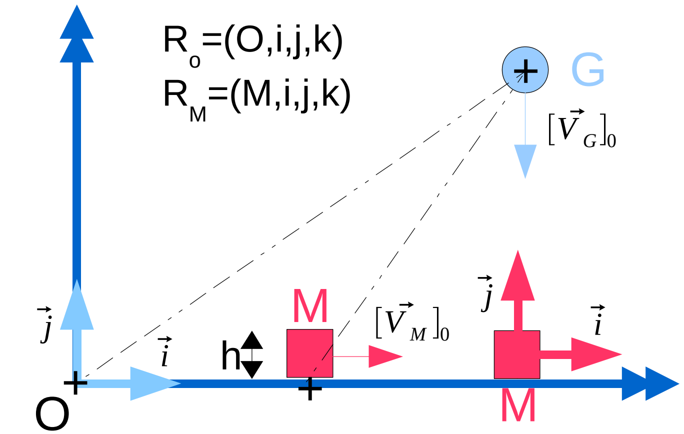
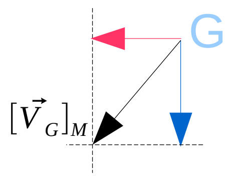
Mouvement d'un goutte d'eau (pluie) par rapport à un mobile (voiture)

$$\sum \vec{F}_{/s} = m.\vec{a}(t) \underset{*m}{\overset{/m}{\rightleftarrows}} \vec{a}(t) \underset{\frac{d\vec{v}(t)}{dt}}{\overset{\int \vec{a}(t)\; +CI_{\vec{v}(0)}}{\rightleftarrows}} \vec{v}(t) \underset{\frac{d\vec{OM}}{dt}}{\overset{\int \vec{v}(t)\; +CI_{\vec{OM}(0)}}{\rightleftarrows}} \vec{OM}(t) \text{ dans } R_O$$

Principe et résolution du PFD





Vecteur position du point M et G dans R_0

→ positions vues par un observateur fixe dans repère absolu R_0

$$[\vec{OM}]_0 = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M = h \\ 0 \end{pmatrix}_0 \qquad [\vec{OG}]_0 = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ 0 \end{pmatrix}_0$$

$$[\vec{OM}]_0 = x_{M.}\vec{i} + y_{M.}\vec{j}$$
$$[\vec{OG}]_0 = x_{G.}\vec{i} + y_{G.}\vec{j}$$

Vecteur position du point G dans R_M

→ position vue par un observateur fixe dans repère mobile R_M

$$[\vec{MG}]_M = X_{G.}\vec{i} + Y_{G.}\vec{j}$$

R_0 et R_M ont les mêmes **vecteurs de base**

n'ont pas les mêmes **Origines**

$$\left[\frac{d\vec{i}}{dt}\right]_0 = \left[\frac{d\vec{j}}{dt}\right]_0 = 0$$
$$\left[\frac{d\vec{i}}{dt}\right]_M = \left[\frac{d\vec{j}}{dt}\right]_M = 0$$

$$Rappels\ :\ [\vec{OM}]_0 = x_M.\vec{i} + y_M.\vec{j} \qquad [\vec{OG}]_0 = x_G.\vec{i} + y_G.\vec{j}$$

$$[\frac{d\vec{OM}}{dt}]_0 = \overset{*}{x}_M.\vec{i} + x_M.[\frac{d\vec{i}}{dt}]_0 + \overset{*}{y}_M.\vec{j} + y_M.[\frac{d\vec{j}}{dt}]_0 = \begin{pmatrix} \overset{*}{x}_M \\ \overset{*}{y}_M \\ 0 \end{pmatrix}_0 = \vec{V}^0(M,t)$$ Vitesse de M dans R_0

$$[\frac{d\vec{V}^0(M,t)}{dt}]_0 = \vec{A}^0(M,t) = \begin{pmatrix} \overset{**}{x}_M \\ \overset{**}{y}_M \\ 0 \end{pmatrix}_0 = \overset{**}{x}_M.\vec{i} + \overset{*}{x}_M.[\frac{d\vec{i}}{dt}]_0 + \overset{**}{y}_M.\vec{j} + \overset{*}{y}_M.[\frac{d\vec{j}}{dt}]_0$$ Accélération de M dans R_0

$$[\frac{d\vec{OG}}{dt}]_0 = \overset{*}{x}_G.\vec{i} + x_G.[\frac{d\vec{i}}{dt}]_0 + \overset{*}{y}_G.\vec{j} + y_G.[\frac{d\vec{j}}{dt}]_0 = \begin{pmatrix} \overset{*}{x}_G \\ \overset{*}{y}_G \\ 0 \end{pmatrix}_0 = \vec{V}^0(G,t)$$ Vitesse de G dans R_0

$$[\frac{d\vec{V}^0(G,t)}{dt}]_0 = \overset{**}{x}_G.\vec{i} + \overset{*}{x}_G.[\frac{d\vec{i}}{dt}]_0 + \overset{**}{y}_G.\vec{j} + \overset{*}{y}_G.[\frac{d\vec{j}}{dt}]_0 = \vec{A}^0(G,t) = \begin{pmatrix} \overset{**}{x}_G \\ \overset{**}{y}_G \\ 0 \end{pmatrix}_0$$ Accélération de G dans R_0

