

LES ACTIONS MECANQUES ET LA CINEMATIQUE DES LIAISONS PARFAITES
 (ETUDE STENIQUE ET CINEMATIQUE)

LIAISONS PARFAITES: les surfaces de contact sont géométriquement parfaites et non déformables, les contacts sont maintenus, les jeux sont nuls et la dissipation d'énergie est nulle (sans frottement).

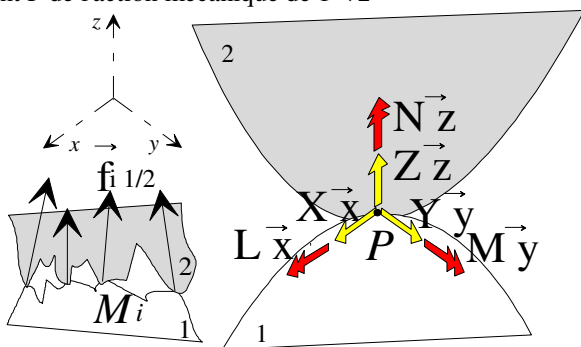
Les actions mécaniques transmissibles du solide (1) sur le solide (2) sont représentées au point P par un torseur.

Expression générale du **torseur des actions mécaniques transmissibles** (torseur statique ou des intefforts) dans le repère $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$:

$$\{F_{1 \rightarrow 2}\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{1 \rightarrow 2} = X_P \bar{x} + Y_P \bar{y} + Z_P \bar{z} \\ \vec{M}_{P1 \rightarrow 2} = L_P \bar{x} + M_P \bar{y} + N_P \bar{z} \end{array} \right\}_P$$

$\vec{R}_{1 \rightarrow 2} = \sum_{i=1}^n \vec{f}_{i1 \rightarrow 2}$: résultante générale de l'action mécanique de 1 → 2

$\vec{M}_{P1 \rightarrow 2} = \sum_{i=1}^n \vec{PM}_i \wedge \vec{f}_{i1 \rightarrow 2}$: moment résultant au point P de l'action mécanique de 1 → 2



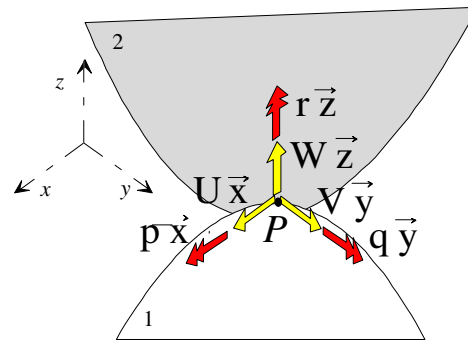
Le champ des vecteurs vitesses du solide (2) dans son mouvement par rapport au solide (1) est représenté au point P par un torseur.

Expression générale du **torseur cinématique** dans le repère $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$:

$$\{V_{2/1}\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/1} = p \bar{x} + q \bar{y} + r \bar{z} \\ \vec{V}_{P2/1} = U \bar{x} + V \bar{y} + W \bar{z} \end{array} \right\}_P$$

$\vec{\Omega}_{2/1}$: vecteur fréquence de rotation de 2/1

$\vec{V}_{P2/1}$: vecteur vitesse du point P de 2/1



PUISSANCE DEVELOPPEE PAR LES ACTIONS MECANQUES TRANSMISSIBLES DANS UNE LIAISON PARFAITE

La puissance relative développée est donnée par le co-moment des torseurs des intefforts et du torseur cinématique. L'absence de dissipation d'énergie au contact des solides entraîne une puissance nulle, soit:

$$\mathcal{P}_{12} = \{F_{1 \rightarrow 2}\} \bullet \{V_{2/1}\} = 0$$

en développant:

$$\mathcal{P}_{12} = \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \times \vec{V}_{P2/1} + \vec{\Omega}_{2/1} \times \vec{M}_{P1 \rightarrow 2} = 0$$

soit avec les composantes:

$$(X \times U) + (Y \times V) + (Z \times W) + (p \times L) + (q \times M) + (r \times N) = 0$$

ce qui signifie que dans une liaison parfaite les 2 torseurs de la liaison analysée sont réciproques (chaque monôme doit être nul et leurs 2 termes ne peuvent être simultanément nuls).

Remarque : les liaisons ne sont pas ici exploitées et caractérisées par la suite comme des organes mécaniques assurant une transmission de puissance. Il n'y pas de moteur à l'entrée, ni de récepteur à la sortie.

