

Note : seuls les documents relatifs au support de cours sont autorisés, les applications sont exclues

1 MISE EN SITUATION

Il s'agit d'un élément de portique mécano-soudé constitué de profilés **1** et **2** (cf. représentation en perspective), fixé au sol par une semelle **3**, boulonnée dans un massif en béton et soumis à un chargement localisé.

2 OBJECTIF DE L'ETUDE

- a- rechercher les éléments de réduction du torseur des forces de cohésion dans les sections des profilés, calculer les contraintes pour vérification de la condition de résistance
- b- dimensionner les boulons de fixation.

3 DONNEES

Chargement: $F = 10000 \text{ N}$ (à l'extrémité libre F du profilé 2 et dans son plan médian vertical). **Matériau:** acier S 235.

Propriétés des sections:

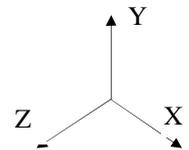
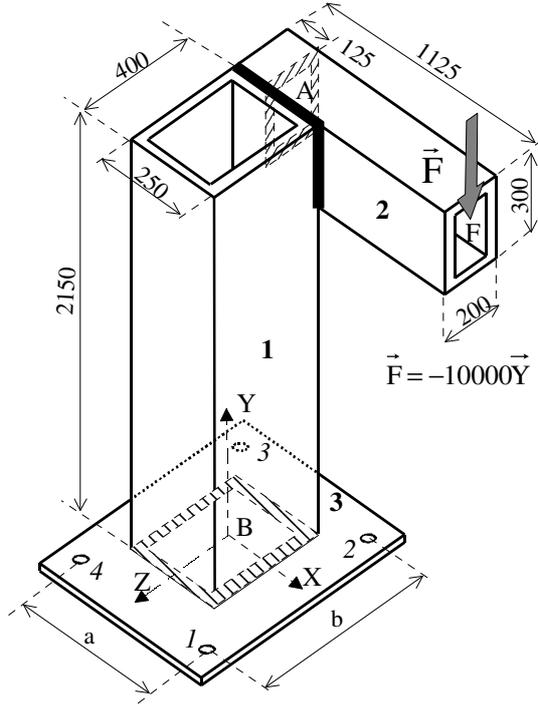
	profil S 235	épais. mm	aire mm ²	constante de tor. $J_x \text{ mm}^4$	moments quadratiques mm ⁴		module de flexion mm ³	
					I_y	I_z	I_{yy} / z_{\max}	I_{zz} / y_{\max}
	(1) 400x250	6.3	7844	1.85E8	1.75E8	8.6E7	8.78E5	6.87E5
	(2) 300x200	6	5763	8.12E7	3.93E7	7.3E7	3.94E5	4.88E5

4 ETUDE

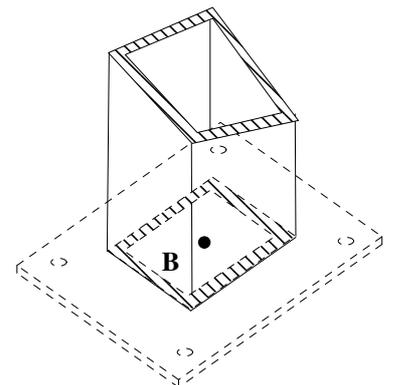
4.1- Dessiner et coter le modèle de calcul **poutre** avec ses conditions aux limites, répondant à l'objectif a- de l'étude

structure réelle

structure modélisée par ses lignes moyennes



4.2- Calculer les éléments de réduction du torseur des actions mécaniques transmissibles au centre géométrique B de la liaison encastrement de la semelle (3) sur le montant (1). Tracer les vecteurs représentatifs. Préciser les principales étapes.



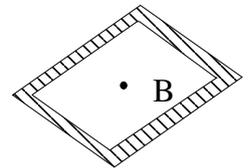
4.3- En vue de la vérification de la condition de résistance dans les profilés:

- implanter les repères locaux x, y, z sur chaque profilé (trièdre direct avec axe \vec{x} : normale sortante de la section du tronçon isolé et portée par la ligne moyenne du profilé, axe \vec{z} : parallèle à l'axe \vec{Z}).
- calculer les éléments de réduction du torseur des forces de cohésion au centre géométrique de chaque section A, B des profilés (tenir compte du choix du repère local), tracer leurs vecteurs représentatifs et indiquer le nom de chaque élément de réduction ainsi que les noms de la sollicitation engendrée et de la contrainte associée.

