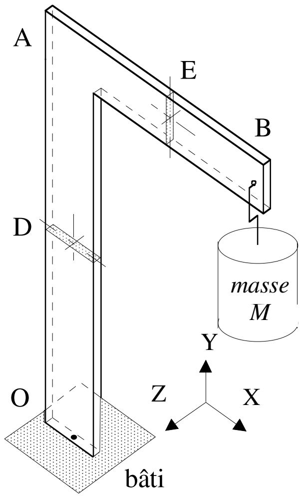
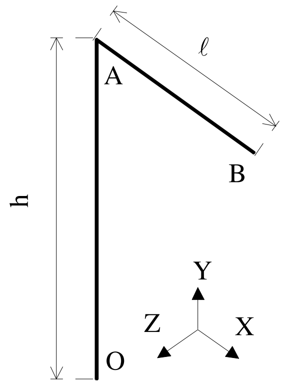
PRINCIPE DE SUPERPOSITION APPLIQUE A LA POTENCE

1 OBJECTIFS

On se propose de déterminer les déplacements à l'extrémité libre B chargée (masse de poids $Y_B \vec{Y}$) de la potence constituée de deux bras de sections identiques en appliquant le principe de superposition des effets :
" Si une structure est soumise à plusieurs sollicitations simples (traction, flexion, cisaillement, torsion) les vecteurs contraintes et les vecteurs déplacements qui en résultent sont respectivement les sommes géométriques des vecteurs contraintes et les vecteurs déplacements dues à chaque sollicitation simple agissant séparément "
On pourra utiliser certains des résultats de l'exercice
« ELEMENTS DE REDUCTION DU TORSEUR DE COHESION–POTENCE » (ex-TCoh-potence.doc)



a) Structure réelle

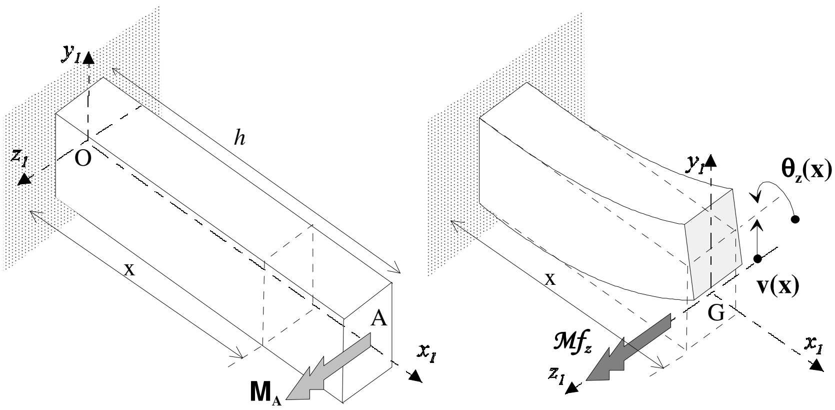


b) Tracé des lignes moyennes des poutres (modèle de calcul).

2 UTILISATION DE RESULTATS DE COMPORTEMENTS DE STRUCTURES ELEMENTAIRES

Reprendre les expressions littérales de l'exercice « RELATIONS DE COMPORTEMENT : APPLICATIONS NUMERIQUES », (ex-AN-relations-comport) et les appliquer aux deux poutres encastrées suivantes (module d'élasticité longitudinal E et moment quadratique I_{zz}) afin de déterminer à leur extrémité libre les deux déplacements de la ligne moyenne (flèche et rotation de section) :

- chargement à l'extrémité libre par un moment $\overrightarrow{M_A} = N_A \vec{z_1}$

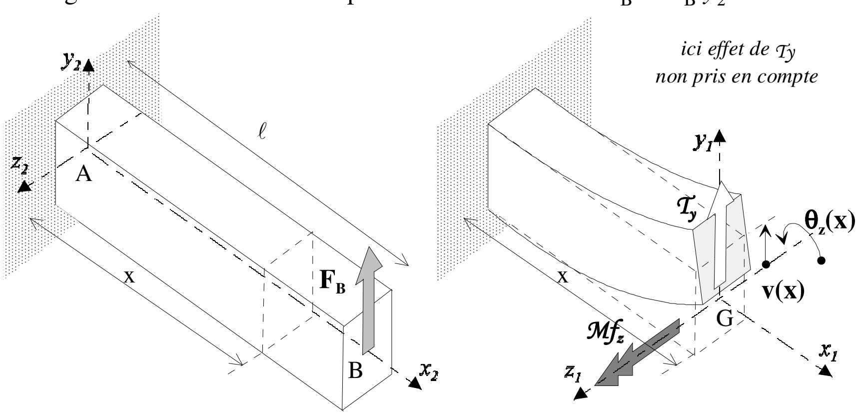


Sur feuille à part retrouver les expressions algébriques des déplacements :

