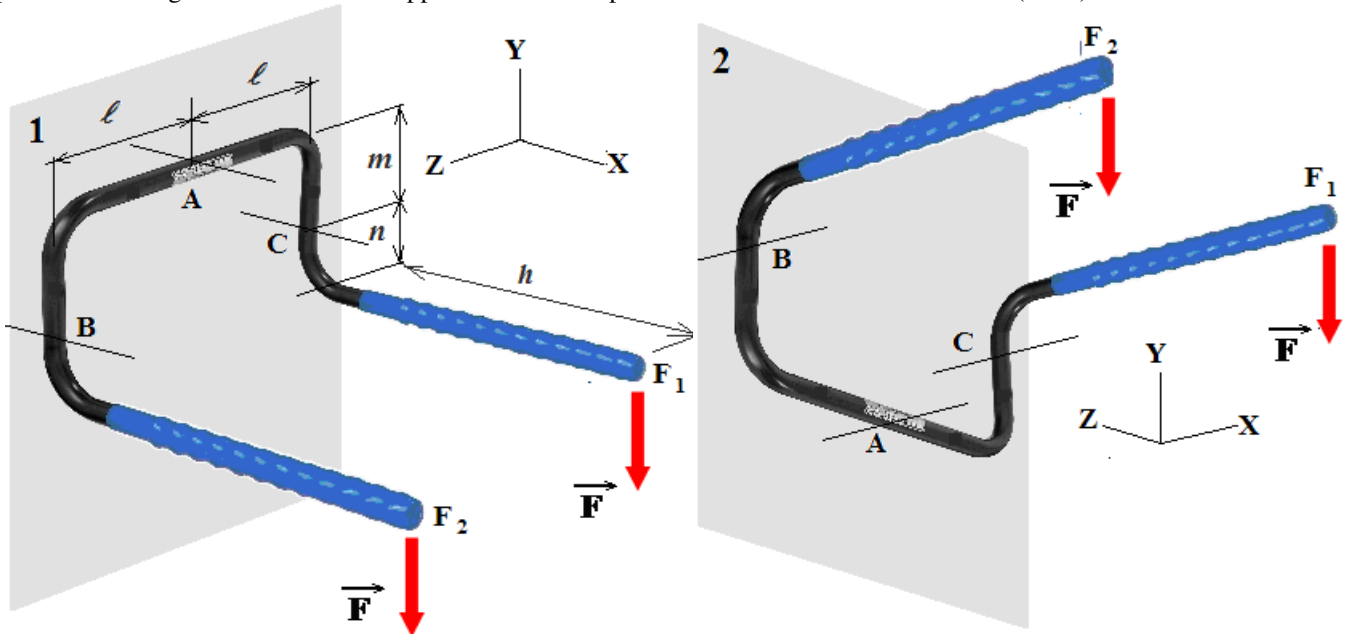


SUPPORT MURAL POUR VELOS

1 OBJECTIF

Initiation à deux sollicitations simples : traction et cisaillement. On se propose de rechercher les sections minimales des 3 goujons d'ancrage permettant de fixer un support sur un mur afin d'y suspendre deux vélos. Deux possibilités de fixations sont possibles : configurations 1 et 2. Ce support est constitué par un seul tube mince cintré en acier (S235).

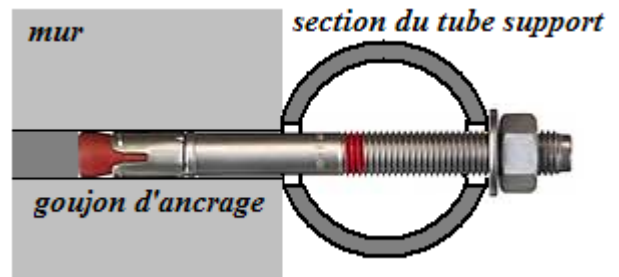


2 DONNEES

- force $\vec{F} = Y_F \vec{Y} = -400 \vec{Y}$ (N) ; dimensions $h = 470$; $m = 110$; $n = 80$; $l = 240$;
- matériau du goujon d'ancrage : acier galvanisé $Re = 350$ MPa et $Reg = 0,6 Re$; coefficient de concentration de contraintes normales dans une section cisillée du noyau du goujon $k = 1,5$