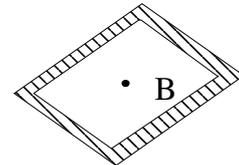
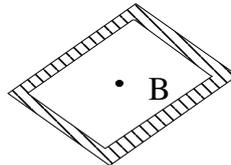
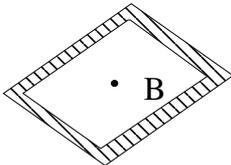
• pour la section A:



• pour la section B:



Tracer les différentes répartitions des contraintes normales.



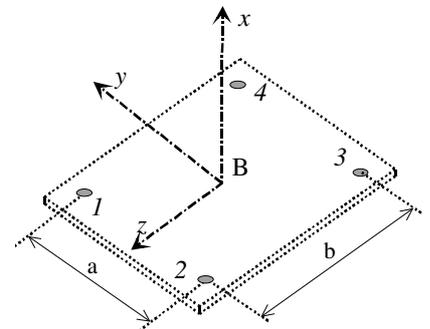
Calculer la contrainte normale maxi pour cette section B.

Vérifier la condition de résistance pour cette sollicitation

4.4- Calcul du diamètre minimal des boulons du maintien en position de la semelle sur le sol.

L'implantation des quatre boulons correspond aux cotes $a = 350$ et $b = 450$. Calculer les éléments de réduction du torseur de cohésion au centre géométrique B de la section équivalente du boulonnage et tracer les vecteurs représentatifs.

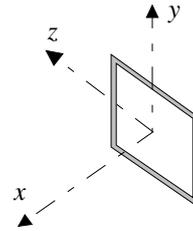
Calculer les efforts induits dans chaque section de boulon et tracer leurs vecteurs représentatifs. Déterminer le diamètre minimal des boulons permettant de reprendre les efforts transmissibles dans la liaison encastrement (boulons de classe 5-6, $R_e = 300$ MPa et $R_r = 500$ MPa, avec $R_{rg} \approx 0.5 R_r$). Appliquer la réglementation Eurocode Prendre connaissance de la méthodologie dans le fichier ressources « res-assemblages-boulonnes »



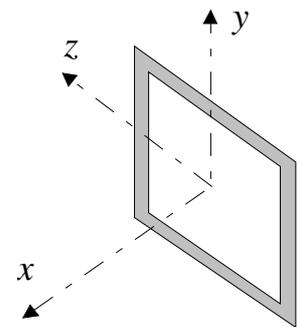
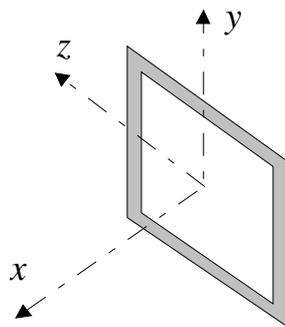
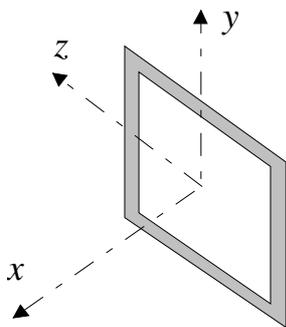
4.5- Liaison soudée 1-2

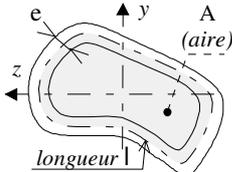
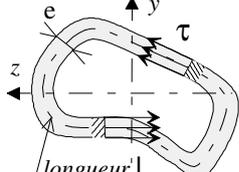
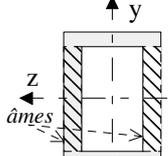
Les deux profilés **1** et **2** sont soudés (cf. représentation en tracé noir sur la structure réelle).

- en vue d'une vérification ultérieure de la condition de résistance de cette liaison, on se propose de calculer les éléments de réduction du torseur de cohésion au centre géométrique de la section équivalente de la soudure dont on donne la représentation. Tracer ensuite leurs vecteurs représentatifs et indiquer le nom de chaque élément de réduction ainsi que les noms de la sollicitation engendrée et de la contrainte associée.



