

- **Objectif(s) :**
 - **Contraintes de production,**
 - **Optimisation de la gestion de la production.**

- **Pré requis :**
 - **Coût de production,**
 - **Production sous contraintes,**
 - **Systèmes d'inéquations.**

- **Modalités :**
 - **Principes :**
 - **cadences de production,**
 - **coût de fabrication et coût de stockage,**
 - **notion de lot économique.**
 - **Exemples,**
 - **Synthèse.**

TABLE DES MATIERES

Chapitre 1. PRINCIPES ET CONTRAINTES.....	3
1.1. Objectif.....	3
1.2. La structure.	3
1.3. Le personnel.....	3
1.4. L'approvisionnement.	3
Chapitre 2. RECHERCHE D'UN PROGRAMME DE PRODUCTION.	4
2.1. Les contraintes commerciales.	4
2.2. Les contraintes de production minimale.....	4
2.3. Le respect des proportions entre les produits.....	4
2.4. L'existence de facteurs rares.	4
2.5. Les contraintes économiques.....	5
2.6. Les contraintes logiques.....	5
Chapitre 3. EXEMPLES DE PROGRAMMES LINEAIRES.....	5
3.1. Exemple 01 - Une seule contrainte : marge maximale.....	5
3.1.1. Enoncé et travail à faire.....	5
3.1.2. Correction.	5
3.2. Exemple 02 - Deux contraintes : capacité d'activité et marge maximale.....	6
3.2.1. Enoncé et travail à faire.....	6
3.2.2. Correction du travail 1.....	7
3.2.3. Correction du travail 2.....	7
3.2.4. Correction du travail 3.....	7
3.3. Existence de nombreuses contraintes.	8
3.4. Méthode de résolution informatique.	8

Chapitre 4. EXEMPLE DE BUDGETISATION DE LA PRODUCTION.....	9
4.1. Enoncé et travail à faire.....	9
4.2. Annexes.	9
4.2.1. Annexe 1.	9
4.2.2. Annexe 2.	10
4.2.3. Annexe 3.	11
4.3. Correction.	11
4.3.1. Hypothèse 1.	11
4.3.2. Hypothèse 2.	12
4.3.3. Hypothèse 3.	12
4.3.4. Hypothèse 4.	13
Chapitre 5. RECHERCHE D'UN LOT OPTIMUM DE PRODUCTION.	13
5.1. Problème.	13
5.2. Exemple 1.	13
5.2.1. Enoncé et travail à faire.....	13
5.2.2. Correction.	14
5.3. Optimisation de la gestion des stocks et de la production.	14
5.3.1. Coût du lancement d'une fabrication.	14
5.3.2. Coût du stockage d'un produit fini.	14
5.3.3. Objectif.	15
5.3.4. Minimisation du coût de gestion du stock de produits finis.	15
5.3.5. Graphique.	15
5.3.6. Quantité optimale (ou lot économique).	16
5.4. Exemple 2.	17
5.4.1. Enoncé et travail à faire.....	17
5.4.2. Correction.	17
5.5. Exemple 3.	17
5.5.1. Enoncé et travail à faire.....	17
5.5.2. Correction du travail 1.....	18
5.5.3. Correction du travail 2.....	18
Chapitre 6. SYNTHESE.	19

Chapitre 1. PRINCIPES ET CONTRAINTES.

1.1. Objectif.

La gestion de production a pour objectif de **satisfaire la demande** de produits fabriqués par une entreprise industrielle (industries agro-alimentaires, constructions automobiles, ...) en intégrant dans la démarche de nombreuses **contraintes** :

- les processus de fabrication,
- les coûts,
- la qualité des produits,
- les délais,
- la demande des clients,
- le personnel nécessaire,
- l'infrastructure,
- l'approvisionnement en matières premières, ...

1.2. La structure.

La structure est en général peu souple ou peu flexible. Elle évolue par étape selon les investissements programmés et réalisés. Cependant d'autres facteurs sont eux plus souples et adaptables aux besoins :

- le matériel de production qui n'est pas spécialisé et qui peut être utilisé à la fabrication de différents produits ou modèles,
- le personnel qui doit pouvoir s'adapter à de nouvelles fabrications, aux matériels et à de nouveaux postes de travail, dans des lieux différents,
- les matières premières, les fournitures et composants utilisables dans des produits différents.

1.3. Le personnel.

Pour **le personnel**, l'approche est à la fois quantitative et qualitative :

- ainsi le manque de personnel se traduit par l'embauche ou le recours aux heures supplémentaires ou au personnel extérieur intérimaire,
- les qualifications et les compétences acquises par l'expérience, le savoir-faire représentent des aspects qualitatifs plus délicats à aborder et essentiels pour être compétitif.

1.4. L'approvisionnement.

Enfin, **l'approvisionnement** pose le problème de la disponibilité des matières premières et fournitures en fonction des besoins de la production ou de la demande à satisfaire auprès de la clientèle.

