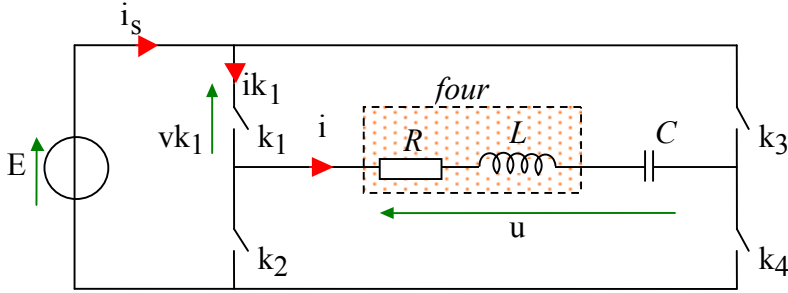


Four à induction alimenté par un onduleur autonome Corrigé.



A - 1.1) Représentation de $u(t)$: voir pages suivantes.

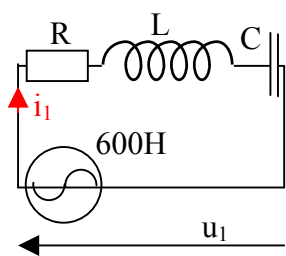
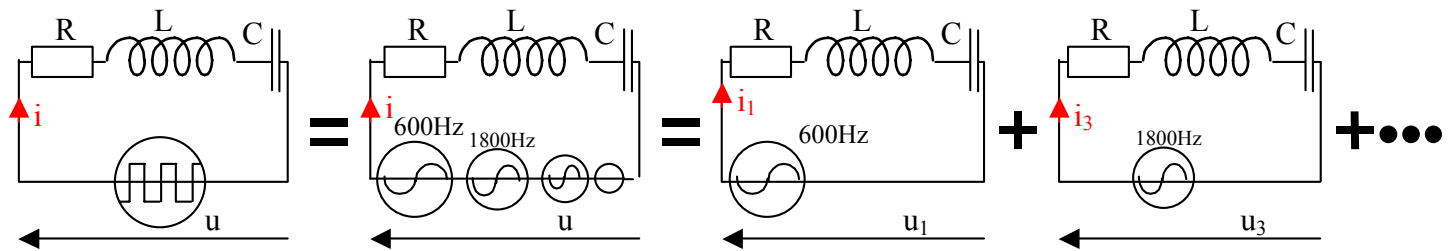
A - 1.2) On nous donne la série de Fourier de $u(t)$. La valeur moyenne de $u(t)$ est nulle. Cette série de Fourier ne comporte pas d'harmoniques pairs car $u(t)$ présente une

symétrie de glissement. Elle ne comporte pas de termes en cosinus car $u(t)$ est une fonction impaire :

$$u(t) = \frac{4.E}{\pi} \cdot \sin(\omega.t) + \frac{4.E}{3\pi} \cdot \sin(3.\omega.t) + \frac{4.E}{5\pi} \cdot \sin(5.\omega.t) + \frac{4.E}{7\pi} \cdot \sin(7.\omega.t) + \dots \text{ avec } \omega = 2\pi.f, \text{ et } f = 600 \text{ Hz.}$$

La source de tension $u(t)$ peut être remplacée par une somme de sources de tensions alternatives sinusoïdales représentant sa série de Fourier. L'ensemble de la charge RLC et des sources constitue un réseau linéaire auquel on peut appliquer le **théorème de superposition**.

On en déduit : $i(t) = i_1(t) + i_3(t) + i_5(t) + \dots$ (On verra que cette série converge très rapidement)



Dans le montage ci-contre, les signaux sont alternatifs sinusoïdaux de fréquence 600 Hz. On peut donc utiliser le calcul en complexe :

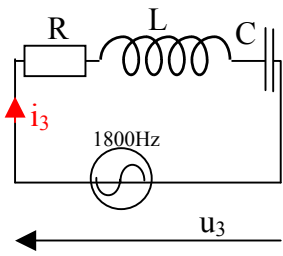
A $u_1(t) = \frac{4.E}{\pi} \cdot \sin(\omega.t)$, on choisit d'associer le complexe $\underline{U}_1 = \frac{4.E}{\pi}$.