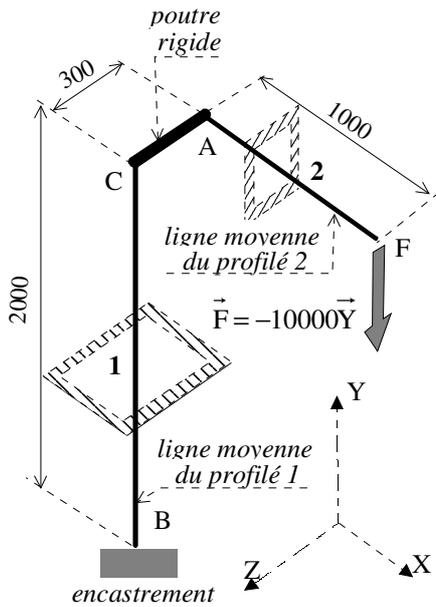
- On considère cette section équivalente de la soudure identique à celle d'une section d'un tube rectangulaire mince d'épaisseur constante 8 mm. Pour les deux sollicitations majoritaires et avec cette hypothèse, calculer les contraintes engendrées (on rappelle les formules usuelles). Donner une représentation graphique de la répartition de ces contraintes.
- Localiser sur la section équivalente de la soudure la zone de sollicitation maximale.



<p>Torsion d'un tube mince de forme quelconque et d'épaisseur « e »</p>		$\tau = \frac{Mt}{2eA}$ 
<p>Cisaillement d'un tube mince rectangulaire suivant y</p>		$\tau_{\max} \cong \frac{T_y}{S_{\text{âmes}}}$

CORRECTION

- ♦ modèle de calcul poutre (semelle 3 non modélisée, ce n'est pas une poutre)



- ♦ système isolé : élément de portique {1+2}
- ♦ bilan des actions mécaniques extérieures

$$\left\{ \mathcal{F}_{\text{charge/portique}} \right\}_F = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = Y_F \vec{Y} = -10000 \vec{Y} \\ \vec{M}_F = \vec{0} \end{array} \right\}_{F,R} \quad \text{et} \quad \left\{ \mathcal{F}_{\text{sol/portique}} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = X_B \vec{X} + Y_B \vec{Y} + Z_B \vec{Z} \\ \vec{M}_B = L_B \vec{X} + M_B \vec{Y} + N_B \vec{Z} \end{array} \right\}_{B,R}$$

6 inconnues algébriques (donc nécessité d'avoir 6 équations)

- ♦ application du principe fondamental de la statique

$$\sum (\vec{F}_{\text{ext}}) = \vec{F} + \vec{B} = \vec{0}$$

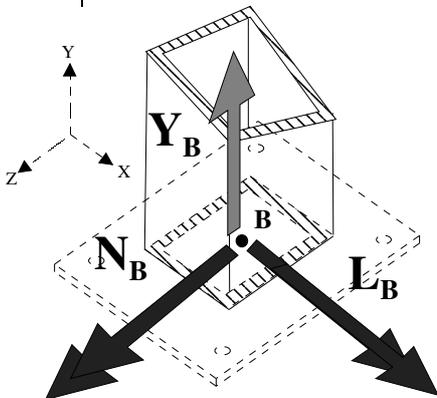
$$\sum \overline{\mathcal{M}(\vec{F}_{\text{ext}})}_B = \overline{BF} \wedge \vec{F} + \vec{M}_B = \vec{0}$$

on pose $\overline{BF} = +1000\vec{X} + 2000\vec{Y} - 300\vec{Z}$

$$\text{avec } \overline{BF} \wedge \vec{F} = \begin{bmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ +1000 & +2000 & -300 \\ 0 & -10000 & 0 \end{bmatrix} = -(10000 \times 300)\vec{X} - (10000 \times 1000)\vec{Z}$$

- 6 équations de projections pour déterminer les 6 inconnues algébriques

forces (N)	/ X : $X_B = 0$	moments (N.mm)	/ X : $L_B - 3000000 = 0 \Rightarrow L_B = +3000000$
	/ Y : $-10000 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_B = +10000$		/ Y : $M_B = 0$
	/ Z : $Z_B = 0$		/ Z : $N_B - 10000000 = 0 \Rightarrow N_B = +10000000$