Vitesse relative du G par rapport au repère mobile R_M

$$[\vec{OG}]_0 = [\vec{OM}]_0 + [\vec{MG}]_0$$

$$[\vec{MG}]_0 = [\vec{OG}]_0 - [\vec{OM}]_0 = \begin{pmatrix} x_G - x_M \\ y_G - y_M \\ 0 \end{pmatrix}_0 = (x_G - x_M).\vec{i} + (y_G - y_M).\vec{j}$$

$$[\vec{MG}]_M = \begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ 0 \end{pmatrix}_M = X_G.\vec{i} + Y_G.\vec{j}$$

$$[\frac{d\vec{OG}}{dt}]_0 = [\frac{d\vec{OM}}{dt}]_0 + [\frac{d\vec{MG}}{dt}]_0$$

$$[\frac{d\vec{MG}}{dt}]_0 = \begin{pmatrix} \overset{*}{x}_G - \overset{*}{x}_M \\ \overset{*}{y}_G - \overset{*}{y}_M \\ 0 \end{pmatrix}_0 = [\frac{d\vec{MG}}{dt}]_M = \begin{pmatrix} \overset{*}{X}_G \\ \overset{*}{Y}_G \\ 0 \end{pmatrix}_M = [\frac{d\vec{OG}}{dt}]_0 - [\frac{d\vec{OM}}{dt}]_0$$

$$\vec{V}^M(G,t) = \vec{V}^0(G,t) - \vec{V}^0(M,t)$$

Vitesse du point G vu par un observateur dans le repère R_M (la voiture)

Traction d'un corps

$$\vec{A}^0(M,t)=\begin{pmatrix}\ddot{x}_M\\ \ddot{y}_M\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}ax_M\\ ay_M=0\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}T/m\\ 0\\ 0\end{pmatrix}_0+\begin{pmatrix}0\\ -g\\ 0\end{pmatrix}_0+\begin{pmatrix}Rx/m=0\\ Ry/m\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}T/m\\ 0\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}a\\ 0\\ 0\end{pmatrix}_0$$

$$\vec{V}^0(M,t)=\begin{pmatrix}\dot{x}_M\\ \dot{y}_M\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}a.t+Kvx\\ Kvy\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}vx_M\\ vy_M\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}a.t\\ 0\\ 0\end{pmatrix}_0$$

$$conditions\ \ initiales\ :\ vx_M(0)=vy_M(0)=0$$

$$conditions\ \ initiales\ :\ x_M(0)=0\ \ ;\ \ y_M(0)=h$$

$$\vec{OM}=\begin{pmatrix}(1/2).a.t^2+Kx\\ Ky\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}(1/2).a.t^2\\ h\\ 0\end{pmatrix}_0=\begin{pmatrix}(1/2).\frac{T}{m}.t^2\\ h\\ 0\end{pmatrix}_0$$

$$tc=\sqrt{\frac{2.L}{a}}=\sqrt{\frac{2.L.m}{T}}$$

$$T=m.ax=m.a$$

$$Vo=a.t_0=\frac{T.t_0}{m}$$

$$t_0=\frac{Vo.m}{T}=\frac{Vo}{a}$$

$$Ec=\frac{1}{2}.m.(\vec{V}^0(M,t))^2=\frac{1}{2}.m.Vo^2$$

Si déplacement de M à vitesse constante

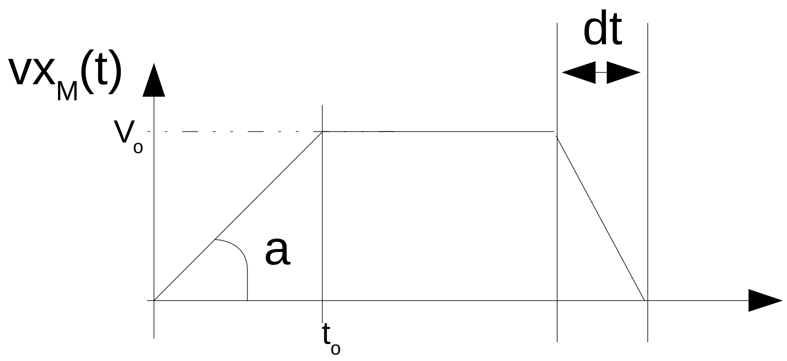
$$[\vec{V}_G]_0=Vx_M.\vec{i}=Vo.\vec{i}\ \ après\ \ phase\ \ d'accélération\ \ \vec{a}$$

Chute d'un corps

$$[\vec{V}_G]_0=Vy_G.\vec{j}=-g.t.\vec{j}=\begin{pmatrix}0\\ -g.t\\ 0\end{pmatrix}_0$$

$$[\vec{OG}]_0=x_G.\vec{i}+y_G.\vec{j}=\begin{pmatrix}L\\ -(\frac{1}{2}).g.t^2+H\\ 0\end{pmatrix}_0=L.\vec{i}+[-(\frac{1}{2}).g.t^2+H].\vec{j}$$

$$tc=\sqrt{(\frac{2.(H-h)}{g})}$$



P = dE/dt : dissipation doit se faire en dt
« pas trop faible » sinon P->∞