(Ce choix précise la loi de passage que nous avons adoptée entre les fonctions du temps et les complexes associés. Ce choix doit être conservé durant tout le calcul)

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}} = \frac{\frac{4.100}{\pi}}{10^{-2} + j.(60.10^{-6})(2.600.\pi) - \frac{j}{(1080.10^{-6})(2.600.\pi)}}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{127,3}{0,0218.e^{-j.1,095}} = 5830.e^{j.1,095} \quad (1,095 \text{ rad} = 62,7^\circ) \Rightarrow i_1(t) = 5830 \cdot \sin(\omega.t + 1,095)$$

et $I_{1\text{eff}} = \frac{5830}{\sqrt{2}} = 4123 \text{ A}$



Dans le montage ci-contre, les signaux sont alternatifs sinusoïdaux de fréquence 1800 Hz. Donc :

$$\underline{I_3} = \frac{\underline{U_3}}{R + jL3\omega - \frac{j}{C3\omega}} = \frac{\frac{4.100}{3\pi}}{10^{-2} + j(60.10^{-6})(2.1800.\pi) - \frac{j}{(1080.10^{-6})(2.1800.\pi)}}$$

$$\underline{I_3} = \frac{42,4}{0,597.e^{j.1,555}} = 71.e^{-j.1,555} \quad (1,555 \text{ rad} = 89,1^\circ) \Rightarrow I_{3\text{eff}} = \frac{71}{\sqrt{2}} = 50,2 \text{ A} \quad (\text{soit } 1,2\% \text{ de } I_{1\text{eff}})$$

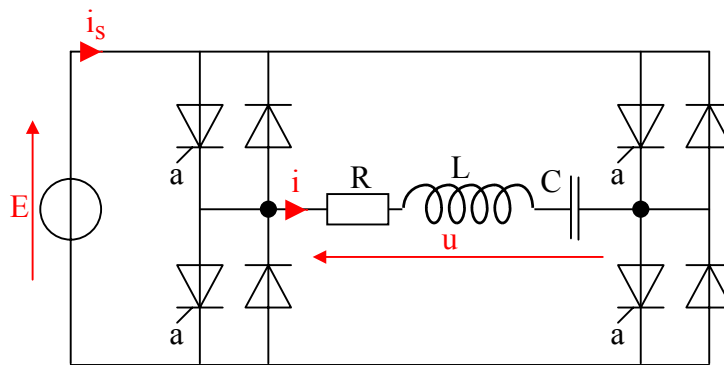
De même on démontrerait que $I_{5\text{eff}} = 16 \text{ A}$

On constate que la valeur efficace des harmonique 3 et 5 est négligeable par rapport à la valeur efficace de l'harmonique 1 (harmonique fondamental).

On peut donc faire l'approximation au premier harmonique et considérer : $i(t) \approx 5830.\sin(\omega.t + 1,095)$

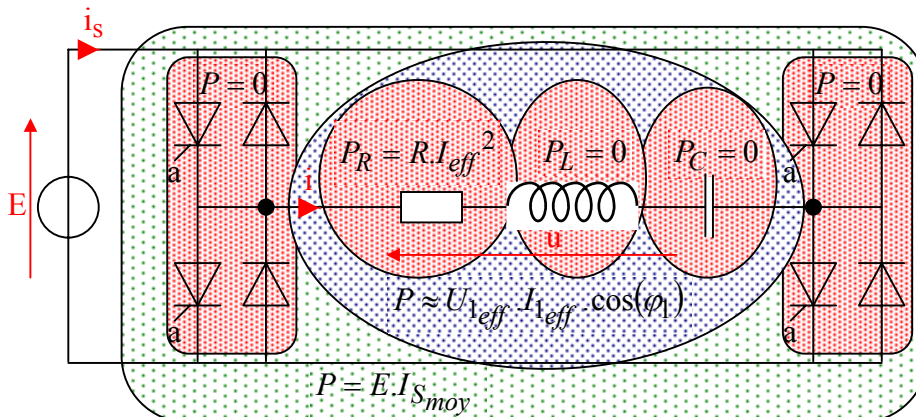
A - 2.1) $i(t), ik_1(t), vk_1(t)$: voir page suivante.