$$v_A = \frac{N_A \times h^2}{2 \times E \times I_{zz1}}$$

$$\theta_A = \frac{N_A \times h}{E \times I_{zz1}}$$

- chargement à l'extrémité libre par un effort transverse $\overrightarrow{F_B} = Y_B \vec{y_2}$



Sur feuille à part retrouver les expressions algébriques des déplacements :

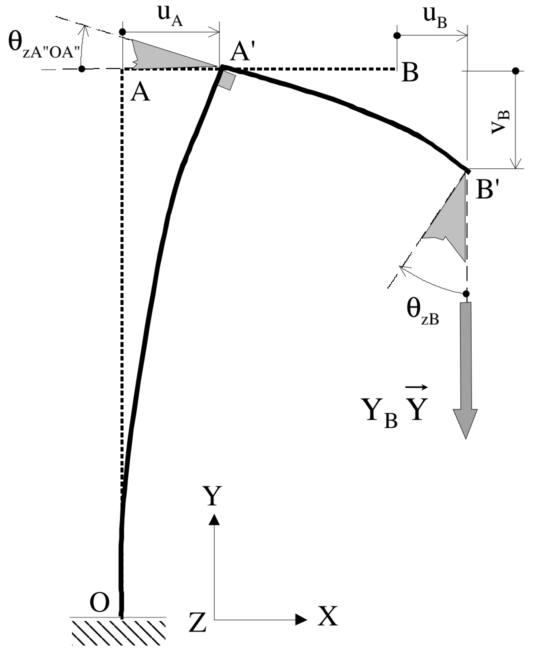
$$v_B = \frac{Y_B \times \ell^2}{3 \times E \times I_{zz2}}$$

$$\theta_B = \frac{Y_B \times \ell}{2 \times E \times I_{zz2}}$$

Remarque : ces relations sont exprimées dans les repères locaux de chaque poutre, par la suite porter une attention particulière à leur exploitation dans le repère global XYZ de la potence.

