347 \text{ rad}$



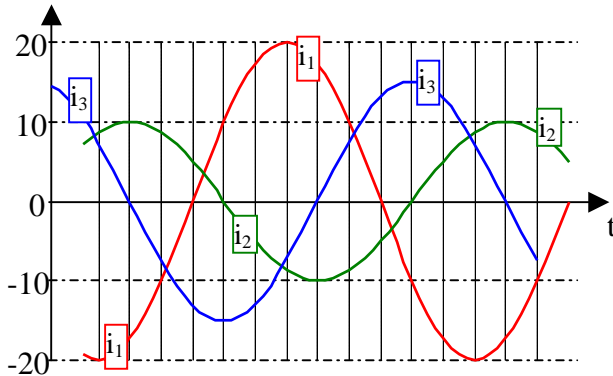
17. Triphasé : courant dans le neutre par les vecteurs de Fresnel (2,5 pts)



Un câble « triphasé » comporte quatre conducteurs de cuivre (notés ①, ②, ③ et ④).

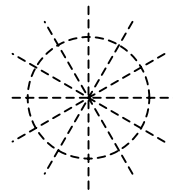
Chaque conducteur a une section de $2,5 \text{ mm}^2$. Il peut délivrer un courant alternatif sinusoïdal d'amplitude maximale 28 A sans que son échauffement (par effet Joule) ne soit excessif.

Ce câble alimente un ensemble de trois dipôles parcourus respectivement par les courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.



Les courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ sont représentés ci-contre :

Représenter, à main levée, les vecteurs de Fresnel \vec{I}_1 , \vec{I}_2 , \vec{I}_3 et \vec{I}_N à un instant quelconque. En déduire graphiquement si l'amplitude du courant $i_N(t)$ est compatible avec la section des conducteurs du câble.



Corrigé :

Calcul en complexe (non demandé)

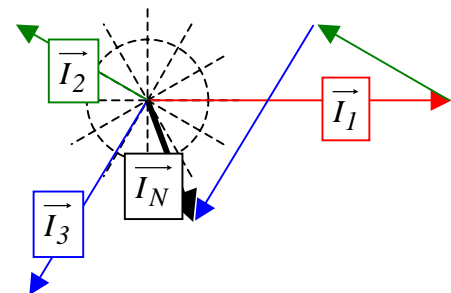
```

j=%i;pi=%pi
i1=20*exp(j*0);i2=10*exp(-j*7*pi/6);i3=15*exp(-j*4*pi/6);
iN=i1+i2+i3
module_iN=abs(iN)
argument_iN=atan(imag(iN),real(iN))
    
```

Les résultats obtenus sont les suivants :

```

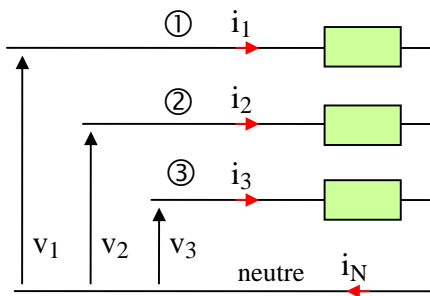
module_iN = 8.865091
argument_iN = - 1.1228327
    
```



Visiblement l'amplitude de $i_N(t)$ est très inférieure à 28 A

Un simple diagramme de Bode à main levée permet d'en avoir la certitude

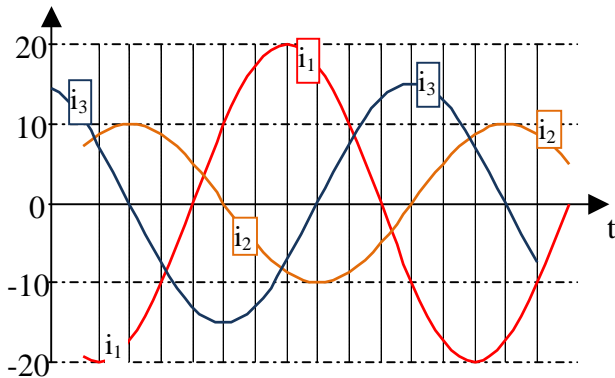
18. Triphasé : courant dans le neutre calculé par un logiciel (2,5 pts)



Un câble « triphasé » comporte quatre conducteurs de cuivre (notés ①, ②, ③ et neutre). Chaque conducteur a une section de 2,5 mm². Il peut délivrer un courant alternatif sinusoïdal d'amplitude maximale 28 A sans que son échauffement (par effet Joule) ne soit excessif.

Ce câble alimente un ensemble de trois dipôles parcourus respectivement par les courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.

