Systèmes d'équations linéaires

Méthode des tableaux

A. Claeys

GEA - IUT A - Lille 1

Septembre 2012

Plan

Plan

De quoi s'agit-il ?

- Deux équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c'. \end{cases}$$

- a, b, c et a', b', c' réels donnés.
- x et y inconnues.

But :

résoudre méthodiquement.

De quoi s'agit-il ?

- Deux équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c'. \end{cases}$$

- a, b, c et a', b', c' réels donnés.
- x et y inconnues.

But :

résoudre méthodiquement.

De quoi s'agit-il ?

- Deux équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c'. \end{cases}$$

- a, b, c et a', b', c' réels donnés.
- x et y inconnues.

But :

résoudre méthodiquement.

De quoi s'agit-il ?

- Deux équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c'. \end{cases}$$

- a, b, c et a', b', c' réels donnés.
- x et y inconnues.

But :

résoudre méthodiquement.

De quoi s'agit-il ?

- Deux équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c'. \end{cases}$$

- a, b, c et a', b', c' réels donnés.
- x et y inconnues.

But :

résoudre méthodiquement.

Exemple.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

- Résolution par substitution.
- Résolution par combinaisons linéaires.

But :

résolution par la méthode des tableaux.

Exemple.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array}\right.$$

- Résolution par substitution.
- Résolution par combinaisons linéaires.

But :

résolution par la méthode des tableaux.

Exemple.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & 4y & = & -14 & \quad L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & \quad L_2. \end{array}\right.$$

- Résolution par substitution.
- Résolution par combinaisons linéaires.

But :

résolution par la méthode des tableaux.

Exemple.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

- Résolution par substitution.
- Résolution par combinaisons linéaires.

But :

résolution par la méthode des tableaux.

Plan

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

- Choix du pivot (coefficient non nul en x ou en y) : 2.
- Normalisation : $L_1/2 \mapsto L_1$.
- Report de la deuxième ligne : L_2.

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

- Choix du pivot (coefficient non nul en x ou en y) : 2.
- Normalisation : $L_1/2 \mapsto L_1$.
- Report de la deuxième ligne : L_2.

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x + 4y = -14 & L_1 \\ 5x + 7y = -20 & L_2. \end{cases}$$

$\div 2 \quad \div 2 \quad \div 2$

$$(\mathbb{S}_1) \begin{cases} x + 2y = -7 & L_1/2 \to L_1 \\ \end{cases}$$

- Choix du pivot (coefficient non nul en x ou en y) : 2.
- Normalisation : $L_1/2 \mapsto L_1$.
- Report de la deuxième ligne : L_2.

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

$\div 2$ $\quad \div 2$ $\quad \div 2$

$$(\mathbb{S}_1) \left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1/2 \to L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

- Choix du pivot (coefficient non nul en x ou en y) : 2.
- Normalisation : $L_1/2 \mapsto L_1$.
- Report de la deuxième ligne : L_2.

Opération 2 : zéro sous le pivot.

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 & L_1 \\ 5x + 7y = -20 & L_2. \end{cases}$$

- Report de la première ligne : L_1.
- Elimination de x dans la ligne L_2 : $L_2 - 5L_1 \to L_2$.

Opération 2 : zéro sous le pivot.

$$(\mathbb{S}_1) \left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array} \right.$$

$$(\mathbb{S}_2) \left\{ \begin{array}{cccccc} x & + & 2y & = & -7 & L_1 \\ & & & & & \end{array} \right.$$

- Report de la première ligne : L_1.
- Elimination de x dans la ligne L_2 : $L_2 - 5L_1 \rightarrow L_2$.

Opération 2 : zéro sous le pivot.

$$(\mathbb{S}_1)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & & L_2. \end{array}\right.$$

$5-5\times 1$ $\quad 7-5\times 2$ $\quad -20-5\times(-7)$

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ 0x & - & 3y & = & 15 & & L_2-5L_1\to L_2. \end{array}\right.$$

- Report de la première ligne : L_1.
- Elimination de x dans la ligne L_2 : $L_2-5L_1\to L_2$.

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{cccccc} x & + & 2y & = & -7 & L_1 \\ & - & 3y & = & 15 & L_2. \end{array}\right.$$

- Choix du pivot : -3.
- Report de la première ligne L_1.
- Normalisation : $L_2/(-3) \to L_2$.

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2) \left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ & - & 3y & = & 15 & & L_2. \end{array} \right.$$

- Choix du pivot : -3.
- Report de la première ligne L_1.
- Normalisation : $L_2/(-3) \to L_2$.

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ & - & 3y & = & 15 & & L_2. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ & & & & & & \end{array}\right.$$

- Choix du pivot : -3.
- Report de la première ligne L_1.
- Normalisation : $L_2/(-3) \rightarrow L_2$.

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ & - & 3y & = & 15 & & L_2. \end{array}\right.$$

$\div(-3)$ $\div(-3)$

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ & & y & = & -5 & & L_2/(-3) \to L_2. \end{array}\right.$$

- Choix du pivot : -3.
- Report de la première ligne L_1.
- Normalisation : $L_2/(-3) \to L_2$.

Opération 4 : zéro sur le pivot.

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & = & -7 & & L_1 \\ & & y & = & -5 & & L_2. \end{array}\right.$$

- Report de la deuxième ligne : L_2.
- Elimination de y dans la ligne L_1 : $L_1 - 2L_2 \to L_1$.