- ♦ torseur des efforts transmissibles du chargement extérieur sur la portique au centre géométrique A de la section rectangulaire tubulaire

$$\left\{ \mathcal{F}_{\text{ext/portique}} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} = \vec{F} \\ \vec{M}_A = \vec{M}_F + \overline{AF} \wedge \vec{F} \end{array} \right\}_{A,R}$$

$$\vec{AF} = +1000\vec{X} \text{ et } \vec{AF} \wedge \vec{F} = \begin{bmatrix} \vec{X} & \vec{Y} & \vec{Z} \\ +1000 & 0 & 0 \\ 0 & -10000 & 0 \end{bmatrix} = -10000000\vec{Z}$$

$$\{F_{\text{ext/portique}}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} = Y_A \vec{Y} \\ \vec{M}_A = N_A \vec{Z} \end{array} \right\}_{A,R} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} = \vec{F} = -10000\vec{Y} \\ \vec{M}_A = -10000000\vec{Z} \end{array} \right\}_{A,R}$$

- expression générale des éléments de réduction du torseur de cohésion en repère local

$$\{Coh_{\text{sup/cons}}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{A(\text{sup/cons})} = \mathcal{N}_x \vec{x} + \mathcal{T}_y \vec{y} + \mathcal{T}_z \vec{z} \\ \vec{M}_{A(\text{sup/cons})} = \mathcal{M}_t \vec{x} + \mathcal{M}f_y \vec{y} + \mathcal{M}f_z \vec{z} \end{array} \right\}_{A,r}$$

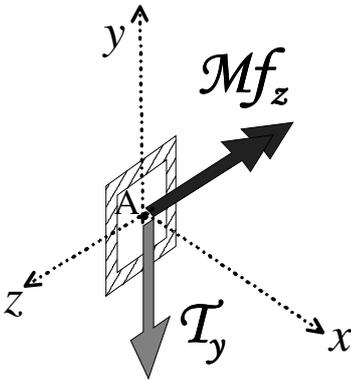
$$\Rightarrow \{Coh_{\text{supBA/consFA}}\}_A = \{F_{\text{ext/portique}}\}_A$$

- changement de base avec la matrice de passage du repère global R vers le repère local r(Axyz)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{X} \\ \vec{Y} \\ \vec{Z} \end{array} \right\}_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \left\{ \begin{array}{l} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{array} \right\}_r \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{x} = \vec{X} \\ \vec{y} = \vec{Y} \\ \vec{z} = \vec{Z} \end{array} \right\}$$

- expression des éléments de réduction du torseur de cohésion en repère local r(Axyz)

$$\{Coh_{\text{supBA/consFA}}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{A(\text{sup/cons})} = -10000\vec{y} \\ \vec{M}_{A(\text{sup/cons})} = -10000000\vec{z} \end{array} \right\}_{A,r} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{N}_x = 0 & \mathcal{M}_t = 0 \\ \mathcal{T}_y = -100000 & \mathcal{M}f_y = 0 \\ \mathcal{T}_z = 0 & \mathcal{M}f_z = -10000000 \end{array} \right\}_{A,r}$$



♦ torseur de cohésion au centre géométrique B de la section rectangulaire tubulaire

notation : ε "tranche" de structure poutre de faible épaisseur juste au-dessus de B

$$\{Coh_{\text{sup FB-}\varepsilon/\text{cons -}\varepsilon}\}_B = \{F_{\text{ext/portique}}\}_B = -\{F_{\text{sol/portique}}\}_B = -\left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = +10000\vec{Y} \\ \vec{M}_B = +300000\vec{X} + 10000000\vec{Z} \end{array} \right\}_{B,R}$$

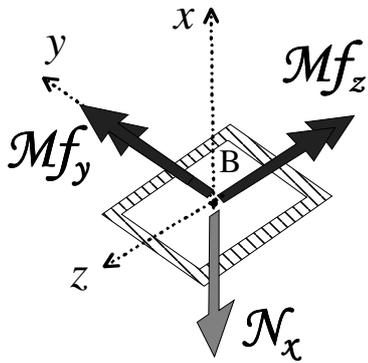
autre expression possible : $\{Coh_{\text{sup } \varepsilon/\text{cons FB-}\varepsilon}\}_B = \{F_{\text{sol/portique}}\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = +10000\vec{Y} \\ \vec{M}_B = +300000\vec{X} + 10000000\vec{Z} \end{array} \right\}_{B,R}$