La gestion de production doit donc tenir compte de trois types principaux de contraintes :

- la demande en provenance du système commercial et des commandes reçues avec des quantités, des délais, une qualité, un prix,
- l'approvisionnement en amont auprès des fournisseurs afin d'éviter avant tout, des ruptures de stock et des pertes de marché,
- la gestion des ressources humaines et des moyens matériels disponibles.

Le problème essentiel est donc celui de **l'optimisation de la production sous contraintes**.

Chapitre 2. RECHERCHE D'UN PROGRAMME DE PRODUCTION.

Le problème essentiel concerne la détermination d'un programme de production permettant d'optimiser le résultat.

Que faut-il produire pour satisfaire la demande potentielle en tenant compte des contraintes techniques de production ?

Ainsi, un programme de production comprend :

- Les contraintes commerciales,
- Les contraintes de production minimale,
- Le respect des proportions entre les produits,
- L'existence de facteurs rares,
- Les contraintes économiques,
- Les contraintes logiques.

2.1. Les contraintes commerciales.

Les **contraintes commerciales** sont, par exemple liées au plafonnement des ventes.

Un seuil ou niveau de production ne doit pas être dépassé. Cette contrainte sera représentée par une inéquation telle que : **Quantité produite \leq seuil.**

Exemple : les ventes d'un **produit P** ne dépasseront pas la quantité de **5 000 unités.**

Donc : **$P \leq 5\,000$**

2.2. Les contraintes de production minimale.

La **contrainte de production minimale** assure la présence de l'entreprise sur le marché et répond à un souci de diversification.

Un seuil de production minimal sera donc défini par une nouvelle inéquation telle que :

Quantité produite \geq seuil

Exemple : la capacité de production d'un **produit M** doit être au minimum de **6 000 unités.**

Donc : **$M \geq 6\,000$**

2.3. Le respect des proportions entre les produits.

C'est le cas pour des produits d'appel à faible marge, associés à des produits à forte marge.

Exemple : à chaque vente d'un **produit X**, la vente de **2 produits Y** doit être réalisée.

Donc : **$X = 2 Y$**

2.4. L'existence de facteurs rares.

Il peut exister des contraintes de production relatives aux moyens mis en œuvre (**facteurs rares**) :

- approvisionnements limités en matières premières,
- nombre limité d'heures disponibles,
- limitation du temps de fonctionnement des machines d'où des **goulots d'étranglement**,
- organisation et agencement rationnel des étapes de fabrication (graphe MPM).

2.5. Les contraintes économiques.

Il peut s'agir de contraintes :

- de maximisation du chiffre d'affaires,
- de maximisation des marges et des résultats bénéficiaires,
- de minimisation d'un coût.

2.6. Les contraintes logiques.

Une contrainte logique impérative : les quantités doivent être positives.

Chapitre 3. EXEMPLES DE PROGRAMMES LINEAIRES.

A partir des différentes contraintes définies, la recherche de solution optimale peut être réalisée de différentes manières :

- résolution mathématique,
- programmation linéaire,
- résolution informatique.

3.1. Exemple 01 - Une seule contrainte : marge maximale.

3.1.1. Enoncé et travail à faire.

Une entreprise fabrique deux modèles de fauteuils **A** et **B**.

On dispose des éléments prévisionnels suivants pour l'année N :

	Modèle A	Modèle B
Ventes possibles en quantités	5 000 unités	3 000 unités
Temps d'assemblage par unité	1 heure	2 heures
Marge sur coût variable unitaire	200 €	350 €

La capacité de production de l'usine est de **9 000 heures** d'assemblage par an.

TRAVAIL A FAIRE : Rechercher le meilleur programme de production permettant la marge globale la plus élevée.

3.1.2. Correction.

- Temps d'assemblage nécessaire : $(5\ 000\ u \times 1\ h) + (3\ 000\ u \times 2\ h) = \underline{11\ 000\ heures}$.
 - Capacité maximum de l'usine : **9 000 heures**.
 - Contraintes du marché :
 - $A \leq 5\ 000$
 - $B \leq 3\ 000$
 - Contrainte de production :
 - $A + 2B \leq 9\ 000$
 - Marge maximale : M
 - $M = 200\ A + 350\ B \rightarrow$ Fonction économique.
 - Marge par heure :
 - Pour A : $200\ \text{€} / 1\ h = \underline{200\ \text{€}}$
 - Pour B : $350\ \text{€} / 2\ h = \underline{175\ \text{€}}$
- ⇒ Il faut favoriser la production de A au maximum car ce produit dégage la marge la plus importante.
 ◦ soit **5 000 heures** → **5 000 unités de A**.
- ⇒ Pour la production de B il restera :
 ◦ **4 000 heures** → **2 000 unités de B** ← $(9\ 000\ h - 5\ 000\ h) / 2\ h$.
- ⇒ Marge maximale : M
 ◦ $M = \underbrace{(200\ \text{€} \times 5\ 000\ u)}_A + \underbrace{(175\ \text{€} \times 2\ 000\ u)}_B = \underline{1\ 700\ 000\ \text{€}}$.