3 HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

- on modélise les actions de contact des deux vélos sur le support par une configuration pénalisante d'efforts : deux forces égales aux extrémités libres du support
- on néglige l'adhérence entre le support et le mur et entre les écrous des goujons et le support (liaisons parfaites). Par contre les goujons sont maintenus dans le mur par adhérence
- les écrous sont mis en contact contre le tube **sans serrage**
- la reprise des efforts se faisant essentiellement par les goujons, le mode de travail de leur tige cylindrique peut donc être de la traction et du cisaillement. On néglige les effets dus à la flexion.
- seuls les goujons B et C reprennent le cisaillement



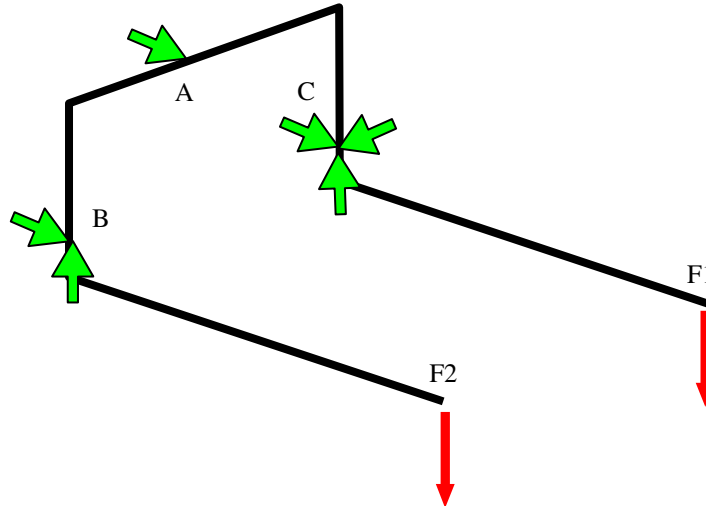
détail en A, B, C de l'assemblage tube-support avec le goujon ancré dans le mur

4 TRAVAIL DEMANDE

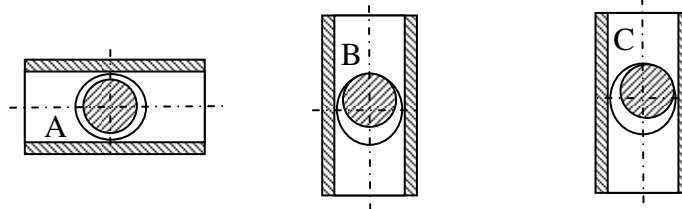
- La détermination des sections minimales des tiges des goujons se déroulera à partir des étapes suivantes :
- modéliser ce support par un modèle de calcul poutre (tracer les lignes moyennes du support)
 - proposer une modélisation isostatique des conditions d'appui du support sur le mur réduites aux points A, B, C et dessiner ces liaisons par des appuis ponctuels aux normales judicieusement orientées
 - dessiner pour chaque point d'ancrage une section du goujon dans son trou de passage en précisant les points de contact éventuels déduits du « bon sens mécanique »
 - étudier l'équilibre de ce support pour chaque configuration en utilisant le canevas suivant :
 - ➔ système isolé
 - ➔ bilan des actions mécaniques extérieures au système isolé
 - ➔ application du principe fondamental de la statique
 - ➔ représentation graphique vectorielle des forces calculées pour les deux configurations
 - déduire les sollicitations réalistes et compatibles avec les hypothèses dans les tiges cylindriques des goujons pour ces deux configurations
 - calculer les sections minimales des tiges des goujons

ELEMENTS DE CORRECTION

◆ sur le modèle poutre on peut retenir cette configuration isostatique par des appuis ponctuels qui sont équivalents : A : appui ponctuel, B linéaire annulaire, C rotule (seuls goujons B et C doivent travailler en cisaillement)



◆ goujons et trous de passage : on peut représenter les zones de contact goujons-tube du support comme suit



◆ - étude de l'équilibre du support

➔ support isolé en configuration 1:

➔ bilan des actions mécaniques extérieures au système isolé

$$\text{en } F_1 \Rightarrow \{F_{0/1}\}_{F1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = Y_F \vec{Y} = -400\vec{Y} \\ \vec{M}_{F1} = \vec{0} \end{array} \right\}_{F1,R} \quad \text{en } F_2 \Rightarrow \{F_{0/1}\}_{F2} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = Y_F \vec{Y} = -400\vec{Y} \\ \vec{M}_{F2} = \vec{0} \end{array} \right\}_{F2,R}$$

$$\text{en A appui ponctuel } \{F_{0/1}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} = X_A \vec{X} \\ \vec{M}_A = \vec{0} \end{array} \right\}_{A,R} \quad ; \quad \text{en B liaison linéaire annulaire : } \{F_{0/1}\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = X_B \vec{X} + Y_B \vec{Y} \\ \vec{M}_B = \vec{0} \end{array} \right\}_{B,R} ;$$

$$\text{en C liaison rotule : } \{F_{0/1}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{C} = X_C \vec{X} + Y_C \vec{Y} + Z_C \vec{Z} \\ \vec{M}_C = \vec{0} \end{array} \right\}_{C,R}$$

6 inconnues algébriques

➔ application du principe fondamental de la statique

$$\sum (\vec{F}_{\text{ext}}) = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + 2\vec{F} = \vec{0}$$

$$\sum \mathcal{M}(\vec{F}_{\text{ext}})/C = \vec{CA} \wedge \vec{A} + \vec{CB} \wedge \vec{B} + \vec{CF}_1 \wedge \vec{F} + \vec{CF}_2 \wedge \vec{F} = \vec{0}$$

$$\text{on pose : } \vec{CA} = +m\vec{Y} + \ell\vec{Z} ; \vec{CB} = +2\ell\vec{Z} ; \vec{CF}_1 = h\vec{X} - n\vec{Y} ; \vec{CF}_2 = h\vec{X} - n\vec{Y} + 2\ell\vec{Z}$$

$$\vec{CA} \wedge \vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ 0 & +m & +\ell \\ X_A & 0 & 0 \end{bmatrix} = +\ell X_A \vec{Y} - m X_A \vec{Z} ; \vec{CB} \wedge \vec{B} = \begin{bmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ 0 & 0 & +2\ell \\ X_B & Y_B & 0 \end{bmatrix} = -2\ell Y_B \vec{X} + 2\ell X_B \vec{Y}$$

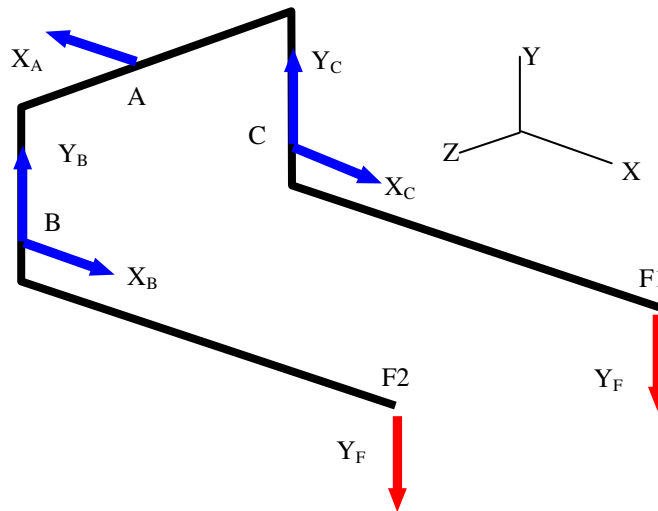
$$\vec{CF}_1 \wedge \vec{F} = \begin{bmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ +h & -n & 0 \\ 0 & Y_F & 0 \end{bmatrix} = +h Y_F \vec{Z} ; \vec{CF}_2 \wedge \vec{F} = \begin{bmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ +h & -n & +2\ell \\ 0 & Y_F & 0 \end{bmatrix} = -2\ell Y_F \vec{X} + h Y_F \vec{Z}$$

➔ 6 équations de projection pour déterminer les 6 inconnues algébriques

$$\left. \begin{array}{l} / X : X_A + X_B + X_C = 0 \\ / Y : Y_C + Y_B + 2Y_F = 0 \\ / Z : Z_C = 0 \end{array} \right\} \text{forces}$$