Opération 4 : zéro sur le pivot.

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 & L_1 \\ \quad\quad y = -5 & L_2. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} \\ y = -5 & L_2. \end{cases}$$

- Report de la deuxième ligne : L_2.
- Elimination de y dans la ligne L_1 : $L_1 - 2L_2 \to L_1$.

Opération 4 : zéro sur le pivot.

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 & L_1 \\ \quad\quad\;\; y = -5 & L_2. \end{cases}$$

$1-2\times 0 \qquad 2-2\times 1 \qquad -7-2\times(-5)$

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x + 0y = 3 & L_1 - 2L_2 \to L_1 \\ \quad\quad\;\; y = -5 & L_2. \end{cases}$$

- Report de la deuxième ligne : L_2.
- Elimination de y dans la ligne L_1 : $L_1 - 2L_2 \to L_1$.

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{lllll} x & = & 3 & & L_1 \\ y & = & -5 & & L_2. \end{array}\right.$$

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x = 3 & L_1 \\ y = -5 & L_2. \end{cases}$$

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{cccc} x & = & 3 & L_1 \\ y & = & -5 & L_2. \end{array}\right.$$

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

Plan

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x + 4y = -14 & L_1 \\ 5x + 7y = -20 & L_2. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
			L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrl} \color{red}{2x} & + & 4y & = & -14 & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & L_2. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
2			L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcrl} 2x & + & {\color{red}4y} & = & -14 & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & L_2. \end{array} \right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4		L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & 4y & = & {\color{red}-14} & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & L_2. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcrl} 2x & + & 4y & = & -14 & L_1 \\ \color{red}{5}x & + & 7y & = & -20 & L_2. \end{array} \right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2x & + & 4y & = & -14 & L_1 \\ 5x & + & \color{red}{7y} & = & -20 & L_2. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	−14	L_1
5	$\color{red}{7}$		L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & \color{red}{-20} & L_2. \end{array} \right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	$\color{red}{-20}$	L_2

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{cccccc} 2x & + & 4y & = & -14 & L_1 \\ 5x & + & 7y & = & -20 & L_2. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

$$(\mathbb{S}_1)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & -7 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 2	

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x + 4y = -14 & L_1 \\ 5x + 7y = -20 & L_2. \end{cases}$$

x	y	*tableau 1*	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

$$(\mathbb{S}_1) \begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

x	y	*tableau 2*	

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 & L_1 \\ 5x + 7y = -20 & L_2. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

$\div 2$ $\div 2$ $\div 2$

x	y	*tableau* 2	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

Opération 1 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 & L_1 \\ 5x + 7y = -20 & L_2. \end{cases}$$

x	y	*tableau 1*	
2	4	−14	L_1
5	7	−20	L_2

÷ 2 ÷ 2 ÷ 2

x	y	*tableau 2*	
1	2	−7	$L_1/2 \to L_1$
5	7	−20	L_2

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

Opération 2 : zéro sous le pivot.

$$(\mathbb{S}_1)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 2	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$
5	7	-20	L_2

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ 0x & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 3	

Opération 2 : zéro sous le pivot.

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 2	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$
5	7	-20	L_2

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 0x - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1

Opération 2 : zéro sous le pivot.

$$(\mathbb{S}_1)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & -7 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 2	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$
5	7	-20	L_2

$5-5\times 1$ $\quad$ $7-5\times 2$ $\quad$ $-20-5\times(-7)$

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & -7 \\ 0x & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	$L_2-5L_1 \to L_2$

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	$L_2 - 5L_1 \to L_2$

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 4	

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	$L_2 - 5L_1 \to L_2$

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad y = -5. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 4	

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau 3*	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	$L_2 - 5L_1 \to L_2$

$\cdot/(-3)$ $\quad$ $\cdot/(-3)$ $\quad$ $\cdot/(-3)$

x	y	*tableau 4*	
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad y = -5. \end{cases}$$

Opération 3 : pivot - normalisation.

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	tableau 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	$L_2 - 5L_1 \to L_2$

$\cdot/\cdot(-3)$ $\cdot/\cdot(-3)$ $\cdot/\cdot(-3)$

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ y = -5. \end{cases}$$

x	y	tableau 4	
1	2	-7	L_1
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

Opération 4 : zéro sur le pivot.

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 4	
1	2	-7	L_1
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 5	

Opération 4 : zéro sur le pivot.

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 4	
1	2	-7	L_1
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 5	
0	1	-5	L_2

Opération 4 : zéro sur le pivot.

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 4	
1	2	-7	L_1
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

$1-5\times 0$ $\quad 2-2\times 1$ $\quad -7-2\times(-5)$

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 5	
1	0	3	$L_1 - 2L_2 \to L_1$
0	1	-5	L_2

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x + 0y = 3 \\ y = -5. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 5	
1	0	3	$L_1 - 2L_2 \to L_1$
0	1	-5	L_2

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3;-5)\}$.

- Lecture de L_1 : x=3.
- Lecture de L_2 : y=−5.
- $\mathscr{S} = \{(3;-5)\}$.

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 5	
1	0	3	$L_1 - 2L_2 \to L_1$
0	1	-5	L_2

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3;-5)\}$.

- Lecture de L_1 : x=3 .
- Lecture de L_2 : y=−5 .
- $\mathscr{S} = \{(3;-5)\}$.