Pour la fonction des interrupteurs, on trouve (par une méthode non développée ici) le résultat suivant:



A - 2.2) $i_s(t)$: voir page suivante. (On peut vérifier le graphe de $i_s(t)$ en utilisant la conservation de la puissance instantanée dans un convertisseur à liaison directe : $E.i_s(t) = i(t).u(t)$)

La puissance active fournie par la batterie E peut être obtenue de différentes façons en utilisant la conservation de la puissance active:



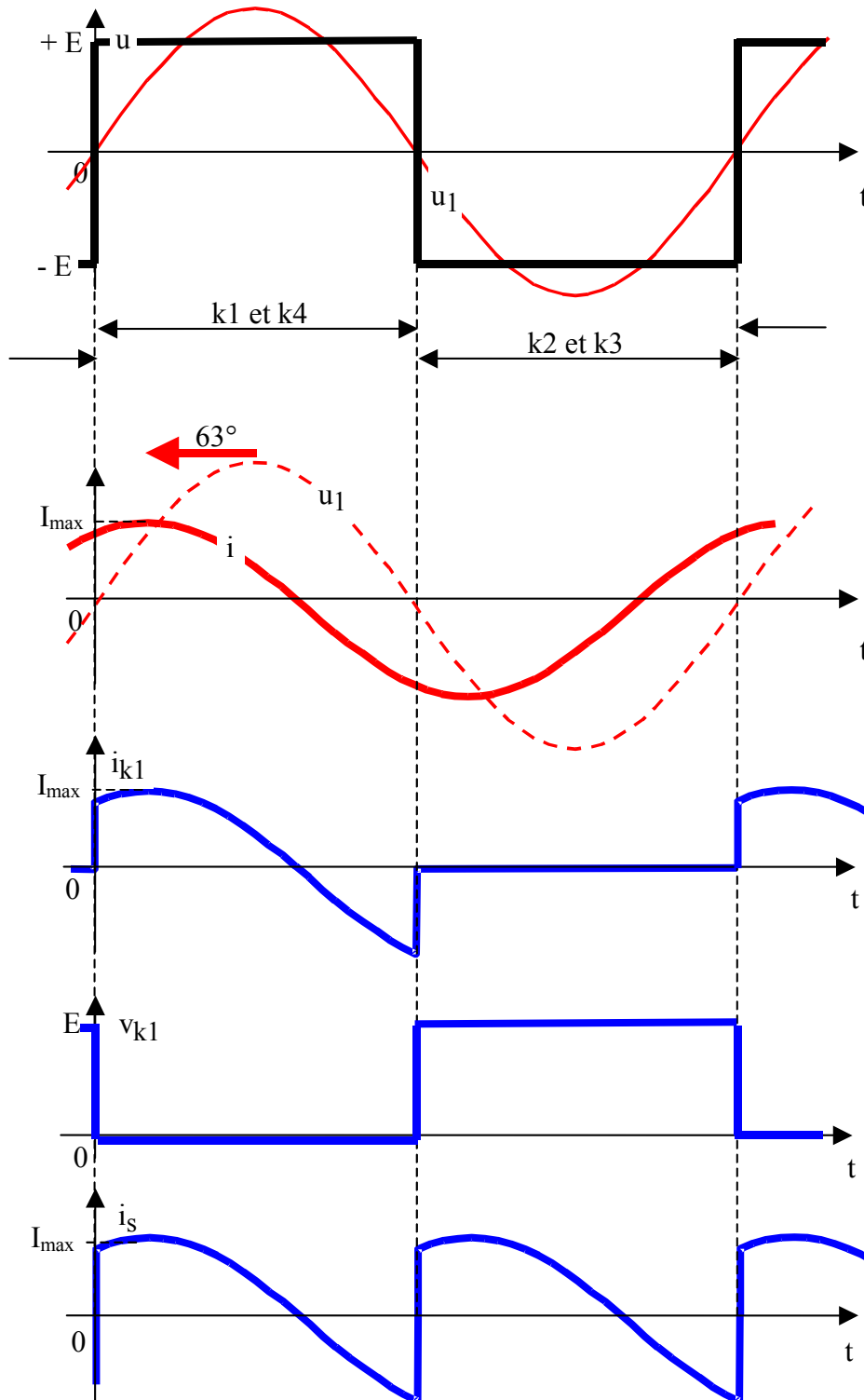
➤ $P = E.I_{S_{moy}} = E \cdot \frac{2 \cdot \hat{I}_s}{\pi} \cdot \cos(\varphi_1) = 100 \cdot \frac{2 \cdot 5830}{\pi} \cdot \cos(1,095) = 170 \text{ kW}$