3.2. Exemple 02 - Deux contraintes : capacité d'activité et marge maximale.

3.2.1. Enoncé et travail à faire.

Une entreprise fabrique deux produits A et B dans deux ateliers spécialisés X et Y.

Les caractéristiques par produit sont donnés par ci-dessous :

	Atelier X	Atelier Y
Produit A	3 heures	4 heures
Produit B	5 heures	3 heures
Capacité d'activité par jour	1 500 heures	1 200 heures
Marge sur coût variable unitaire	Pour A : 1 000 €	Pour B : 500 €

Pour des raisons commerciales, la production de **produits A** (la plus rentable) ne peut excéder **200 unités par jour**.

TRAVAIL A FAIRE :

- 1°) Mettre en forme le problème et les contraintes.
- 2°) Proposer une résolution mathématique.
- 3°) Effectuer une représentation graphique.

3.2.2. Correction du travail 1.

MISE EN FORME DU PROBLEME ET DES CONTRAINTES

- A exprime la quantité de produit A.
- B exprime la quantité de produit B.

Les contraintes de production sont les suivantes :

- $3A + 5B \leq 1500$ ← Contrainte de l'atelier X
- $4A + 3B \leq 1200$ ← Contrainte de l'atelier Y
- $A \leq 200$
- $A \geq 0$
- $B \geq 0$

3.2.3. Correction du travail 2.

RESOLUTION MATHEMATIQUE

Recherche de l'OPTIMUM TECHNIQUE (plein emploi des deux ateliers) :

$$\begin{aligned} \bullet 3A + 5B = 1500 & \quad x \cdot 4 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 12A + 20B = 6000 \\ -12A - 9B = -3600 \end{array} \right. \\ \bullet 4A + 3B = 1200 & \quad x - 3 \Rightarrow \end{aligned}$$

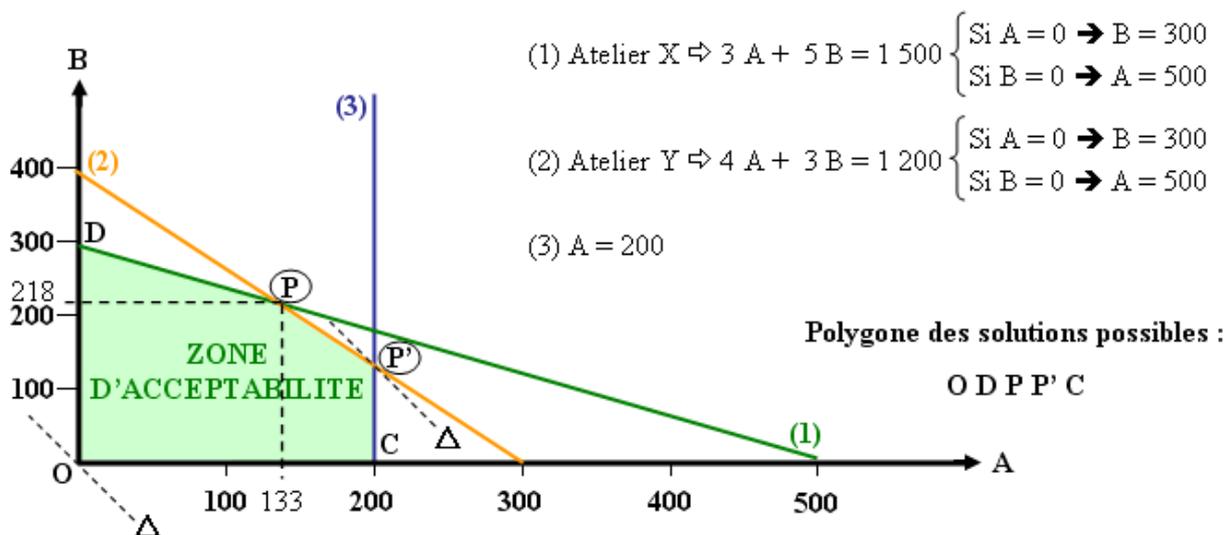
$$11B = 2400 \quad \Rightarrow B = \underline{218 \text{ unités.}}$$

$$\Rightarrow A = \underline{136 \text{ unités.}}$$

• **Marge** = $(1000 \text{ €} \times 136 \text{ u}) + (500 \text{ €} \times 218 \text{ u}) = 245\,000 \text{ €}$.

3.2.4. Correction du travail 3.

RESOLUTION GRAPHIQUE



Recherche de l'OPTIMUM ECONOMIQUE (marge maximale) :

- $M = 1\,000 A + 500 B$ $\Leftrightarrow 500 B = -1\,000 A + M$
 $\Leftrightarrow B = -2 A + M / 500$ \Leftrightarrow (droite Δ de coefficient -2)
- Pour maximiser M , il faut déplacer la droite Δ en restant dans la zone d'acceptabilité :
 - \Leftrightarrow Jusqu'au point P'
 - $\Leftrightarrow A = 200$ unités (maximum) $4 A + 3 B = 1\,200$ (atelier Y)
 - $\Leftrightarrow B = 133$ unités \leftarrow $800 A + 3 B = 1\,200$
- Marge maximale = $\underbrace{(1\,000 \text{ €} \times 200 \text{ u})}_A + \underbrace{(500 \text{ €} \times 133 \text{ u})}_B = 266\,500 \text{ €}$.
- Remarque : capacité de production utilisée :
 - Atelier Y : $(200 \text{ u} \times 4 \text{ h}) + (133 \text{ u} \times 3 \text{ h}) = 1\,200$ heures (totalité).
 - Atelier X : $(200 \text{ u} \times 3 \text{ h}) + (133 \text{ u} \times 5 \text{ h}) = 1\,266$ heures ($/ 1\,500 \Leftrightarrow$ reste 234 heures disponibles).