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 5	
1	0	3	$L_1 - 2L_2 \to L_1$
0	1	-5	L_2

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

- Lecture de L_1 : x=3 .
- Lecture de L_2 : y=-5 .
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x + 0y = 3 \\ y = -5. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 5	
1	0	3	$L_1 - 2L_2 \to L_1$
0	1	-5	L_2

- Le système possède une unique solution.
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

- Lecture de L_1 : $x=3$.
- Lecture de L_2 : $y=-5$.
- $\mathscr{S} = \{(3; -5)\}$.

Plan

Passage du premier au troisième tableau.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau 1*	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

x	y	*tableau 3*	

Passage du premier au troisième tableau.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau 1*	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

x	y	*tableau 3*	

Passage du premier au troisième tableau.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

$\div 2$ $\div 2$ $\div 2$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$

Passage du premier au troisième tableau.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$
0			$L_2 - 5 \times (L_1/2) \to L_2$

Passage du premier au troisième tableau.

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_1)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

$$7 - (5 \times 4 \div 2)$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$
0	-3		$L_2 - 5 \times (L_1/2) \to L_2$

Passage du premier au troisième tableau.

$$(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_1)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
2	4	-14	L_1
5	7	-20	L_2

$$-20 - (5 \times -14 \div 2)$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	$L_1/2 \to L_1$
0	-3	15	$L_2 - 5\times(L_1/2) \to L_2$

Passage du troisième au dernier tableau.

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad y = -5. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x + 0y = 3 \\ \quad y = -5. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	L_2

x	y	*tableau* 5	

Passage du troisième au dernier tableau.

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ - 3y = 15. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ y = -5. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x + 0y = 3 \\ y = -5. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	L_2

x	y	*tableau* 5	

Passage du troisième au dernier tableau.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	L_2

$\cdot/\cdot\,(-3)$ $\quad$ $\cdot/\cdot\,(-3)$ $\quad$ $\cdot/\cdot\,(-3)$

x	y	*tableau* 5	
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

Passage du troisième au dernier tableau.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & -7 \\ & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	L_2

x	y	*tableau* 5	
	0		$L_1 - 2 \times (L_2/(-3)) \to L_1$
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

Passage du troisième au dernier tableau.

$$(\mathbb{S}_2)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & - & 3y & = & 15. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_3)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & -7 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}_4)\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & 0y & = & 3 \\ & & y & = & -5. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 3	
1	2	-7	L_1
0	-3	15	L_2

$$1 - (2 \times 0 \div -3)$$

x	y	*tableau* 5	
1	0		$L_1 - 2 \times (L_2/(-3)) \to L_1$
0	1	-5	$L_2/(-3) \to L_2$

Passage du troisième au dernier tableau.

$$(\mathbb{S}_2)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad - 3y = 15. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_3)\begin{cases} x + 2y = -7 \\ \quad y = -5. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}_4)\begin{cases} x + 0y = 3 \\ \quad y = -5. \end{cases}$$

tableau 3

x	y		
1	2	-7	L_1
0	-3	15	L_2

$$-7 - \left(2 \times 15 \div -3 \right)$$

tableau 5

x	y		
1	0	3	$L_1 - 2 \times (L_2/(-3)) \rightarrow L_1$
0	1	-5	$L_2/(-3) \rightarrow L_2$

Remarques.

Choix du pivot.

- Un pivot est non nul.
- Pas de pivot dans la dernière colonne.
- Un seul pivot par ligne.
- Un seul pivot par colonne.
- Privilégier 1 comme pivot.

Remarques.

Choix du pivot.

- Un pivot est non nul.
- Pas de pivot dans la dernière colonne.
- Un seul pivot par ligne.
- Un seul pivot par colonne.
- Privilégier 1 comme pivot.

Remarques.

Choix du pivot.

- Un pivot est non nul.
- Pas de pivot dans la dernière colonne.
- Un seul pivot par ligne.
- Un seul pivot par colonne.
- Privilégier 1 comme pivot.

Remarques.

Choix du pivot.

- Un pivot est non nul.
- Pas de pivot dans la dernière colonne.
- Un seul pivot par ligne.
- Un seul pivot par colonne.
- Privilégier 1 comme pivot.

Remarques.

Choix du pivot.

- Un pivot est non nul.
- Pas de pivot dans la dernière colonne.
- Un seul pivot par ligne.
- Un seul pivot par colonne.
- Privilégier 1 comme pivot.

Remarques.

Choix du pivot.

- Un pivot est non nul.
- Pas de pivot dans la dernière colonne.
- Un seul pivot par ligne.
- Un seul pivot par colonne.
- Privilégier 1 comme pivot.