- changement de base avec la matrice de passage du repère global R vers le repère local r(Bxyz)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{array} \right\}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \left\{ \begin{array}{l} \vec{X} \\ \vec{Y} \\ \vec{Z} \end{array} \right\}_R \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{x} = \vec{Y} \\ \vec{y} = -\vec{X} \\ \vec{z} = \vec{Z} \end{array} \right\}$$

- expression des éléments de réduction du torseur de cohésion en repère local r(Bxyz)

$$\{Coh_{\text{sup BF-}\varepsilon/\text{cons } \varepsilon}\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{B(\text{sup BF-}\varepsilon/\text{cons } \varepsilon)} = \mathcal{N}_x \vec{x} \\ \vec{M}_{B(\text{sup BF-}\varepsilon/\text{cons } \varepsilon)} = \mathcal{M}f_y \vec{y} + \mathcal{M}f_z \vec{z} \end{array} \right\}_{B,r} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{N}_x = -10000 & \mathcal{M}_t = 0 \\ \mathcal{T}_y = 0 & \mathcal{M}f_y = +3000000 \\ \mathcal{T}_z = 0 & \mathcal{M}f_z = -10000000 \end{array} \right\}_{B,r}$$

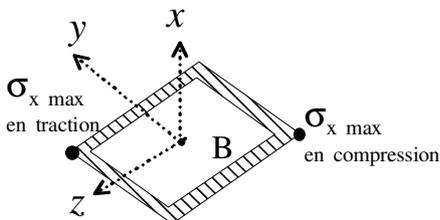


◆ contraintes normales engendrées

$\sigma_x = \frac{N}{S} = \frac{-10000}{7844} = -12,7\text{MPa}$	$\sigma_x = \frac{M_{fy} \times z}{I_y} = \frac{+3000000}{1.78E8} (\pm 200)$ $= \pm 3,3\text{MPa}$	$\sigma_x = -\frac{M_{fz} \times y}{I_z} = -\frac{-10000000}{8.6E7} (\pm 125)$ $= \pm 14,5\text{MPa}$
--	--	---

◆ contraintes normales maximales : $\sigma_x = \sigma_x + \sigma_x + \sigma_x = \frac{N}{S} + \frac{M_{fy}}{I_y} \times z - \frac{M_{fz}}{I_z} \times y$ (somme algébrique)

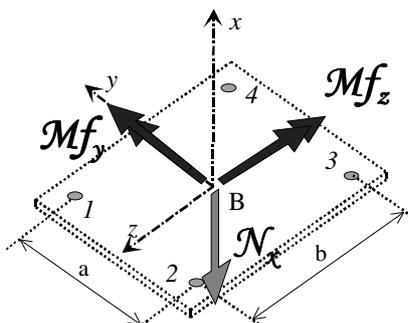
$$\begin{cases} \sigma_{x \max i} = -12,7 - 3,3 - 14,5 = -30,5\text{MPa} \\ \sigma_{x \max i} < 0 \Rightarrow \text{compression} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \sigma_{x \max i} = -12,7 + 3,3 + 14,5 = +5,1\text{MPa} \\ \sigma_{x \max i} > 0 \Rightarrow \text{traction} \end{cases}$$



◆ dimensionnement des boulons

- expression des éléments de réduction du torseur de cohésion au centre géométrique de la section équivalente en repère local $r(Bxyz)$

$$\left\{ \text{Coh}_{\text{sup}\{1+2+3\}/\text{cons corps boulons}} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\mathcal{R}}_{B(\text{sup}/\text{cons})} = N_x \vec{x} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{B(\text{sup}/\text{cons})} = M_{fy} \vec{y} + M_{fz} \vec{z} \end{array} \right\}_{B,r} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} N_x = -10000 & M_t = 0 \\ T_y = 0 & M_{fy} = +3000000 \\ T_z = 0 & M_{fz} = -10000000 \end{array} \right\}_{B,r}$$