3.3. Existence de nombreuses contraintes.

Pour résoudre les systèmes comprenant plusieurs contraintes il faut recourir :

- soit aux méthodes du simplexe,
- soit aux logiciels de calculs de type tableur.

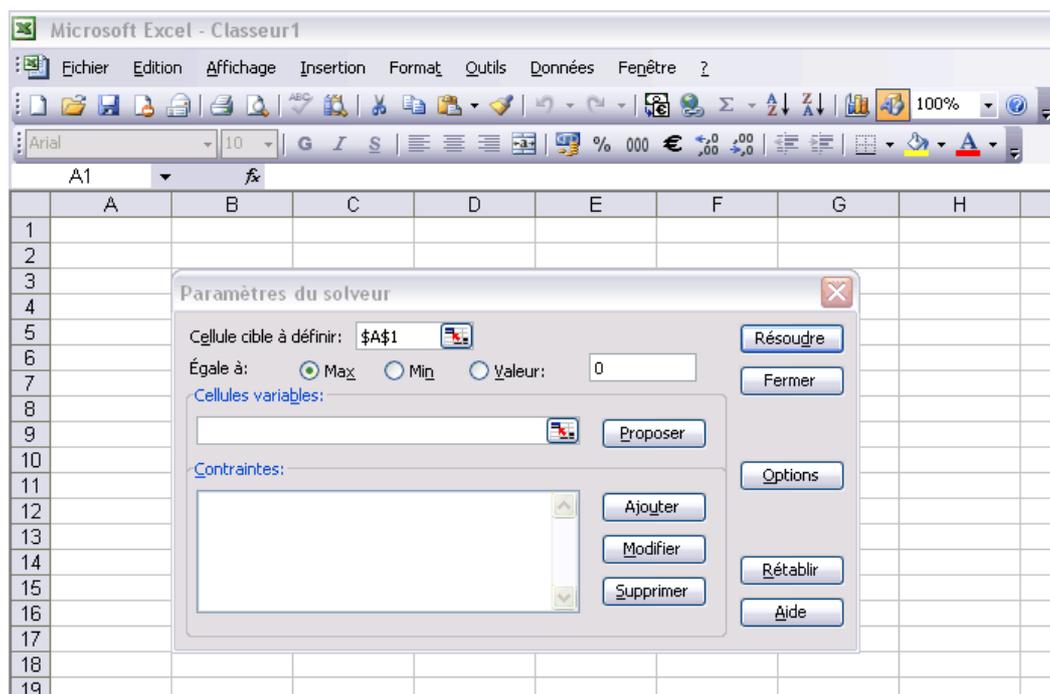
3.4. Méthode de résolution informatique.

La résolution du problème relatif au programme de production optimal peut être effectué à l'aide du module **Solveur** des logiciels tableurs comme Excel par exemple.

Démarche à utiliser :

1. Saisir les contraintes dans le menu « Paramètres du Solveur ».
2. Nommer les cellules nécessaires aux données et aux contraintes.
3. Pour obtenir la solution optimale choisir le menu « Résoudre ».

Page écran :



Chapitre 4. EXEMPLE DE BUDGETISATION DE LA PRODUCTION.

4.1. Enoncé et travail à faire.

Dans les entreprises, les rythmes des ventes sont différents selon les périodes de l'année.

La gestion de la production doit aussi tenir compte des problèmes liés au stockage des matières premières et des produits fabriqués.

Pour examiner les conséquences de choix possibles pour un niveau de production, prenons l'exemple d'une entreprise dont la production d'un produit est réalisée à partir des contraintes suivantes :

- un produit fabriqué nécessite **3 heures** de main d'œuvre sur un poste d'assemblage ;
- chaque poste d'assemblage a une capacité d'activité de **750 heures** par trimestre ;
- le coût annuel de fonctionnement d'un poste est de **150 000 €** ;
- le nombre maximal de postes de travail est de **15** ;
- le coût du stockage d'une unité fabriquée est de **1 500 €** par an ;
- le stock est nul en début d'année ;

Les prévisions de ventes en quantités pour l'année N (**12 000 unités**) se répartissent ainsi :

- 1^{er} trimestre : **2 250 unités**,
- 2^{ème} trimestre : **2 250 unités**,
- 3^{ème} trimestre : **3 000 unités**,
- 4^{ème} trimestre : **4 500 unités**,

Plusieurs hypothèses de production sont envisagées :

- Production régulière dans le temps,
- Adaptation de la production au rythme des ventes trimestrielles,
- Production selon les capacités disponibles,
- Production à « flux tendus » ou « juste à temps ».