➤ ou $P \approx U_{1_{eff}} \cdot I_{1_{eff}} \cdot \cos(\varphi_1) = \frac{4 \cdot 100}{\pi \cdot \sqrt{2}} \cdot 4123 \cdot \cos(1,095) = 170 \text{ kW}$ (car les harmoniques du courant « i » sont négligeables par rapport au fondamental)

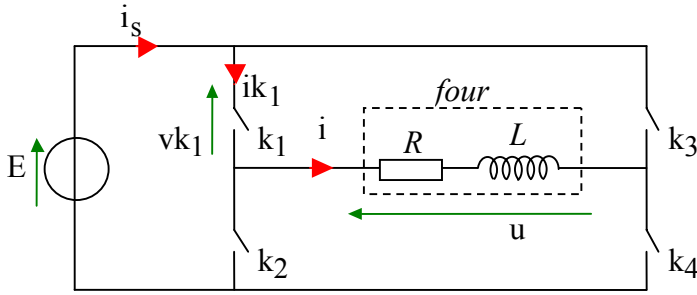
➤ ou $P = R.I_{eff}^2 \approx 0,01 \cdot 4123^2 = 169991 \text{ W}$ (avec l'approximation au premier harmonique)

➤ ou $P = R.I_{eff}^2 \approx 0,01 \cdot (4123^2 + 50,2^2 + 16^2) = 170019 \text{ W}$ (avec l'approximation aux harmoniques 1 à 5)

En utilisant ces différentes méthodes, on peut vérifier le résultat ou éviter des calculs compliqués.



Alimentation directe du four (le condensateur C étant supprimé) ; f = 600 Hz.



B - 1.1) Représentation de $u(t)$: voir pages suivantes.

Lorsque k_1 est fermé, $u = E = R.i(t) + L.\frac{d(i(t))}{dt}$

Lorsque k_1 est ouvert, $u = -E = R.i(t) + L.\frac{d(i(t))}{dt}$

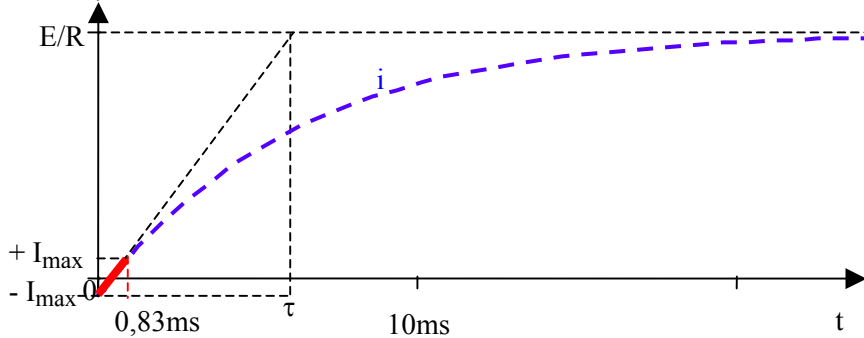
La constante de temps du circuit R.L est $\tau = \frac{L}{R} = \frac{60.10^{-6}}{10^{-2}} = 6.10^{-3} s = 6 ms$

La demi-période des signaux est $\frac{1}{2.600} = 8,3.10^{-3} s = 0,83 ms$.

$0,83 ms \ll \tau$: Sur une demi-période, on peut donc approximer le morceaux d'exponentielle de $i(t)$ par un segment de droite.