Les courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ sont représentés ci-contre. On pose $i_1(t) = 20 \cdot \cos(\omega t)$



Pour déterminer le courant $i_N(t)$, on utilise le logiciel Scilab qui peut effectuer des calculs en complexe. Les instructions programmées sont les suivantes :

```

j=%i; pi=%pi
i1=20*exp(j*0);i2=10*exp(-j*7*pi/6);
i3=15*exp(-j*4*pi/6);
iN=i1+i2+i3
module_iN=abs(iN)
argument_iN=atan(imag(iN),real(iN))
    
```

Les résultats obtenus sont les suivants :

```

module_iN = 8.865091
argument_iN = - 1.1228327
    
```

Compléter l'expression
 $i_N(t) = \dots\dots\dots \cos(\omega t \dots\dots\dots)$

Corrigé :

$$i_1(t) = 20 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\rightarrow \underline{I_1} = 20 \cdot e^{j0}$$

Calcule avec le logiciel Scilab

$$\underline{i_N(t)} = 8.865091 \cdot \cos(\omega t - 1.1228327)$$

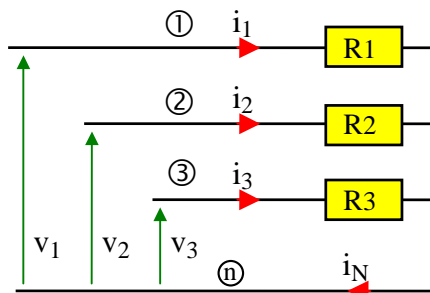
$$\leftarrow \underline{I_N} = 8.865091 \cdot e^{-j1.1228327}$$

Commentaire : Aucune difficulté calculatoire dans cet exercice. L'objectif est de tester la capacité à appréhender une situation inconnue sans paniquer. Pour cela, il faut quelques connaissances et un minimum de confiance en soi !

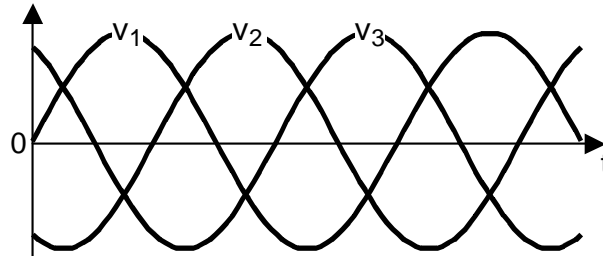
19. Triphasé : courant dans le neutre (5 pts)

Un câble « triphasé » comporte quatre conducteurs de cuivre (notés ①, ②, ③ et ④).

Chaque conducteur a une section de $2,5 \text{ mm}^2$. Il peut délivrer un courant alternatif sinusoïdal d'amplitude maximale 28 A sans que son échauffement (par effet Joule) ne soit excessif.

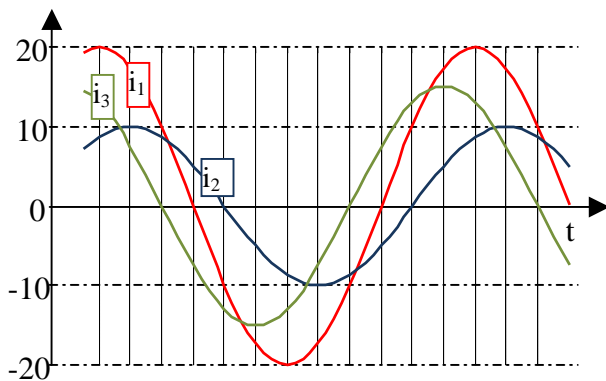


a) Ce câble est alimenté par trois tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$ représentées ci-dessous **aux bornes** des trois résistances R_1 , R_2 et R_3 ci-contre.



Les amplitudes des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ ont été mesurées : $I_{1max} = 20 \text{ A}$; $I_{2max} = 10 \text{ A}$ et $I_{3max} = 15 \text{ A}$.

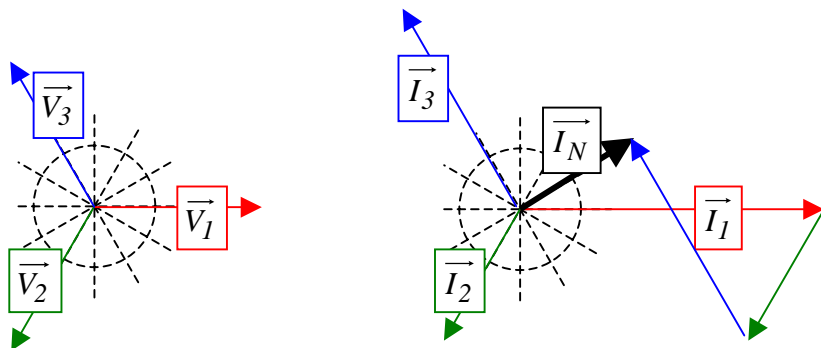
Représenter les vecteurs de Fresnel \vec{V}_1 , \vec{V}_2 , \vec{V}_3 , \vec{I}_1 , \vec{I}_2 , \vec{I}_3 et \vec{I}_N à un instant quelconque. En déduire graphiquement si l'amplitude du courant $i_N(t)$ est compatible avec la section des conducteurs du câble



b) Les trois résistances précédentes sont remplacées par trois nouveaux dipôles. Les nouveaux courants sont représentés ci-contre.

Représenter les vecteurs de Fresnel \vec{I}_1 , \vec{I}_2 , \vec{I}_3 et \vec{I}_N . En déduire graphiquement si l'amplitude du courant $i_N(t)$ est compatible avec la section des conducteurs du câble.

Corrigé :



a) Les courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ sont respectivement en phase avec les tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$. Le diagramme de Fresnel à main levée montre que l'amplitude du courant $i_N(t)$ est inférieure à 10 A

b) Dans ce second cas, le diagramme de Fresnel à main levée montre que l'amplitude du courant $i_N(t)$ est de l'ordre de 40 A, donc incompatible avec la section du câble.