TRAVAIL A FAIRE : A l'aide des annexes ci-dessous, examiner les conséquences des différentes hypothèses de production et analyser les résultats obtenus.

- **Annexe 1 : Hypothèse 1 : production régulière dans le temps.**
- **Annexe 2 : Hypothèse 2 : adaptation de la production au rythme des ventes trimestrielles.**
- **Annexe 3 : Hypothèse 3 : production selon les capacités disponibles.**

4.2. Annexes.

4.2.1. Annexe 1.

PRODUCTION REGULIERE DANS LE TEMPS

- Ventes annuelles prévisionnelles en quantité : unités
- Nombre d'heures d'assemblage par produit : heures
- Capacité d'activité d'un poste d'assemblage : heures
- Coût annuel de fonctionnement par poste : €
- Coût du stockage d'une unité fabriquée : €

Eléments	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Stock initial (SI)				
+ Entrées (E) : production				
- Sorties (S) : ventes				
= Stock final (SF)				
Stock moyen (SM)				

↳ Temps d'assemblage nécessaire : heures

↳ Postes d'assemblage nécessaires : postes

↳ Stock moyen trimestriel en quantité : unités

Coût de fonctionnement des postes	
+ Coût du stockage	
= Coût total	

4.2.2. Annexe 2.

ADAPTATION DE LA PRODUCTION AU RYTHME DES VENTES

- Ventes annuelles prévisionnelles en quantité : unités
- Nombre d'heures d'assemblage par produit : heures
- Capacité d'activité d'un poste d'assemblage : heures
- Coût annuel de fonctionnement par poste : €
- Coût du stockage d'une unité fabriquée : €

Eléments	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Stock initial (SI)				
+ Entrées (E) : production				
- Sorties (S) : ventes				
= Stock final (SF)				
Stock moyen (SM)				

↳ Stock moyen trimestriel en quantité : unités

↳ Plus forte quantité demandée : unités

↳ Activité maximale : heures

↳ Postes d'assemblage nécessaires : postes

Coût de fonctionnement des postes	
+ Coût du stockage	
= Coût total	

4.3.2. Hypothèse 2.

ADAPTATION DE LA PRODUCTION AU RYTHME DES VENTES

• Ventes annuelles prévisionnelles en quantité :	12 000 unités
• Nombre d'heures d'assemblage par produit :	3 heures
• Capacité d'activité d'un poste d'assemblage :	750 heures
• Coût annuel de fonctionnement par poste :	150 000 €
• Coût du stockage d'une unité fabriquée :	1 500 €

Eléments	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Stock initial (SI)	0	0	0	0
+ Entrées (E) : production	2 250	2 250	3 000	4 500
- Sorties (S) : ventes	2 250	2 250	3 000	4 500
= Stock final (SF)	0	0	0	0
Stock moyen (SM)	0	0	0	0

↪ Stock moyen trimestriel en quantité : 0 unités

↪ Plus forte quantité demandée : 4 500 unités

↪ Activité maximale : 13 500 heures

↪ Postes d'assemblage nécessaires : 18 postes

Coût de fonctionnement des postes	2 700 000
+ Coût du stockage	0
= Coût total	2 700 000

4.3.3. Hypothèse 3.

PRODUCTION SELON LES CAPACITES DISPONIBLES

• Ventes annuelles prévisionnelles en quantité :	12 000 unités
• Nombre maximal de postes d'assemblage :	15 postes
• Nombre d'heures d'assemblage par produit :	3 heures
• Capacité d'activité d'un poste d'assemblage :	750 heures
• Coût annuel de fonctionnement par poste :	150 000 €
• Coût du stockage d'une unité fabriquée :	1 500 €

Eléments	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Stock initial (SI)	0	0	0	750
+ Entrées (E) : production	2 250	2 250	3 750	3 750
- Sorties (S) : ventes	2 250	2 250	3 000	4 500
= Stock final (SF)	0	0	750	0
Stock moyen (SM)	0	0	375	375

↪ Stock moyen trimestriel en quantité : 187.5 unités

↪ Capacité totale d'assemblage : 11 250 heures

↪ Nombre maximal de produits par trimestre : 3 750 unités

Coût de fonctionnement des postes	2 250 000
+ Coût du stockage	281 250
= Coût total	2 531 250

4.3.4. Hypothèse 4.

La gestion de la production à « flux tendus » ou « juste à temps » est de plus en plus fréquente dans les entreprises d'une certaine importance.

Son principal intérêt réside dans *l'absence de stocks* de matières premières destinées à la production et de produits finis destinés à la vente et donc *disparition totale des coûts de stockage*.