Plan

Mise sous forme standard.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

Mise sous forme standard.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ & & & & \end{array}\right.$$

Mise sous forme standard.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}') \left\{ \begin{array}{cccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array} \right.$$

$$(\mathbb{S}'_1) \left\{ \begin{array}{cccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array} \right.$$

x	y	*tableau* 1	
			L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{cccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{cccc} \color{red}{-4x} & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
$\color{red}{-4}$			L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{cccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{cccc} -4x & + & \color{red}{y} & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	$\color{red}{1}$		L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & {\color{red}1} \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	${\color{red}1}$	L_1
			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}')\begin{cases} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}'_1)\begin{cases} -4x + y = 1 \\ 2x + 3y = -25. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2			L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & \color{red}{3y} & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	$\color{red}{3}$		L_2

Ecriture du premier tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{cccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{cccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

Ecriture du deuxième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	

Ecriture du deuxième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	

Ecriture du deuxième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1

Ecriture du deuxième tableau.

$$(\mathbb{S}')\begin{cases} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}'_1)\begin{cases} -4x + y = 1 \\ 2x + 3y = -25. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
	0		$L_2 - 3 \times L_1 \to L_2$

Ecriture du deuxième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0		$L_2 - 3\times L_1 \rightarrow L_2$

$$2 - (3 \times -4 \div 1)$$

Ecriture du deuxième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2-3\times L_1 \to L_2$

$$-25 - (3 \times 1 \div 1)$$

Ecriture du troisième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3 \times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	

Ecriture du troisième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	

Ecriture du troisième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3 \times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

Ecriture du troisième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0			$L_1 + 4\times(L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

Ecriture du troisième tableau.

$$(\mathbb{S}')\begin{cases} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0. \end{cases}$$

$$(\mathbb{S}'_1)\begin{cases} -4x + y = 1 \\ 2x + 3y = -25. \end{cases}$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0	1		$L_1 + 4\times(L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

$$1 - \left(-4 \times 0 \div 14 \right)$$

Ecriture du troisième tableau.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2-3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0	1	-7	$L_1+4\times(L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

$$1 - \left(-4 \times -28 \div 14 \right)$$

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcl} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3 \times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0	1	-7	$L_1 + 4 \times (L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

$$\mathscr{S}' = \{($$

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{cccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{cccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0	1	-7	$L_1 + 4\times(L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

$$\mathscr{S}' = \{(\;-2$$

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2 - 3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0	1	-7	$L_1 + 4\times(L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

$$\mathscr{S}' = \{(\quad -2 \quad ; \quad -7$$

Lecture de la solution.

$$(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{ccccc} y & - & 4x & = & 1 \\ 2x & + & 3y+25 & = & 0. \end{array}\right.$$

$$(\mathbb{S}'_1)\left\{\begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$$

x	y	*tableau* 1	
-4	1	1	L_1
2	3	-25	L_2

x	y	*tableau* 2	
-4	1	1	L_1
14	0	-28	$L_2-3\times L_1 \to L_2$

x	y	*tableau* 3	
0	1	-7	$L_1+4\times(L_2/14) \to L_1$
1	0	-2	$L_2/14 \to L_2$

$$\mathscr{S}' = \{(\quad -2 \quad ; \quad -7 \quad)\}$$

Plan

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ est donné par :

$$\boxed{\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.}$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})\begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est donné par :

$$\boxed{\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.}$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \left| \quad \right| =$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}\right.$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{l} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{array}\right.$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 2 & \\ 5 & \end{vmatrix} =$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} =$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})\begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 2 \times 7$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{l} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{array}\right.$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 2 \times 7 -$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{l} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{array}\right.$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 2 \times 7 - 5 \times 4$$

Déterminant d'un système 2×2.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est donné par :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 2 \times 7 - 5 \times 4 = 14 - 20 = -6.$$

Plan

Critère du déterminant non nul.

Théorème

Le système $(\mathbb{S}) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ *possède une unique solution si et seulement si son déterminant est non nul.*

Exemple

Le système $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20 \end{cases}$ possède une unique solution car $\det \mathbb{S} \neq 0$.

Critère du déterminant non nul.

Théorème

Le système $(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array} \right.$ *possède une unique solution si et seulement si son déterminant est non nul.*

Exemple

Le système $(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{l} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20 \end{array} \right.$ possède une unique solution car $\det \mathbb{S} \neq 0$.

Plan

Ecriture des formules.

Théorème

Si le système

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{l} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{array}\right.$$

possède un déterminant non nul $(\det(\mathbb{S})\neq 0)$ *alors le système* $(\mathbb{S})$ *possède un unique couple* $(x;y)$ *solution donné par :*

$$x=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} \text{ et } y=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\left| \quad \right|}{\det(\mathbb{S})}$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & \\ -20 & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14\times 7-(-20)\times 4}{-6}$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14 \times 7 - (-20) \times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14\times 7-(-20)\times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14\times 7-(-20)\times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & -14 \\ & -20 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} 2x + 4y = -14 \\ 5x + 7y = -20. \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14 \times 7 - (-20) \times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -14 \\ 5 & -20 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array} \right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14 \times 7 - (-20) \times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -14 \\ 5 & -20 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{2 \times (-20) - 5 \times (-14)}{-6}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14\times 7-(-20)\times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -14 \\ 5 & -20 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{2\times(-20)-5\times(-14)}{-6} = \frac{-40+70}{-6} = \frac{30}{-6} = -5.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 4y & = & -14 \\ 5x & + & 7y & = & -20. \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

$\det(\mathbb{S}) = -6 \neq 0$: la solution est unique. $\mathscr{S} = \{(3;-5)\}$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & 4 \\ -20 & 7 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{-14\times 7-(-20)\times 4}{-6} = \frac{-98+80}{-6} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -14 \\ 5 & -20 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{2\times(-20)-5\times(-14)}{-6} = \frac{-40+70}{-6} = \frac{30}{-6} = -5.$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\Big\{$

$\det(\mathbb{S}) = \Big| \quad \Big| =$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \left\{ \begin{array}{l} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0 \end{array} \right.$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right.$