MODELES TECHNOLOGIQUES D'UN SYSTEME MECANIQUE

<i>modèle orienté liaisons</i> Dimensionnement des mécanismes Efforts généraux sur les pièces mécaniques	<i>modèle orienté structures</i> Dimensionnement des pièces mécaniques et des structures
- pièces rigides - liaisons à surfaces de contact géométriquement parfaites, non déformables, à jeux nuls et frottement nul ou non. - les efforts généraux ne peuvent être calculés que dans des cas simples (isostatisme naturel ou bien obtenus artificiellement au moyen d'hypothèses plus ou moins justes)	- pièces déformables en petites déformations - liaisons déformables (appuis élastiques) ou non, à jeux nuls. - la démarche la plus puissante car elle élimine les aspects d'isostatisme, mais de mise en œuvre encore lourde aujourd'hui.

LIAISONS USUELLES DE DEUX SOLIDES (NF EN 23952, ISO 3952)

EXEMPLES TECHNOLOGIQUES	MOUVEMENTS RELATIFS	DESIGNATIONS DE SOLUTIONS TECHNOLOGIQUES	DESIGNATION NORMALISEE DU MODELE	REPRESENTATION SYMBOLIQUE EN PERSPECTIVE DU MODELE
	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	soudure, assemblage par organes filetés, collage, rivets, emmanchement serré	ENCASTREMENT ou LIAISON FIXE	
	$\begin{bmatrix} 0 & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	palier lisse, coussinet à collerette, montage de roulements.	PIVOT d'axe \bar{x}	
	$\begin{bmatrix} T_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	coulisseau dans glissière, patin à billes sur rail 2 douilles à billes parallèles	GLISSIERE de direction \bar{x}	
	$\begin{bmatrix} T_x & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	système vis-écrou, vis à billes. (translation et rotation conjuguées)	HELICOIDALE d'axe \bar{x}	
	$\begin{bmatrix} T_x & R_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	coussinet, douille à billes	PIVOT GLISSANT d'axe \bar{x}	
	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_y \\ 0 & R_z \end{bmatrix}$	cardan, accouplement à denture bombée. (ici doigt dans plan $O\bar{x}\bar{z}$)	ROTULE A DOIGT ou SPHERIQUE A DOIGT de centre O	
	$\begin{bmatrix} 0 & R_x \\ 0 & R_y \\ 0 & R_z \end{bmatrix}$	palier à rotule attelage de remorque	ROTULE ou SPHERIQUE de centre O	
	$\begin{bmatrix} T_x & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & R_z \end{bmatrix}$	plan sur plan	APPUI PLAN de normale \bar{z}	
	$\begin{bmatrix} T_x & R_x \\ T_y & 0 \\ 0 & R_z \end{bmatrix}$	couteau de balance, cylindre sur plan, bridage par came	LINEAIRE RECTILIGNE de direction \bar{x} et de normale \bar{z}	
	$\begin{bmatrix} T_x & R_x \\ 0 & R_y \\ 0 & R_z \end{bmatrix}$	sphère dans cylindre	LINEAIRE ANNULAIRE d'axe \bar{x}	
	$\begin{bmatrix} 0 & R_x \\ T_y & R_y \\ T_z & R_z \end{bmatrix}$	sphère sur plan, souris d'ordinateur	SPHERE PLAN ou APPUI PONCTUEL de normale d'axe \bar{x}	

LIAISONS USUELLES DE DEUX SOLIDES (NF EN 23952, ISO 3952)

REPRESENTATION DE $\{F_{1 \rightarrow 2}\}$	$\{F_{1 \rightarrow 2}\}$ dans $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	REPRESENTATION DE $\{V_{2/1}\}$	$\{V_{2/1}\}$ dans $O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	PROPRIETES
	$P \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P$ $\forall O\bar{x}\bar{y}\bar{z}$
	$P \begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P \in O\bar{x}$
	$P \begin{Bmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} 0 & U \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P$
	$P \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & U^* \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P \in O\bar{x}$ $U^* = \frac{\text{pas}}{2\pi} \times p$
	$P \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & U \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P \in O\bar{x}$
	$P \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q & 0 \\ r & 0 \end{Bmatrix}$	centre O de la sphère
	$P \begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & 0 \\ q & 0 \\ r & 0 \end{Bmatrix}$	centre O de la sphère
	$P \begin{Bmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} 0 & U \\ 0 & V \\ r & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P$
	$P \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & U \\ 0 & V \\ r & 0 \end{Bmatrix}$	$\forall P \in O\bar{x}\bar{y}$
	$P \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & U \\ q & 0 \\ r & 0 \end{Bmatrix}$	centre O de la sphère
	$P \begin{Bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$		$P \begin{Bmatrix} p & 0 \\ q & V \\ r & W \end{Bmatrix}$	$\forall P \in O\bar{x}$