Cependant, cette méthode de gestion de la production présente certains risques et inconvénients :

- sous utilisation des capacités de production,
- risques de ruptures de stock en amont (retard de livraison en matières premières) et donc en aval (produits fabriqués disponibles) de la production,
- risques en matière commerciale (difficulté pour réagir à une forte demande) et donc en matière financière,
- risques de « chômage technique » pour le personnel qui sert de variable d'ajustement avec un recours accru au personnel intérimaire,
- dépendance vis à vis des partenaires externes (clients et fournisseurs).

Ce type d'organisation nécessite une grande souplesse de la part de tous les acteurs dans la production, une intégration des fonctions d'approvisionnement, de production et de distribution. Elle conduit à une forte interdépendance des différentes entités économiques.

Chapitre 5. RECHERCHE D'UN LOT OPTIMUM DE PRODUCTION.

5.1. Problème.

Une entreprise industrielle fabrique bien souvent plusieurs produits différents. Certaines productions ne sont pas toujours quotidiennes et doivent par conséquent, être réalisées par « **lot de fabrication** » dont la taille (la quantité) doit être prédéterminée. La taille du lot de fabrication engendre des conséquences sur :

- les coûts de fabrication en raison de la présence de charges fixes dont le montant est indépendant de la quantité produite,
- les coûts de stockage dans la mesure où le nombre de lots fabriqués modifie le niveau des stocks.

Comment déterminer le lot économique de production ?

5.2. Exemple 1.

5.2.1. Enoncé et travail à faire.

Soit une entreprise qui fabrique un produit afin de satisfaire une demande annuelle (ou Consommation) de **2 000 unités**.

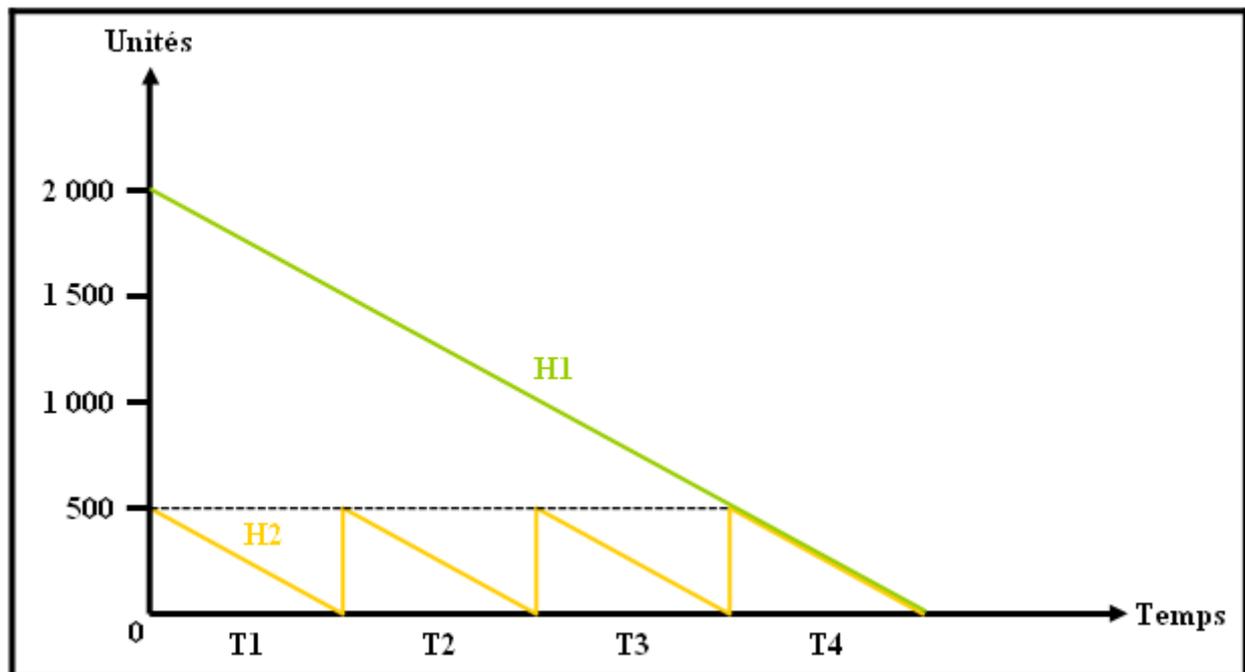
Deux hypothèses sont envisagées :

- **Hypothèse 1** : un seul lot est mis en fabrication en début d'année. Le stock final est donc = 0.
- **Hypothèse 2** : un lot de fabrication par trimestre.

Chaque lot mis en fabrication est donc composé de $2\ 000/4 = 500$ unités.

TRAVAIL A FAIRE : représenter graphiquement l'évolution du stock de produits pour chacune des deux hypothèses évoquées.

5.2.2. Correction.



5.3. Optimisation de la gestion des stocks et de la production.

La gestion d'un stock de produits finis entraîne les charges suivantes :

- Coût du lancement d'une fabrication,
- Coût du stockage d'un produit fini,
- Objectif,
- Minimisation du coût de gestion du stock de produits finis,
- Graphique,
- Quantité optimale (ou lot économique).

5.3.1. Coût du lancement d'une fabrication.

Ce coût de lancement de fabrication (**CL**) est un coût fixe par lot.