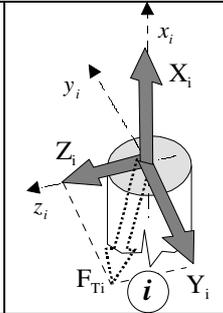


- efforts induits par ces éléments de réduction dans chaque section de boulon :
- rappels

♦ composante de l'effort normal : $X_i = \frac{N}{n} + Mf_y \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2} - Mf_z \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$

♦ composantes de l'effort tangentiel : $Y_i = \frac{T_y}{n} - M_x \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2)}$; $Z_i = \frac{T_z}{n} + M_x \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2)}$

♦ effort tangentiel total : $F_{Ti} = \sqrt{Y_i^2 + Z_i^2}$



ici seul l'effort normal X_i est à considérer avec les seules tiges de boulons tendues
 $a = 350$ et $b = 450$

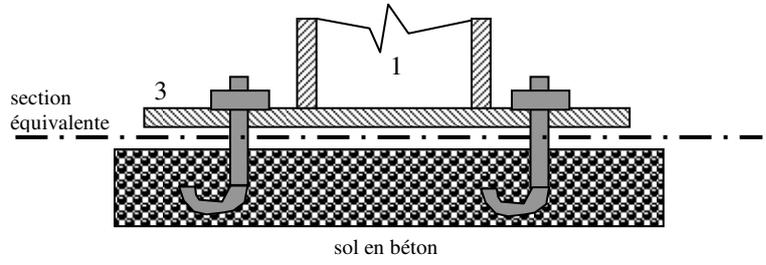
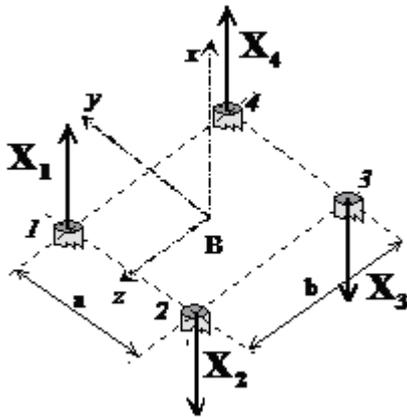
$$X_1 = \frac{-10000}{4} + 3000000 \frac{+225}{4 \times 225^2} - (-10000000) \frac{+175}{4 \times 175^2} = +15119N$$

$$X_2 = \frac{-10000}{4} + 3000000 \frac{+225}{4 \times 225^2} - (-10000000) \frac{-175}{4 \times 175^2} = -13452.38N$$

$$X_3 = \frac{-10000}{4} + 3000000 \frac{-225}{4 \times 225^2} - (-10000000) \frac{-175}{4 \times 175^2} = -20119N$$

$$X_4 = \frac{-10000}{4} + 3000000 \frac{-225}{4 \times 225^2} - (-10000000) \frac{+175}{4 \times 175^2} = +8452N$$

Le boulon n° 1 est le plus sollicité en traction



- contrainte normale de traction induite dans la section droite s_0 du noyau de la tige filetée du boulon n°x

$$\sigma_{x4} = \frac{N}{n \times s} + \frac{Mf_y}{I_y} \times z_4 - \frac{Mf_z}{I_z} \times y_4 = \frac{X_4}{s_0}$$

Le comportement en compression des corps de boulons n'est pas à considérer, ils ne peuvent pas travailler en compression.
 C'est la semelle au contact du massif en béton qui reprendra les effets dus à la compression

- critère de résistance (selon Eurocode)

si $\sigma_i > 0$ (traction seule) dans une tige de boulon $\frac{\sigma_i}{R_r} \leq 0,6$, sinon $\frac{\sigma_i}{0,84 \times R_r} + \frac{\tau_i}{0,8 \times R_{rg}} \leq 1$

$$\frac{\sigma_{x4}}{R_r} = \frac{X_4}{s_0 \times R_r} \leq 0,6 \Rightarrow s_0 \geq \frac{8452}{0,6 \times 500} \Rightarrow s_0 \geq 28,17 \text{ mm}^2$$

- valeur retenue pour le diamètre nominal des 4 vis : **M8** (s_0 32,19 mm²)