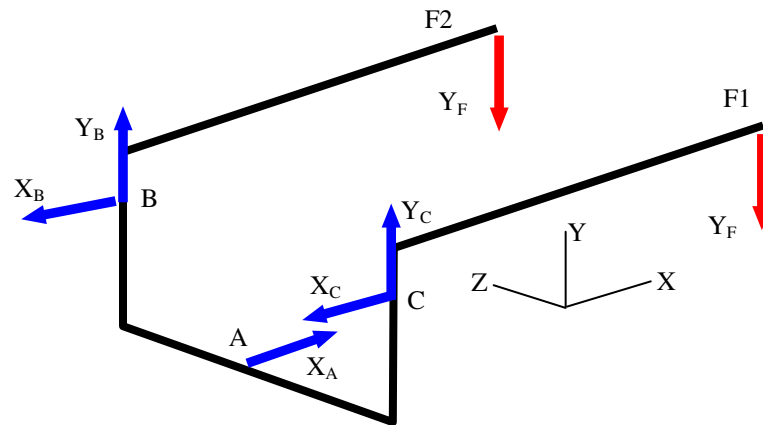
$$\left. \begin{array}{l} / X : -2\ell Y_B - 2\ell Y_F = 0 \Rightarrow Y_B = -Y_F = +400 \\ / Y : +\ell X_A + 2\ell X_B = 0 \\ / Z : -m X_A + 2h Y_F = 0 \Rightarrow X_A = \frac{2h Y_F}{m} = -3418,18 \end{array} \right\} \text{moments}$$

$$\Rightarrow Y_C = -Y_F = +400 ; \Rightarrow X_B = -\frac{hY_F}{m} = +1709,09 ; \Rightarrow X_C = -\frac{hY_F}{m} = +1709,09$$



→ support isolé en configuration 2:

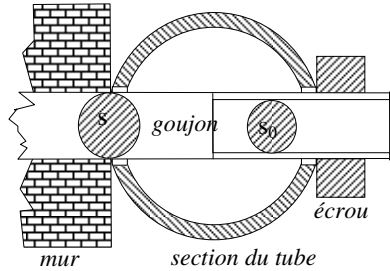
$$\text{on pose : } \overrightarrow{CA} = -m\vec{Y} + \ell\vec{Z} ; \overrightarrow{CB} = +2\ell\vec{Z} ; \overrightarrow{CF_1} = h\vec{X} + n\vec{Y} ; \overrightarrow{CF_2} = h\vec{X} + n\vec{Y} + 2\ell\vec{Z}$$



$$\Rightarrow Y_B = Y_C = -Y_F = +400 ; \Rightarrow X_A = -\frac{2hY_F}{m} = +3418,18 ; \Rightarrow X_B = X_C = \frac{hY_F}{m} = -1709,09$$

◆ étude des sollicitations dans les goujons

Détail de l'assemblage avec goujon ancré dans le mur :

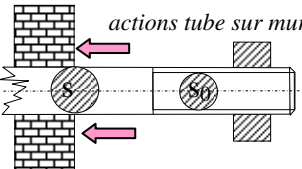
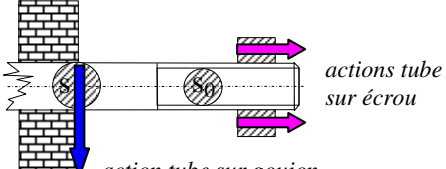
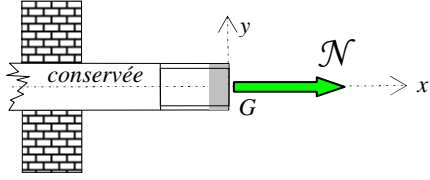
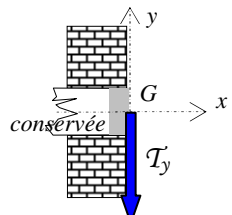


Suite à l'étude de l'équilibre du support, appliquer le principe des actions mutuelles et reporter les efforts sur le mur et sur les goujons pour en déduire les éléments de réduction des torseurs de cohésion