$\det(\mathbb{S}) = \left| \begin{array}{cc} & \\ & \end{array} \right| =$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}')\begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard :

$\det(\mathbb{S}) =$ $=$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x + y = 1 \\ \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}')\begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = \qquad =$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \left\{ \begin{array}{l} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0 \end{array} \right.$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\left\{ \begin{array}{ccccc} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array} \right.$

$\det(\mathbb{S}) =$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \begin{cases} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}')\begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & \\ 2 & \end{vmatrix} =$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{l} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & \text{-}25. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \times 3$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}')\begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \times 3 -$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \begin{cases} y - 4x = 1 \\ 2x + 3y + 25 = 0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \times 3 - 2 \times 1$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}') \begin{cases} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{cases}$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\begin{cases} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & \text{-25.} \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \times 3 - 2 \times 1 = -12 - 2 = -14.$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{l} y-4x=1 \\ 2x+3y+25=0 \end{array}\right.$ avec les formules de Cramer.

Forme standard : $\left\{\begin{array}{rcrcl} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \times 3 - 2 \times 1 = -12-2 = -14.$$

$\det(\mathbb{S}) \neq 0$: la solution est unique.

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}') \left\{ \begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array} \right.$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}') \left\{ \begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array} \right.$

On écrit les formules de Cramer :

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

$$x = \frac{\left|\begin{array}{cc} & \\ & \end{array}\right|}{\det(\mathbb{S}')}$$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \\ -25 & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')}$$

$2^{nd}\ mb \rightarrow colonne\ 1\ (colonne\ de\ x)$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}') \begin{cases} -4x + y = 1 \\ 2x + 3y = -25. \end{cases}$

On écrit les formules de Cramer :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times3-(-25)\times1}{-14}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de x*)

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')}$$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\begin{cases} -4x + y = 1 \\ 2x + 3y = -25. \end{cases}$

On écrit les formules de Cramer :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

2^{nd} $mb \rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & 1 \\ & -25 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')}$$

2^{nd} $mb \rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\begin{cases} -4x + y = 1 \\ 2x + 3y = -25. \end{cases}$

On écrit les formules de Cramer :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -25 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -25 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{-4\times(-25)-2\times 1}{-14}$$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 1 (*colonne de x*)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 2 (*colonne de y*)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -25 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{-4\times(-25)-2\times 1}{-14} = \frac{100-2}{-14} = \frac{98}{-14} = -7.$$

Exemple (suite).

On utilise la forme standard : $(\mathbb{S}')\left\{\begin{array}{rcrcr} -4x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 3y & = & -25. \end{array}\right.$

On écrit les formules de Cramer :

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de x*)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -25 & 3 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{1\times 3-(-25)\times 1}{-14} = \frac{3+25}{-14} = \frac{28}{-14} = -2,$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de y*)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -25 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S}')} = \frac{-4\times(-25)-2\times 1}{-14} = \frac{100-2}{-14} = \frac{98}{-14} = -7.$$

$$\boxed{\mathscr{S} = \{(-2;-7)\}}$$

Plan

De quoi s'agit-il ?

- Trois équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d''. \end{cases}$$

- a, b, c, d, a', b', c', d' et a'', b'', c'', d'' réels donnés.
- x, y et z inconnues.

But :

résoudre méthodiquement - méthode des tableaux.

De quoi s'agit-il ?

- Trois équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d''. \end{cases}$$

- a, b, c, d, a', b', c', d' et a'', b'', c'', d'' réels donnés.
- x, y et z inconnues.

But :

résoudre méthodiquement - méthode des tableaux.

De quoi s'agit-il ?

- Trois équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d''. \end{cases}$$

- a, b, c, d, a', b', c', d' et a'', b'', c'', d'' réels donnés.
- x, y et z inconnues.

But :

résoudre méthodiquement - méthode des tableaux.

De quoi s'agit-il ?

- Trois équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d''. \end{cases}$$

- a, b, c, d, a', b', c', d' et a'', b'', c'', d'' réels donnés.
- x, y et z inconnues.

But :

résoudre méthodiquement - méthode des tableaux.

De quoi s'agit-il ?

- Trois équations linéaires simultanées

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d''. \end{cases}$$

- a, b, c, d, a', b', c', d' et a'', b'', c'', d'' réels donnés.
- x, y et z inconnues.

But :

résoudre méthodiquement - méthode des tableaux.

Plan

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
				L_1
				L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcrcrl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1				L_1
				L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2			L_1
				L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccrl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3		L_1
				L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & \color{red}{0} & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array}\right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	$\color{red}{0}$	L_1
				L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcrcrl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ {\color{red}2x} & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
${\color{red}2}$				L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array}\right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1			L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & \color{red}{4z} & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4		L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \quad L_1\\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \quad L_2\\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 \quad L_3\end{array}\right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array}\right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3				L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2			L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcrcrl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1		L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array} \right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

Ecriture du premier tableau.

Exemple

On considère le système $(\mathbb{S})$ de trois équations :

$$(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcrl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 & L_1 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 & L_2 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0 & L_3 \end{array}\right.$$

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	

▷ Choix du premier pivot.

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1

- ▷ Choix du premier pivot.
- ▷ Repport de L_1.

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0				$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$

- ▷ Choix du premier pivot.
- ▷ Report de L_1.
- ▷ Transformation de L_2.

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5			$L_2 - 2\times L_1 \to L_2$

- Choix du premier pivot.
- Report de L_1.
- Transformation de L_2.