Soit **N** le nombre de lots mis en fabrication au cours d'une période.

=> Donc **coût de lancement de fabrication** des lots = **CL x N**

5.3.2. Coût du stockage d'un produit fini.

Le **coût de stockage (CS)** ou **coût de possession du stock moyen** dépend du nombre de lots mis en fabrication.

Soit **C** la quantité annuelle à fabriquer au cours d'une période.

Si **C = 2 000** et la quantité par lot de **2 000** alors **N = 1** :

- Le stock moyen **SM** = $(SI+SF) / 2$ est donc de : $(2\ 000 + 0) / 2 = 1\ 000$
- Avec **SI = C** et **SF = 0**

Si **C = 2 000** et **N = 2** :

- Alors la quantité par lot est de : $2\ 000 / 2 = 1\ 000$
- Avec **SM = 2 000 / 4 = 500**

Si $C = 2000$ et $N = 4$

- Alors la quantité par lot est de : $2\ 000 / 4 = 500$
- Avec $SM = 2\ 000 / 8 = 250$

$$\text{Généralisation : } \overline{SM} = \frac{C}{2N}$$

Soit CS le coût de possession d'une unité en stock de produit fini :

$$\text{Coût du stockage} = CS \times \frac{C}{2N}$$

Enfin, le coût total de gestion du stock de produits finis :

$$\text{COÛT de LANCEMENT} + \text{COÛT du STOCKAGE}$$

5.3.3. Objectif.

L'objectif est de minimiser le coût de gestion du stock de produits finis c'est à dire de rechercher le **nombre optimal de lots N**.

La détermination du nombre de lots N permettra d'évaluer la taille optimale (**quantité optimale : Q**) de chacun des lots à mettre en fabrication.

Cette taille s'obtient en divisant la quantité annuelle à fabriquer par le nombre de lots soit :

