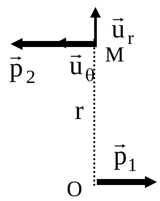
INTERACTION DIPOLE - DIPOLE

Détermination de la force exercée par le dipôle $\vec{p}_1$ placé en O sur le dipôle $\vec{p}_2$ placé en M.



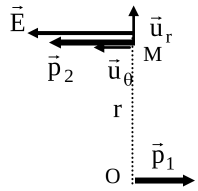
- En M, on trace les vecteurs unitaires $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$

  La direction et le sens de $\vec{u}_r$ sont ceux de $\vec{r}$ orienté de O source du champ au point M considéré.

  Le vecteur $\vec{u}_\theta$ est obtenu à partir de $\vec{u}_r$ par une rotation de $+\dfrac{\pi}{2}$ dans le sens trigonométrique.

- Le dipôle de moment $\vec{p}_1$ crée en M un champ $\vec{E}$. Les composantes radiale et orthoradiale de ce champ sont :

$$\vec{E}\begin{cases} E_r = \dfrac{2\vec{p}_1.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0\, r^4} = \dfrac{2p_1.r.\cos\frac{\pi}{2}}{4\pi\varepsilon_0\, r^4} = 0 \\[2ex] E_\theta = \dfrac{|\vec{p}_1 \wedge \vec{r}|}{4\pi\varepsilon_0\, r^4} = \dfrac{p_1.r.\sin\frac{\pi}{2}}{4\pi\varepsilon_0\, r^4} = \dfrac{p_1}{4\pi\varepsilon_0\, r^3} > 0 \end{cases}$$



- $E_r = 0$ et $E_\theta > 0 \Rightarrow$ Le champ $\vec{E}$ créé par le dipôle $\vec{p}_1$ est dirigé suivant $\vec{u}_\theta$
- $\vec{p}_2$ et $\vec{E}$ ont même direction et même sens $\Rightarrow$ $\left(\vec{p}_2, \vec{E}\right) = 0°$
- L'énergie potentielle du dipôle $\vec{p}_2$ placé dans le champ $\vec{E}$ créé par le dipôle $\vec{p}_1$ est

$$\mathcal{E}_{pot} = -\vec{p}_2.\vec{E} = -p_2.E.\cos\left(\vec{p}_2, \vec{E}\right) = -p_2.E.\cos 0 = -p_2.E = -p_2\,\frac{p_1}{4\pi\varepsilon_0\, r^3} = -\frac{p_1.p_2}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}$$

- La force électrostatique exercée par le dipôle $\vec{p}_1$ sur le dipôle $\vec{p}_2$ s'écrit : $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\ \mathcal{E}_{pot}$.

  Les composantes radiale et orthoradiale de cette force sont : $\vec{F}\begin{cases} F_r = -\dfrac{\partial}{\partial r} E_{pot} \\[1ex] F_\theta = -\dfrac{\partial}{r\partial\theta} E_{pot} \end{cases}$

$$\vec{F}\begin{cases} F_r = -\dfrac{\partial}{\partial r} E_{pot} = -\dfrac{\partial}{\partial r}\left[-\dfrac{p_1.p_2}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}\right] = \dfrac{p_1.p_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{1}{r^3}\right) = \dfrac{p_1.p_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\dfrac{3}{r^4}\right) < 0 \\[2ex] F_\theta = -\dfrac{\partial}{r\partial\theta} E_{pot} = -\dfrac{\partial}{r\partial\theta}\left[-\dfrac{p_1.p_2}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}\right] = 0 \end{cases}$$

La force exercée par le dipôle $\vec{p}_1$ sur le dipôle $\vec{p}_2$ est dirigée vers O car $F_r \neq 0$, $F_\theta = 0$ et $F_r < 0$.

Les dipôles $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$ s'attirent.