- Calculs :

$$-1 \; - \; \left(2 \times 2 \div 1 \right)$$

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10		$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$

- ▷ Choix du premier pivot.
- ▷ Report de L_1.
- ▷ Transformation de L_2.
- ▷ Calculs :

$$4 - \left(2 \times -3 \div 1 \right)$$

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$

- Choix du premier pivot.
- Report de L_1.
- Transformation de L_2.

- Calculs :

$$5 - (2 \times 0 \div 1)$$

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0				$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du premier pivot.
- ▷ Report de L_1.
- ▷ Transformation de L_2.
- ▷ Transformation de L_3.

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8			$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du premier pivot.
- ▷ Report de L_1.
- ▷ Transformation de L_2.
- ▷ Transformation de L_3.

- ▷ Calculs :

$$-2 - \left(3 \times 2 \div 1 \right)$$

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8		$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du premier pivot.
- ▷ Report de L_1.
- ▷ Transformation de L_2.
- ▷ Transformation de L_3.

- ▷ Calculs :

$$-1 - (3 \times -3 \div 1)$$

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- Choix du premier pivot.
- Report de L_1.
- Transformation de L_2.
- Transformation de L_3.

- Calculs :

$$0 - (3 \times 0 \div 1)$$

Premier pivot.

x	y	z	tableau 1	
1	2	-3	0	L_1
2	-1	4	5	L_2
3	-2	-1	0	L_3

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- Choix du premier pivot.
- Report de L_1.
- Transformation de L_2.
- Transformation de L_3.

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

x	y	z	tableau 3	

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \rightarrow L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \rightarrow L_3$

▷ Choix du deuxième pivot.

x	y	z	tableau 3	

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2\times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3\times L_1 \to L_3$

$\div\,(-5)$

x	y	z	tableau 3	
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$

- ▷ Choix du deuxième pivot.
- ▷ Normalisation de L_2.

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

x	y	z	tableau 3	
	0			$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$

- Choix du deuxième pivot.
- Normalisation de L_2.
- Transformation de L_1.

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2\times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3\times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du deuxième pivot.
- ▷ Normalisation de L_2.
- ▷ Transformation de L_1.

- ▷ Calculs : (inutiles)

$$1 - \left(2 \times 0 \div -5 \right)$$

x	y	z	tableau 3	
1	0			$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du deuxième pivot.
- ▷ Normalisation de L_2.
- ▷ Transformation de L_1.

▷ Calculs :

$$-3 - \left(2 \times 10 \div -5 \right)$$

x	y	z	tableau 3	
1	0	1		$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$

Deuxième pivot.

tableau 2

x	y	z		
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2\times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3\times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du deuxième pivot.
- ▷ Normalisation de L_2.
- ▷ Transformation de L_1.
- ▷ Calculs :

$$0 - \left(2 \times 5 \div -5 \right)$$

tableau 3

x	y	z		
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- Choix du deuxième pivot.
- Normalisation de L_2.
- Transformation de L_1.
- Transformation de L_3.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
	0			$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2 \times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3 \times L_1 \to L_3$

- ▷ Choix du deuxième pivot.
- ▷ Normalisation de L_2.
- ▷ Transformation de L_1.
- ▷ Transformation de L_3.

- ▷ Calculs : (inutiles)

$$0 - \left(-8 \times 0 \div -5 \right)$$

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0			$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2-2\times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3-3\times L_1 \to L_3$

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1-2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5)\to L_2$
0	0	-8		$L_3+8\times L_2/(-5) \to L_3$

- Choix du deuxième pivot.
- Normalisation de L_2.
- Transformation de L_1.
- Transformation de L_3.

- Calculs :

$$8-\left(-8\times 10\div -5\right)$$

Deuxième pivot.

tableau 2

x	y	z		
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2\times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3\times L_1 \to L_3$

tableau 3

x	y	z		
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du deuxième pivot.
- ▷ Normalisation de L_2.
- ▷ Transformation de L_1.
- ▷ Transformation de L_3.

- ▷ Calculs :

$$0 - \left(-8 \times 5 \div -5 \right)$$

Deuxième pivot.

x	y	z	tableau 2	
1	2	-3	0	L_1
0	-5	10	5	$L_2 - 2\times L_1 \to L_2$
0	-8	8	0	$L_3 - 3\times L_1 \to L_3$

- Choix du deuxième pivot.
- Normalisation de L_2.
- Transformation de L_1.
- Transformation de L_3.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

x	y	z	tableau 4	

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

▷ Choix du troisième pivot.

x	y	z	tableau 4	

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

$\div (-8)$

x	y	z	tableau 4	
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
- ▷ Normalisation de L_3.

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.

x	y	z	tableau 4	
		0		$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Calculs : (inutiles)

$$1 - (1 \times 0 \div -8)$$

x	y	z	tableau 4	
1		0		$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Calculs : (inutiles)

$$0 - \left(1 \times 0 \div -8 \right)$$

x	y	z	tableau 4	
1	0	0		$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Troisième pivot.

tableau 3

x	y	z		
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

- Choix du troisième pivot.
  - Normalisation de L_3.
  - Transformation de L_1.
  - Calculs :

$$2 - \left(1 \times -8 \div -8 \right)$$

tableau 4

x	y	z		
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
		0		$L_2 + 2\times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.
- ▷ Calculs : (inutiles)

$$0 - \left(-2 \times 0 \div -8 \right)$$

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0		0		$L_2 + 2\times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.
  - ▷ Calculs : (inutiles)

$$1 - \left(-2 \times 0 \div -8 \right)$$

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	1	0		$L_2 + 2\times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \rightarrow L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \rightarrow L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \rightarrow L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.
  - ▷ Calculs :

$$-1 - \left(-2 \times -8 \div -8 \right)$$

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \rightarrow L_1$
0	1	0	1	$L_2 + 2 \times L_3/(-8) \rightarrow L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \rightarrow L_3$

Troisième pivot.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

▷ Choix du troisième pivot.