B - 1.2) $U_{moy} = \left(R.i(t) + L.\frac{d(i(t))}{dt} \right)_{moy} = (R.i(t))_{moy} + \left(L.\frac{d(i(t))}{dt} \right)_{moy} = R.I_{moy} + 0 = 0$, donc $I_{moy} = 0$

B - 1.3)



On peut calculer I_{max} en utilisant la notion d'homothétie ou le théorème de Thalès (en approxinant la courbe avec sa tangente à l'origine):

$$\frac{\frac{E}{R} + I_{max}}{\tau} = \frac{\frac{100}{0,01} + I_{max}}{6} = \frac{2.I_{max}}{0,83}$$

$$I_{max} = \frac{0,83.10^4}{12 - 0,83} = 743 A$$

On peut également faire le calcul à partir de l'équation de $i(t)$ sur la première demi-période :

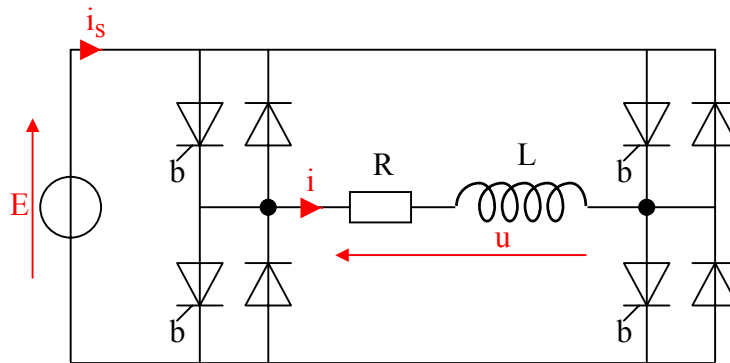
$$i(t) = \left(i(0) - \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} \Rightarrow i\left(\frac{T}{2}\right) = \left(-I_{max} - \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} + \frac{E}{R} = I_{max}$$

$$\Rightarrow I_{max} = \frac{E}{R} \cdot \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{2\tau}} \right)}{\left(1 + e^{-\frac{T}{2\tau}} \right)} = \frac{100}{0,01} \cdot \frac{\left(1 - e^{-\frac{0,83}{6}} \right)}{\left(1 + e^{-\frac{0,83}{6}} \right)} = 691 A$$

Contrairement à la première, cette seconde méthode ne fait pas appel à une approximation.

B - 2.1) $i(t)$, $ik_I(t)$, $vk_I(t)$: voir page suivante.

Pour la fonction des interrupteurs, on trouve le résultat suivant (par une méthode non développée ici) :



B - 2.2) $P = E.I_{S_{moy}}$ et $P = R.I_{eff}^2$

Le courant $i(t)$ n'est pas nul, donc il y a des pertes Joule dans la résistance. D'après le graphe du courant $i_s(t)$, sa valeur moyenne est nulle... On se chauffe donc gratuitement ???!!!!...

Mais cela est contradictoire avec la loi de la conservation de l'énergie...

Il ne faut pas oublier que les segments de droite qui constituent $i(t)$ et $i_s(t)$ sont une approximation de morceaux d'exponentielles... Et que cette approximation revient à négliger $R.i(t)$ devant $L.\frac{d(i(t))}{dt}$.

Donc pour calculer la puissance active, il faut revenir à l'expression exacte de $i_s(t)$:

$$P = E.I_{S_{moy}} = E.\frac{2}{T}\int_0^{T/2} i_s(t) dt = \frac{2E}{T} \cdot \int_0^{T/2} \left[\left(-I_{\max} - \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} \right] dt$$

$$\Rightarrow P = \frac{2E}{T} \cdot \left[-\tau \cdot \left(-I_{\max} - \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} \cdot t \right]_0^{T/2} = 1545 \text{ W}$$

Remarque : On aurait pu conduire l'étude du montage B (charge RL) comme celle du montage A (charge RLC).

Pour l'approximation au premier harmonique, l'impédance du circuit RL est beaucoup plus grande que celle du circuit RLC (qui à 600 Hz est au voisinage de sa fréquence de résonance).

Donc pour une même tension $u(t)$, l'amplitude de l'harmonique fondamental du courant $i(t)$ est beaucoup plus faible avec le circuit RL qu'avec le circuit RLC. Il en va de même pour la puissance dissipée dans « R ».