3 COMPORTEMENT GENERAL DE LA POTENCE SOLLICITEE

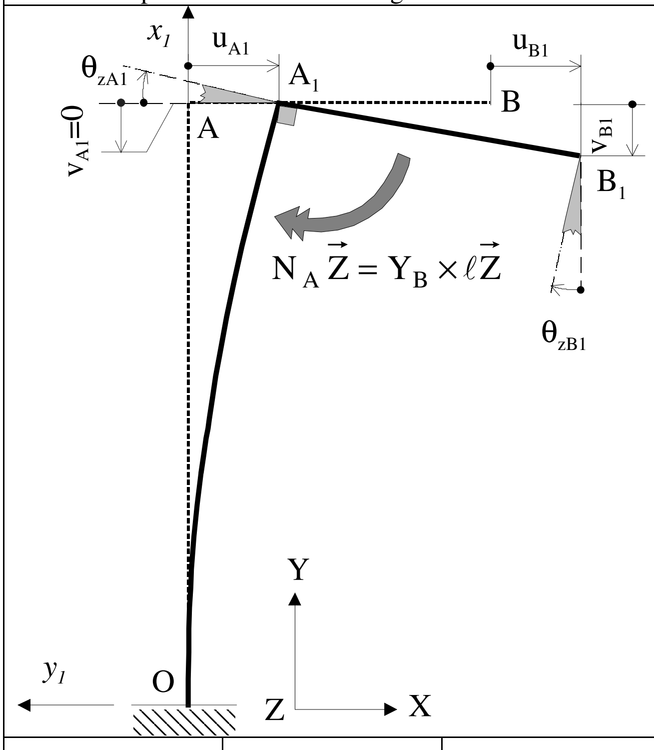
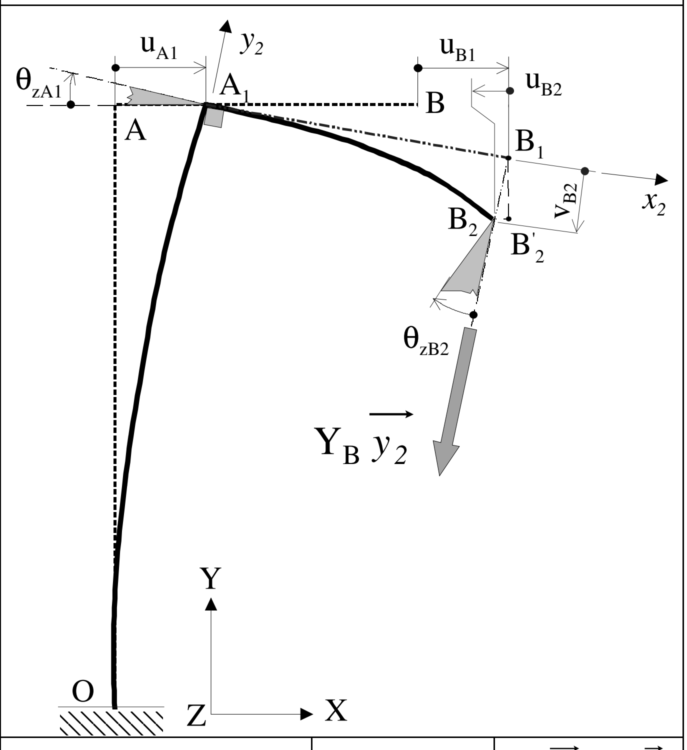
Pour cette étude, on ne considère que les effets engendrés par les moments de flexion. La liaison encastrement entre les deux bras de la potence est considérée parfaitement rigide. On a représenté de façon très amplifiée l'allure déformée de la ligne moyenne de la potence sollicitée avec les déplacements correspondant en des points particuliers de la ligne moyenne. On rappelle que les déplacements angulaires indiqués correspondent aux rotations des sections situées en A et en B.



4 APPLICATION DU PRINCIPE DE SUPERPOSITION

4.1 Méthodologie

L'observation du comportement général de cette potence sollicitée permet de proposer deux sous-structures I et II identiques mais sollicitées différemment. Leurs effets cumulés grâce au principe de superposition permettront de retrouver le comportement général observé.

<table>
<tr><td colspan="3">Sous-structure I
composée d'un élément de poutre vertical OA déformable, sollicité en A par un moment $N_A\vec{Z} = Y_B \times \ell\vec{Z}$ et d'un élément de poutre horizontal AB rigide.</td><td colspan="3">Sous-structure II
composée d'un élément de poutre OA vertical déformé par les effets précédents et d'un élément de poutre horizontal AB déformable et sollicité en B par une force $Y_B\,\overrightarrow{y_2}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">
</td><td colspan="3">
</td></tr>
<tr><td>$v_{B1} \approx \ell \times \theta_{zA1}$</td><td>$u_{A1} = u_{B1}$</td><td>$\theta_{zA1} = \theta_{zB1}$</td><td>$B_2B'_2$ négligé $\Rightarrow u_{B2} \approx 0$</td><td>$B_1B'_2 \approx v_{B2}$</td><td>$Y_B\,\overrightarrow{y_2} \approx Y_B\,\vec{Y}$</td></tr>
</table>

4.2 Application du principe de superposition

Sur feuille à part et pour chaque sous-structure déterminer les expressions algébriques des déplacements (repère XYZ) indiqués sur les figures à partir de ceux des poutres encastrées élémentaires. En appliquant le principe de superposition énoncé, retrouver les résultats suivants au point B de la potence initiale sollicitée :

$u_B = -\dfrac{Y_B}{E \times I_{zz}}\left(\dfrac{\ell \times h^2}{2}\right)$	$v_B = \dfrac{Y_B}{E \times I_{zz}}\left(\dfrac{\ell^3}{3} + \ell^2 \times h\right)$	$\theta_B = \dfrac{Y_B}{E \times I_{zz}}\left(\ell \times h + \dfrac{\ell^2}{2}\right)$