▷ Normalisation de L_3.

▷ Transformation de L_1.

▷ Transformation de L_2.

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	1	0	1	$L_2 + 2\times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

Lecture de la solution.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2\times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8\times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	1	0	1	$L_2 + 2\times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

$\mathscr{S} = \{($

Lecture de la solution.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	1	0	1	$L_2 + 2 \times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

$$\mathscr{S} = \{(\; 1 \; ;$$

Lecture de la solution.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	1	0	1	$L_2 + 2 \times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

$\mathscr{S} = \{(1 ; 1 ;$

Lecture de la solution.

x	y	z	tableau 3	
1	0	1	2	$L_1 - 2 \times L_2/(-5) \to L_1$
0	1	-2	-1	$L_2/(-5) \to L_2$
0	0	-8	-8	$L_3 + 8 \times L_2/(-5) \to L_3$

- ▷ Choix du troisième pivot.
  - ▷ Normalisation de L_3.
  - ▷ Transformation de L_1.
  - ▷ Transformation de L_2.

x	y	z	tableau 4	
1	0	0	1	$L_1 - L_3/(-8) \to L_1$
0	1	0	1	$L_2 + 2 \times L_3/(-8) \to L_2$
0	0	1	1	$L_3/(-8) \to L_3$

$$\mathscr{S} = \{(1 ; 1 ; 1)\}$$

Plan

Déterminant d'un système 3×3.

Définition

Le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{cases}$ noté $\det(\mathbb{S})$ est donné par la formule :

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} b' & c' \\ b'' & c'' \end{vmatrix} - a' \begin{vmatrix} b & c \\ b'' & c'' \end{vmatrix} + a'' \begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}.$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) =$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \left| \quad \right|$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \left| \begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right|$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & -1 & \\ 3 & -2 & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) =$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & & \\ & -1 & 4 \\ & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & & \\ & -1 & 4 \\ & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} -$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & 2 & -3 \\ 2 & & \\ & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & 2 & -3 \\ 2 & & \\ & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} +$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & 2 & -3 \\ & -1 & 4 \\ 3 & & \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} & 2 & -3 \\ & -1 & 4 \\ 3 & & \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) =$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times (1 - (-8))$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times (1 - (-8)) - 2 \times (-2 - 6) +$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times (1 - (-8)) - 2 \times (-2 - 6) + 3 \times (8 - 3)$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times (1-(-8)) - 2 \times (-2-6) + 3 \times (8-3) = 9 + 16 + 15.$$

Calcul sur un exemple.

Exemple

Donner le déterminant du système $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$$\det(\mathbb{S}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\det(\mathbb{S}) = 40.}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det(\mathbb{S}) = 1 \times (1 - (-8)) - 2 \times (-2 - 6) + 3 \times (8 - 3) = 9 + 16 + 15.$$

Plan

Critère du déterminant non nul.

Théorème

Le système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{l} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{array}\right.$ *possède une unique solution si et seulement si son déterminant est non nul.*

Exemple

Le système $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{l} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{array}\right.$ possède une unique solution car $\det(\mathbb{S}) \neq 0$.

Critère du déterminant non nul.

Théorème

Le système $(\mathbb{S}) \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{cases}$ *possède une unique solution si et seulement si son déterminant est non nul.*

Exemple

Le système $(\mathbb{S}) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$ possède une unique solution car $\det(\mathbb{S}) \neq 0$.

Plan

Ecriture des formules.

Théorème

Si le système

$$(\mathbb{S})\begin{cases} ax+by+cz=d \\ a'x+b'y+c'z=d' \\ a''x+b''y+c''z=d'' \end{cases}$$

possède un déterminant non nul $(\det(\mathbb{S})\neq 0)$ *alors le système* $(\mathbb{S})$ *possède un unique triplet* $(x;y;z)$ *solution donné par :*

$$x=\frac{\begin{vmatrix} d & b & c \\ d' & b' & c' \\ d'' & b'' & c'' \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})},\ y=\frac{\begin{vmatrix} a & d & c \\ a' & d' & c' \\ a'' & d'' & c'' \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}\ \text{et}\ z=\frac{\begin{vmatrix} a & b & d \\ a' & b' & d' \\ a'' & b'' & d'' \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\left|\quad\right|}{\det(\mathbb{S})}$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & & \\ 5 & & \\ 0 & & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} mb $\rightarrow$ colonne 1 (colonne de x)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & \\ 5 & -1 & \\ 0 & -2 & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} $mb \to colonne\ 1\ (colonne\ de\ x)$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb $\rightarrow$ colonne 1 (colonne de x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & & \\ & -1 & 4 \\ & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0 \times (1-(-8))}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0 \times (1-(-8)) -}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb $\rightarrow$ colonne 1 (colonne de x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0 \times (1-(-8)) - 5}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array} \right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} & 2 & -3 \\ 5 & & \\ & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0 \times (1-(-8)) - 5 \times (-2-6)}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \rightarrow colonne\ 1\ (colonne\ de\ x)$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0 \times (1-(-8)) - 5 \times (-2-6) +}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 1 (*colonne de x*)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0\times(1-(-8))-5\times(-2-6)+0}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} & 2 & -3 \\ & -1 & 4 \\ 0 & & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0\times(1-(-8)) - 5\times(-2-6) + 0\times(8-3)}{40},$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0 \times (1-(-8)) - 5 \times (-2-6) + 0 \times (8-3)}{40},$$

