

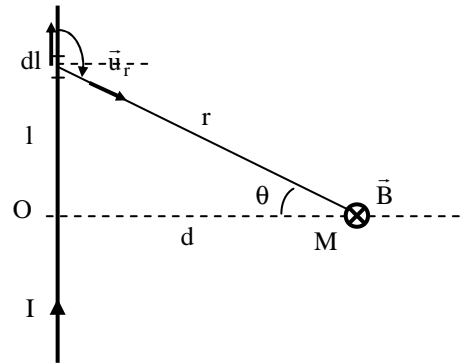
CHAMP MAGNETIQUE CREE PAR UN FIL RECTILIGNE VERTICAL PARCOURU PAR UN COURANT I

Soit un segment de longueur dl à la distance l du point O.

L'élément de courant $I d\vec{l}$ ($d\vec{l}$ orienté dans le sens du courant I) crée un champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$.

Ce champ magnétique élémentaire au point M à la distance r a pour expression (loi de Biot-Savart) $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$

Les caractéristiques du vecteur $d\vec{B}$ sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{direction : } \perp \text{ à } I d\vec{l} \text{ et } \vec{u}_r \\ \text{sens : règle des 3 doigts main droite} \\ \text{norme : } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin(\angle(I d\vec{l}, \vec{u}_r))}{r^2} \end{array} \right.$$


L'angle que forment les vecteurs $I d\vec{l}$ et \vec{u}_r est égale à $\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$

$$\sin(\angle(I d\vec{l}, \vec{u}_r)) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta$$

$$\text{donc } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \cos \theta}{r^2}$$

Le vecteur champ est perpendiculaire au plan de la feuille et « rentrant » (Symbole \otimes)

Le champ magnétique créé par le fil est la somme des champs élémentaires créés par chaque élément de courant $I d\vec{l}$

$$B = \int dB$$

Pour sommer l'ensemble des éléments de courant $I d\vec{l}$, on choisit comme variable d'intégration l'angle $\theta = (\overrightarrow{OM}, \vec{r})$

On fera varier θ de $-\frac{\pi}{2}$ à $+\frac{\pi}{2}$

Il s'agit d'exprimer dl et r en fonction de θ .

- $\cos \theta = \frac{d}{r} \Rightarrow r = \frac{d}{\cos \theta}$
- $\tan \theta = \frac{l}{d} \Rightarrow l = d \cdot \tan \theta \Rightarrow \frac{dl}{d\theta} = \frac{d}{\cos^2 \theta} \Rightarrow dl = \frac{d}{\cos^2 \theta} d\theta$

On remplace dl et r dans l'expression de dB

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{\left(\frac{d}{\cos \theta}\right)^2} \frac{d}{\cos^2 \theta} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} \cos \theta d\theta$$

$$B = \int dB = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} [\sin \theta]_{-\pi/2}^{+\pi/2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} 2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi d} I$$

Le champ magnétique créé par le fil est

- proportionnel à l'intensité du courant,
- inversement proportionnel à la distance au fil