Configuration 1

Goujon A	Goujons B et C
<p>actions tube sur écrou</p>	<p>actions tube sur mur</p> <p>action tube sur goujon</p>
<p>Torseur de cohésion dans la section la plus petite « s₀ » du goujon:</p> <p>conservée</p> <p>\mathcal{N}</p> <p>G</p>	<p>Représentation du mode de rupture par cisaillement du goujon au droit de sa section encastrée dans le mur</p> <p>action mur sur goujon (400N)</p> <p>action tube sur goujon (400N)</p>
<p>effort normal \mathcal{N} dans le corps du goujon, donc traction dans la section du noyau « s₀ » de la partie filetée :</p> $\sigma_x = \frac{\mathcal{N}}{s_0}$ <ul style="list-style-type: none"> condition de résistance : $\frac{\mathcal{N}}{s_0} \leq Re \Rightarrow s_0 \geq \frac{\mathcal{N}}{Re} = \frac{3418,18}{350} = 9,76 \text{mm}^2$	<p>Torseur de cohésion dans la section encastrée du goujon :</p> <p>conservée</p> <p>G</p> <p>\mathcal{T}_y</p>
<p>σ_{nom}</p> <p>τ_{max}</p> <p>Compte tenu de la localisation de cette sollicitation la contrainte normale n'est pas uniforme, elle donne lieu à une contrainte maxi $\sigma_{max} = k \times \sigma_{nom} \leq Re$, c'est le phénomène de concentration de contraintes. Ceci induit une section de noyau « s₀ » supérieure, soit pour $k=1,5$; $s_0 \cong 15 \text{mm}^2$</p>	<p>effort tranchant \mathcal{T}_y dans la section au droit de l'encastrement donc cisaillement dans la section « s » de la tige du goujon</p> $\tau_{moy} = \frac{\mathcal{T}_y}{s}$
<p>Le non cisaillement (non arrachement) des filets du goujon dans la partie implantée dans l'écrou est garanti par la hauteur normalisée de l'écrou</p>	<p>Représentation de l'allure de la distribution des contraintes tangentielles moyennes (la distribution réelle est complexe)</p> <p>τ_{moy}</p> <ul style="list-style-type: none"> condition de résistance : $\frac{\mathcal{T}_y}{s} \leq Re_g \Rightarrow s \geq \frac{\mathcal{T}_y}{Re_g} = \frac{400}{0,6 \times 350} = 1,9 \text{mm}^2$ <p>On peut remarquer la faible section nécessaire pour résister au seul effort de cisaillement de 400N, même si le modèle de calcul retenu pour le cisaillement est élémentaire.</p> <p>◆ Compression du mur (donc pour ce cas les deux goujons B et C ne reprennent que le cisaillement, la reprise des efforts parallèles à l'axe Y en ces deux points se fait sur le mur)</p>

Configuration 2

Goujon A	Goujons B et C
	
<p>◆ Compression du mur (donc pour ce cas le goujon est inutile, au point A la reprise de l'effort parallèle à l'axe Y se fait sur le mur). Les écrous ne sont serrés !</p>	<p>Torseur de cohésion dans la section la plus petite « s₀ » du goujon:</p>
	
	<p>effort normal \mathcal{N} dans le corps du goujon, donc traction dans la section du noyau « s₀ » de la partie filetée : $\sigma_x = \frac{\mathcal{N}}{s_0}$</p>
	<p>● condition de résistance :</p> $\frac{\mathcal{N}}{s_0} \leq Re \Rightarrow s_0 \geq \frac{\mathcal{N}}{Re} = \frac{1709,09}{350} = 4,9 \text{ mm}^2$
	<p>Torseur de cohésion dans la section encastrée du goujon:</p>
	
	<p>effort tranchant \mathcal{T}_y dans la section au droit de l'encastrement donc cisaillement dans la section de la tige « s » du goujon (dans cette section « s » en G il y a aussi l'effort normal précédent qui n'est pas pris en compte ici puisqu'il est pris en considération sur une section plus petite):</p>
	$\tau_{moy} = \frac{\mathcal{T}}{s}$ <p>● condition de résistance :</p> $\frac{\mathcal{T}}{s} \leq Re g \Rightarrow s \geq \frac{\mathcal{T}}{Re g} = \frac{400}{0,6 \times 350} = 1,9 \text{ mm}^2$
	<p>Ces deux sollicitations n'étant pas situées dans une même section un critère de résistance de contraintes normales équivalentes tel que Von Mises ne peut pas être appliqué</p>

Conclusion : la sollicitation de traction est prépondérante dans les deux configurations. La configuration 2 permettrait d'utiliser des vis de sections les plus petites. Ce produit est vendu sans consigne de montage et avec 3 vis pour chevilles M6 ($s_0 = 20,1 \text{ mm}^2$) ce qui permet de garantir largement une fixation sûre du support chargé par deux vélos quelle que soit la configuration.

Dans cette étude, on peut remarquer l'absence de la prise en compte de l'adhérence dans la fixation du support contre le mur ce qui est très pénalisant pour les goujons et qui va dans le sens de la sécurité.