

Rappels :

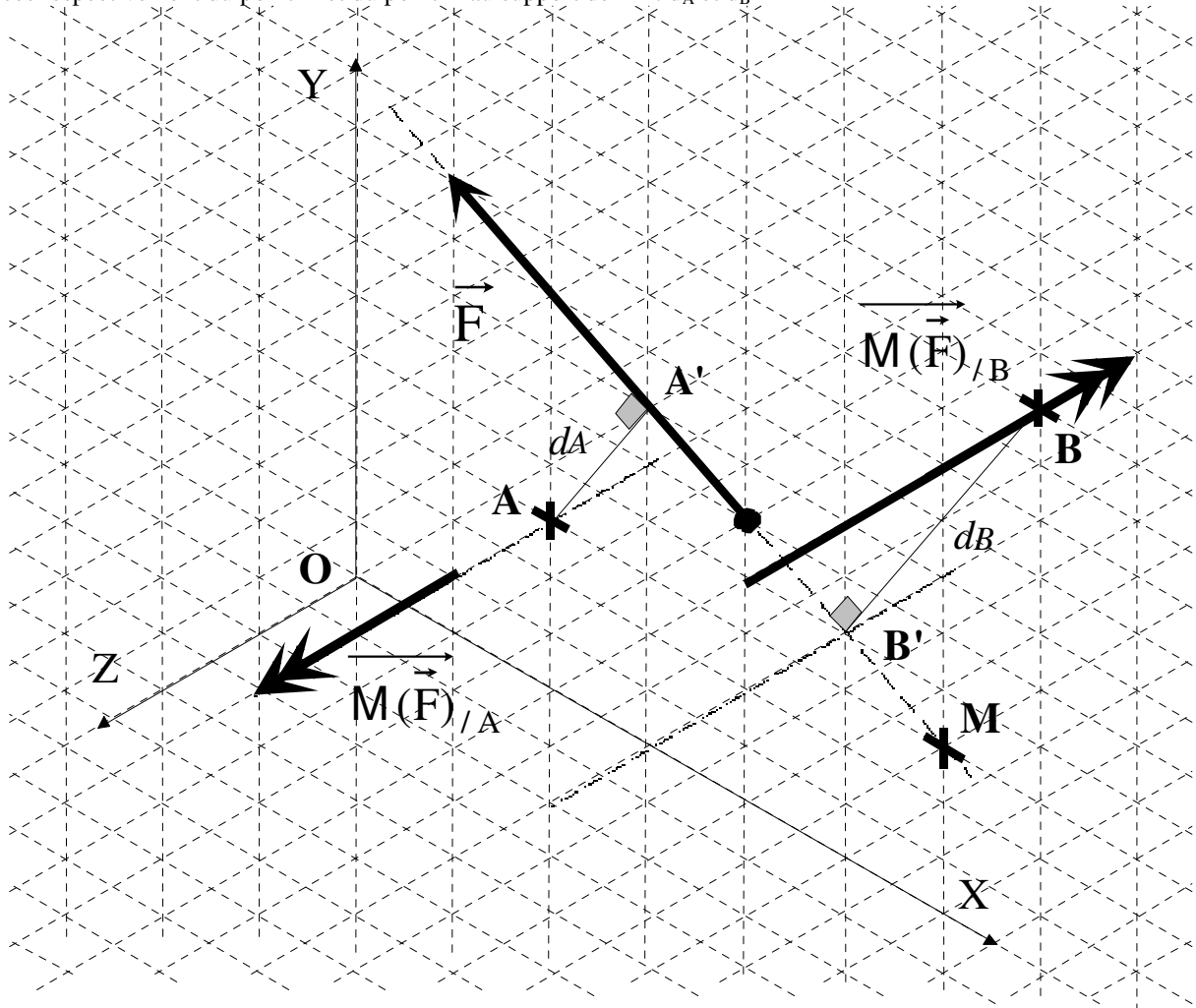
◆ MOMENTS D'UNE FORCE

Données :

Vecteur $\vec{F} = X_F \vec{X} + Y_F \vec{Y}$, norme $\|\vec{F}\| = \sqrt{X_F^2 + Y_F^2}$, (\vec{F} choisi dans le plan XY pour simplification de la représentation)

Coordonnées des points : A ($x_A, y_A, 0$) ; B ($x_B, y_B, 0$) ; M ($x_M, y_M, 0$) point quelconque situé sur le support du vecteur \vec{F}

Distances respectivement du point A et du point B au support de \vec{F} : d_A et d_B



Expressions vectorielles du moment de la force \vec{F} par rapport au point A et par rapport au point B

à partir de la définition vectorielle (produit vectoriel) (quelles que soient les positions de A, B et \vec{F} dans le plan XY)	à partir du « bras de levier » (pour les positions de A, B et \vec{F} de la fig)
$\vec{M}(\vec{F})_{/A} = \vec{AM} \wedge \vec{F} = \begin{pmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ x_M - x_A & y_M - y_A & 0 \\ X_F & Y_F & 0 \end{pmatrix} = [(x_M - x_A) \times Y_F - (y_M - y_A) \times X_F] \vec{Z}$	$\vec{M}(\vec{F})_{/A} = +(\ \vec{F}\ \times d_A) \vec{Z}$ (sens de rotation >0 donc sens du vecteur moment >0)
$\vec{M}(\vec{F})_{/B} = \vec{BM} \wedge \vec{F} = \begin{pmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ x_M - x_B & y_M - y_B & 0 \\ X_F & Y_F & 0 \end{pmatrix} = [(x_M - x_B) \times Y_F - (y_M - y_B) \times X_F] \vec{Z}$	$\vec{M}(\vec{F})_{/B} = -(\ \vec{F}\ \times d_B) \vec{Z}$ (sens de rotation <0 donc sens du vecteur moment <0)

◆ ELEMENTS DE REDUCTION D'UN SYSTEME DE VECTEURS (TORSEUR)

Une action mécanique de II/I (modélisée par un système de n de forces $\{P_i, \vec{f}_i\}$) est caractérisée au point O par un torseur

$\{F_{II/I}\}_O$ à deux vecteurs $\vec{R}_O \text{ II/I} = \sum \vec{f}_i$ (résultante générale) et $\vec{M}_O \text{ II/I} = \sum \vec{OP}_i \wedge \vec{f}_i$ (moment résultant au point O).

Le moment résultant de cette action mécanique vérifie la relation de changement de point du moment d'un torseur

• au point O, écriture avec les composantes des deux vecteurs :

$$\{F_{II/I}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_O \text{ II/I} = X_O \vec{X} + Y_O \vec{Y} + Z_O \vec{Z} \\ \vec{M}_O \text{ II/I} = L_O \vec{X} + M_O \vec{Y} + N_O \vec{Z} \end{array} \right\}_{O,R}$$

• changement de point du moment au point A

$$\{F_{II/I}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_A \text{ II/I} = \vec{R}_O \text{ II/I} \\ \vec{M}_A \text{ II/I} = \vec{AO} \wedge \vec{R}_O \text{ II/I} + \vec{M}_O \text{ II/I} \end{array} \right\}_{A,R}$$