$$x = \frac{0 - 5 \times (-8) + 0}{40} = \frac{40}{40} = 1.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 1 (*colonne de* x)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{0\times(1-(-8))-5\times(-2-6)+0\times(8-3)}{40},$$

$$x = \frac{0-5\times(-8)+0}{40} = \frac{40}{40} = 1.$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

$\boxed{\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.}$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & 0 & \\ & 5 & \\ & 0 & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & \\ 2 & 5 & \\ 3 & 0 & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \to colonne\ 2\ (colonne\ de\ y)$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb $\rightarrow$ colonne 2 (colonne de y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & & \\ & 5 & 4 \\ & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(-5-0)}{40},$$

$$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})$ $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (-5-0) -}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(-5-0)-2}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb → colonne 2 (colonne de y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & 0 & -3 \\ 2 & & \\ & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (-5-0) - 2 \times (0-0)}{40},$$

$$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb → colonne 2 (colonne de y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (-5-0) - 2 \times (0-0) +}{40},$$

$$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(-5-0)-2\times(0-0)+3}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 2 (*colonne de* y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} & 0 & -3 \\ & 5 & 4 \\ 3 & & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(-5-0) - 2\times(0-0) + 3\times(0-(-15))}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb $\rightarrow$ colonne 2 (colonne de y)

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(-5-0)-2\times(0-0)+3\times(0-(-15))}{40},$$

$$y = \frac{1\times(-5)-2\times 0+3\times 15}{40} = \frac{-5-0+45}{40} = \frac{40}{40} = 1.$$

$$\boxed{\mathscr{S} = \{(1; \quad \}.}$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne 2 (colonne de y)*

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(-5-0) - 2\times(0-0) + 3\times(0-(-15))}{40},$$

$$y = \frac{1\times(-5) - 2\times 0 + 3\times 15}{40} = \frac{-5-0+45}{40} = \frac{40}{40} = 1.$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$z = \frac{\left|\begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array}\right|}{\det(\mathbb{S})}$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \rightarrow$ colonne 3 (colonne de z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} & & 0 \\ & & 5 \\ & & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & & 0 \\ 2 & & 5 \\ 3 & & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 3 (*colonne de z*)

$\mathscr{S} = \{(1; 1; \quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S}) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})}$$

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 3 (*colonne de* z)

$\mathscr{S} = \{(1; 1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \to colonne$ 3 (*colonne de z*)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \to colonne$ 3 ($colonne$ de z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1; 1; \quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \rightarrow colonne$ 3 $(colonne\ de\ z)$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & & \\ & -1 & 5 \\ & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (0-(-10))}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \rightarrow colonne$ 3 $(colonne$ de $z)$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (0-(-10))-}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1; 1; \quad \}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \rightarrow$ *colonne* 3 (*colonne de* z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (0-(-10)) - 2}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \to$ *colonne* 3 (*colonne de* z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} & 2 & 0 \\ 2 & & \\ & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(0-(-10))-2\times(0-0)}{40},$$

$$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} $mb \to colonne\ 3\ (colonne\ de\ z)$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1 \times (0-(-10)) - 2 \times (0-0) +}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0\\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5\\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\rightarrow$ *colonne* 3 (*colonne de* z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0\\ 2 & -1 & 5\\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(0-(-10))-2\times(0-0)+3}{40},$$

$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})$ $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 0. \end{array}\right.$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb $\rightarrow$ colonne 3 (colonne de z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} & 2 & 0 \\ & -1 & 5 \\ 3 & & \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(0-(-10)) - 2\times(0-0) + 3\times(10-0)}{40},$$

$$\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.$$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} mb $\to$ colonne 3 (colonne de z)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(0-(-10)) - 2\times(0-0) + 3\times(10-0)}{40},$$

$$z = \frac{1\times 10 - 2\times 0 + 3\times 10}{40} = \frac{10-0+30}{40} = \frac{40}{40} = 1.$$

$\boxed{\mathscr{S} = \{(1;1;\quad\}.}$

Exemple.

Exemple

Résoudre $(\mathbb{S})\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x - 2y - z = 0. \end{cases}$

$\det(\mathbb{S}) = 40 \neq 0$: la solution est unique.

2^{nd} *mb* $\to$ *colonne* 3 (*colonne de z*)

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\det(\mathbb{S})} = \frac{1\times(0-(-10)) - 2\times(0-0) + 3\times(10-0)}{40},$$

$$z = \frac{1\times10-2\times0+3\times10}{40} = \frac{10-0+30}{40} = \frac{40}{40} = 1.$$

$$\boxed{\mathscr{S} = \{(1;1;1)\}.}$$

Remarque.

Attention : pour utiliser les formules de Cramer,

écriture sous forme standard indispensable.