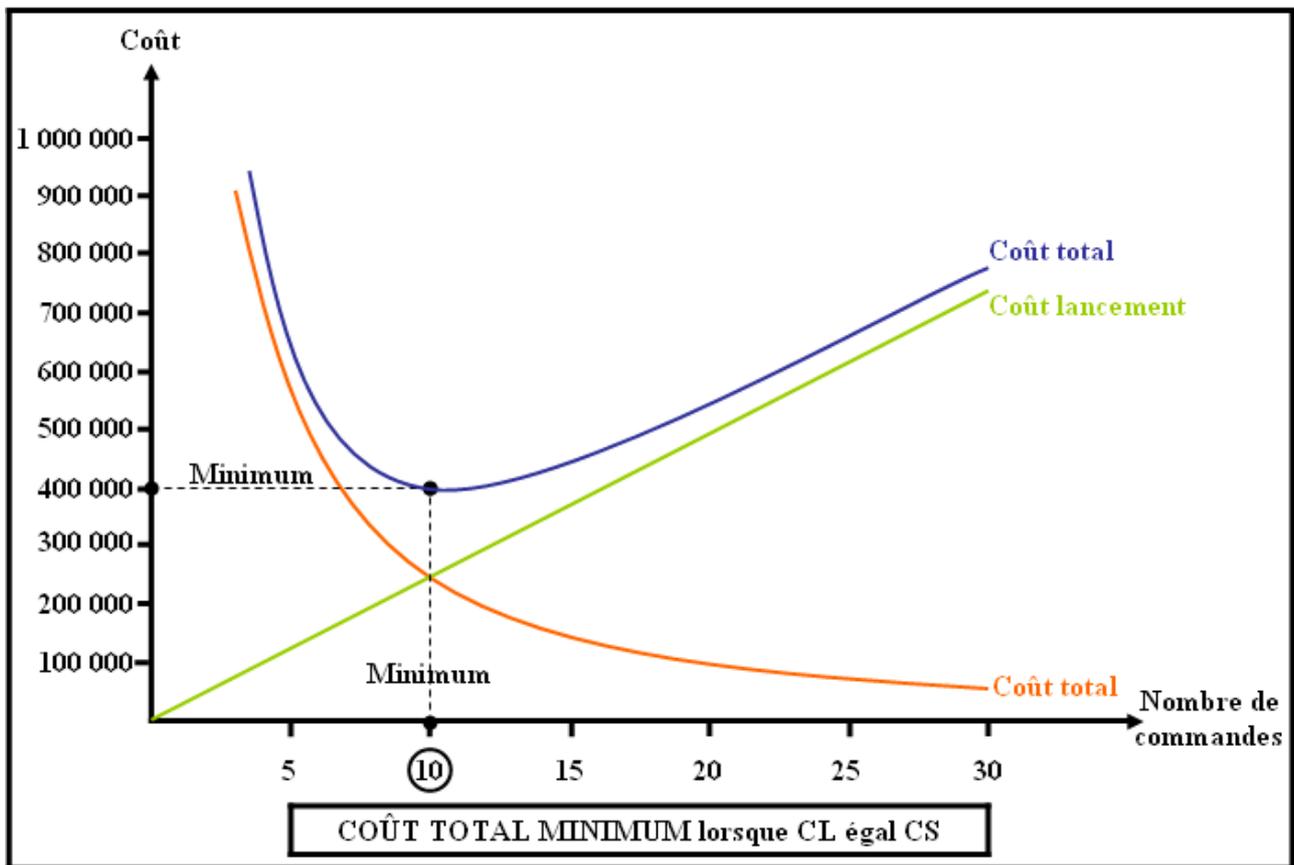
$$Q = \frac{C}{N}$$

5.3.4. Minimisation du coût de gestion du stock de produits finis.

$$\begin{aligned} \text{Coût total} &= \text{Coût de lancement de la fabrication} + \text{Coût du stockage} \\ &= (CL \times N) + CS \times C / 2N \\ &= (CL \times 2N^2) + (CS \times C) \\ 2N^2 &= (CS \times C) / CL \end{aligned}$$

$$N = \sqrt{\frac{CS \times C}{2 \times CL}}$$

5.3.5. Graphique.



5.3.6. Quantité optimale (ou lot économique).

Le coût total de gestion est minimal lorsque le coût de lancement est égal au coût du stockage.

$$2 N^2 \times CL = CS \times C$$

$$\text{or } C / N = Q \text{ donc } N = C / Q$$

$$2 C^2 / Q^2 \times CL = CS \times C$$

$$Q^2 \times (CS \times C) = 2 C^2 \times CL$$

$$Q^2 = (2 C^2 \times CL) / (C \times CS)$$

$$Q^2 = (2 C \times CL) / CS$$

La quantité Q à mettre en fabrication à chaque lancement (le « lot économique ») est donc :

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times CL \times C}{CS}}$$

5.4. Exemple 2.

5.4.1. Enoncé et travail à faire.

Une entreprise fabrique un produit **K** dont la demande annuelle (**C**) est de **3 600 tonnes**.

Le coût de stockage (**CS**) est évalué à **300 €** par an.

Le coût fixe de lancement (**CL**) d'un lot de fabrication est de **50 000 €**

TRAVAIL A FAIRE : déterminer :

- la taille optimale d'un lot de fabrication soit le « lot économique » (**Q**)
 - le nombre de lots à mettre en fabrication (**N**)
- et vérifier les résultats obtenus.

5.4.2. Correction.

- Taille optimale d'un lot de fabrication (« lot économique ») (**Q**) :

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times CL \times C}{CS}} = \sqrt{\frac{2 \times 50\,000 \times 3\,600}{300}} \approx \underline{1\,095 \text{ unités}}$$

- Nombre de lots à mettre en fabrication (**N**) :

$$N = \sqrt{\frac{CS \times C}{2 \times CL}} = \sqrt{\frac{300 \times 3\,600}{2 \times 50\,000}} \approx \underline{3,3 \text{ lots}}$$

- Vérification des résultats obtenus :

$$C = Q \times N = 1\,095 \text{ unités} \times 3,3 \text{ lots} \approx 3\,600 \text{ tonnes}$$

5.5. Exemple 3.

5.5.1. Enoncé et travail à faire.

Une entreprise met en fabrication des produits finis par lots.

La demande annuelle est de **14 400 unités**.

Le coût de lancement d'un lot de fabrication est de **17 280 €**.

Le coût de possession d'un produit en stock est de **20 €** par mois.

TRAVAIL A FAIRE :

1°) Exprimer :

- Le coût de lancement,
- Le coût de possession annuel ou du stockage d'un produit,
- Le coût de possession du stock moyen,
- Le coût de gestion total des produits finis.

2°) Déterminer :

- Le nombre (N) optimal de lots à fabriquer,
- La taille de chaque lot,
- La durée entre chaque lot,

et vérifier les résultats obtenus.

5.5.2. Correction du travail 1.

- Coût de lancement :

$$17\,280 \text{ €} \times N$$

- Coût de possession annuel ou du stockage d'un produit :

$$20 \text{ €} \times 12 \text{ mois} = 240 \text{ €}$$

- Coût de possession du stock moyen :

$$\frac{240 \text{ €} \times 14\,400}{2 N} = \frac{1\,728\,000}{2 N}$$

- Coût de gestion total des produits finis :

$$17\,280 N + \frac{1\,728\,000}{2 N}$$

5.5.3. Correction du travail 2.

- Nombre (N) optimal de lots à fabriquer ?

$$N = \sqrt{\frac{CS \times C}{2 CL}} = \sqrt{\frac{240 \times 14\,400}{2 \times 17\,280}} = \underline{10 \text{ lots}}$$

- Taille de chaque lot ?

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times CL \times C}{CS}} = \sqrt{\frac{2 \times 17\,280 \times 14\,400}{240}} = \underline{1\,440 \text{ unités}}$$

- Durée entre chaque lot ?

$$d = 360 \text{ j} / 10 \text{ lots} = 36 \text{ jours}$$

- Vérification des résultats obtenus

$$Q = 14\,400 / 10 = 1\,440 \text{ unités}$$

