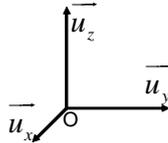


Le repère de travail

On choisira souvent un repère cartésien : cet ensemble de trois vecteurs orthogonaux oriente l'espace. Il est composé de trois vecteurs unitaires ($\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$) qui forment un trièdre direct (comme les trois premiers doigts de la main droite), et d'une origine souvent notée O.



Dans ce repère :

$$\vec{OM} = x.\vec{u}_x + y.\vec{u}_y + z.\vec{u}_z$$

On retiendra les relations suivantes qui relient position, vitesse et accélération dans un repère cartésien :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad v \text{ s'exprime en } m.s^{-1}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad a \text{ s'exprime en } m.s^{-2}$$

Principe fondamental de la dynamique

Dans un référentiel galiléen, la masse d'un système considéré ponctuel multipliée par son accélération est égale à la somme des forces appliquées à ce système.

$$m.\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

m est la masse en kg

a est l'accélération en $m.s^{-2}$

F_{ext} est une force extérieure en N

Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe, de moment d'inertie J , le principe fondamental de la dynamique s'exprime de la manière suivante :

$$J.\frac{d\omega}{dt} = \sum C_{ext}$$

J est le moment d'inertie en $kg.m^2$

ω est la vitesse angulaire en $rad.s^{-1}$

C_{ext} est un couple extérieur en $N.m$

Méthode de résolution d'un problème de mécanique du point ou du solide :

- 1 - Définition du système, choix des repères (espace et temps)
- 2 - Bilan des forces et/ou des couples
- 3 - Expression vectorielle PUIS scalaire du principe fondamental de la dynamique
- 4 - Projection des forces et de l'accélération sur les trois vecteurs du repère dans le cas de l'application vectorielle du PFD
- 5 - Résolution des équations différentielles
- 6 - Détermination des constantes à l'aide des conditions initiales et/ou des conditions aux limites

Principe d'action et réaction

Si un système 1 exerce une force \vec{F}_1 sur un système 2, alors le système 2 exerce sur le système 1 une force $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$.

Énergie / Puissance

Définition de l'énergie : grandeur caractérisant un système et exprimant sa capacité à modifier l'état d'autres systèmes avec lesquels il entre en interaction.

Un solide en translation possède une énergie due à sa masse et à sa vitesse : **l'énergie cinétique**. De même pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.

$$E_c = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.J.\omega^2$$

E_c est l'énergie en J

L'énergie ne peut être ni créée ni perdue, elle passe simplement d'une forme à une autre (principe de Lavoisier).

L'énergie potentielle de gravité est liée à l'altitude du système étudié, par rapport à une référence. C'est l'énergie que pourrait délivrer la force de gravité (le "Poids") lors du retour à l'altitude 0.

$$E_p = m.g.h$$

E_p est l'énergie potentielle en J

g est la constante de gravité : $g = 9.81 N.kg^{-1}$

h est la hauteur par rapport à une référence en m

Théorème de l'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique d'un solide isolé, entre l'état initial A et l'état final B, est égale au travail des forces extérieures appliquées au solide.

$$\Delta E_c (A \rightarrow B) = W_A^B \vec{F}_{ext}$$

En particulier, pour un solide soumis uniquement à la gravité :

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \text{ (conservation de l'énergie totale)}$$

La puissance est la quantité d'énergie échangée par unité de temps. La puissance délivrée par une force ou un couple s'exprime de la manière suivante :

$$P = \vec{F}.\vec{v} = C.\omega$$

P est la puissance en W

Frottements

Nous distinguerons deux types de frottement, à l'origine de couples ou de forces résistants :

$$\Rightarrow \text{Frottements } \underline{\text{secs}} : \begin{cases} \vec{F}_{frot} = -\vec{F}_0 \\ C_{frot} = -C_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Frottements } \underline{\text{visqueux}} : \begin{cases} \vec{F}_{frot} = -f.\vec{v} \\ C_{frot} = -f.\omega \end{cases}$$