

GENIE ELECTRIQUE

Conversion statique d'énergie

Michel Piou

Conversion DC → AC (onduleurs) Chapitre III

Edition 24/11/2010

Extrait de la ressource en ligne **PowerElecPro** sur le site Internet **iutenligne.net**

Table des matières

1 POURQUOI ET COMMENT ?	1
2 CONVERTISSEUR DC \leftrightarrow AC ENTRE UNE SOURCE TENSION CONSTANTE « E » ET UNE CHARGE R.L. SERIE.....	2
3 ONDULEUR DE TENSION MONOPHASE A MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION.....	6
4 ONDULEUR DE TENSION MONOPHASE EN DEMI-PONT	8
5 ONDULEUR DE TENSION AVEC TRANSFORMATEUR A POINT MILIEU (PUSH-PULL)	10
6 ONDULEUR DE TENSION TRIPHASE EN PONT A UN CRENEAU PAR ALTERNANCE	11
7 ONDULEURS DE COURANT.....	13
8 PROBLEMES ET EXERCICES.....	14
Chap 3. Exercice 1 : Onduleur monophasé.....	14
Chap 3. Exercice 2 : Four à induction alimenté par un onduleur autonome.....	16
Chap 3. Exercice 3 : Onduleur assisté monophasé.....	19
9 ANNEXE : LES SERIES DE FOURIER	21
9.1 La série de Fourier d'une fonction périodique.....	21
9.2 Puissance active dans un dipôle lorsque v(t) et i(t) sont périodiques de même période.....	24
9.3 Valeur efficace	25
10 CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.....	26
11 REPNSES AUX QUESTIONS DU COURS	27

Copyright : droits et obligations des utilisateurs

Ce document est extrait de la ressource *PowerElecPro* qui est disponible en version numérique sur le site Internet *IUT en ligne*

Je ne renonce pas à ma qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de mon document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document et de la ressource *PowerElecPro*, notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Tout ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou*, la référence à *PowerElecPro* et au site Internet *IUT en ligne*.

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

1 POURQUOI ET COMMENT ?

Prérequis :

Le premier chapitre « introduction à l'électronique de puissance » et le second chapitre « Conversion DC→DC. Convertisseurs à liaison directe et indirecte »

Objectifs :

Dans les chapitres précédents, nous avons découvert une démarche pour déterminer la structure des convertisseurs à liaison directe et indirecte. Nous allons continuer à exploiter cette méthode pour d'autres situations.

Dans ce chapitre, nous mettrons également l'accent sur l'utilisation des « séries de Fourier ».

Méthode de travail :

L'utilisation des séries de Fourier constituera l'élément nouveau de ce chapitre. On retrouvera les connaissances à assimiler sur ce sujet dans l'

[Annexe : les séries de Fourier](#).

Un certain nombre de résultats sont présentées dans cette annexe. Il est important de les **apprendre par cœur dès maintenant** car ces connaissances sont aujourd'hui fondamentales dans le métier d'électronicien de puissance.

Comme les précédents, ce chapitre mobilise les connaissances sur les bases de l'électricité. Il est donc important de le travailler page après page pour acquérir l'**entraînement** à l'utilisation de ces lois dans des contextes divers.

Travail en autonomie :

Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

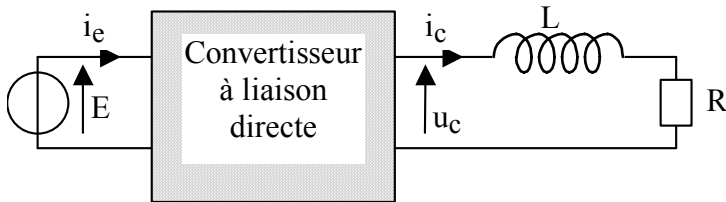
On trouvera des compléments dans la ressource en ligne « PowerElecPro »

Temps de travail estimé pour un apprentissage de ce chapitre en autonomie : 20h

LA CONVERSION DC ↔ AC

2 CONVERTISSEUR DC ↔ AC ENTRE UNE SOURCE TENSION CONSTANTE « E » ET UNE CHARGE R.L. SERIE.

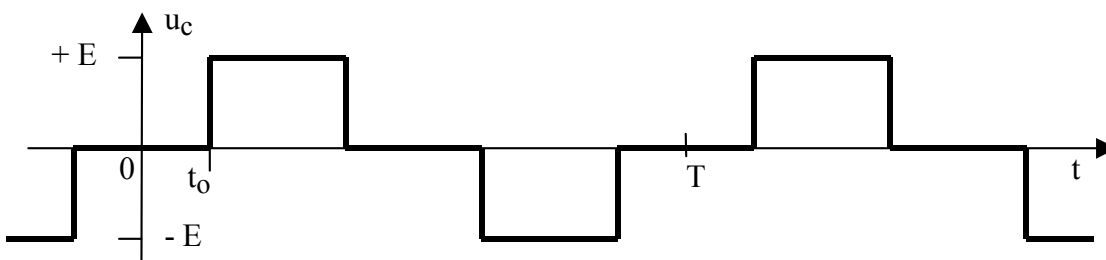
(Etude en régime permanent périodique)



A partir d'une source tension constante « E », on veut alimenter en régime alternatif une charge R.L. série.

La charge R.L. constituant une charge courant, on utilise un convertisseur à liaison directe.

La tension $u_c(t)$ doit vérifier le graphe suivant (1):



a) Etude des courants $i_c(t)$ et $i_e(t)$ en régime périodique:

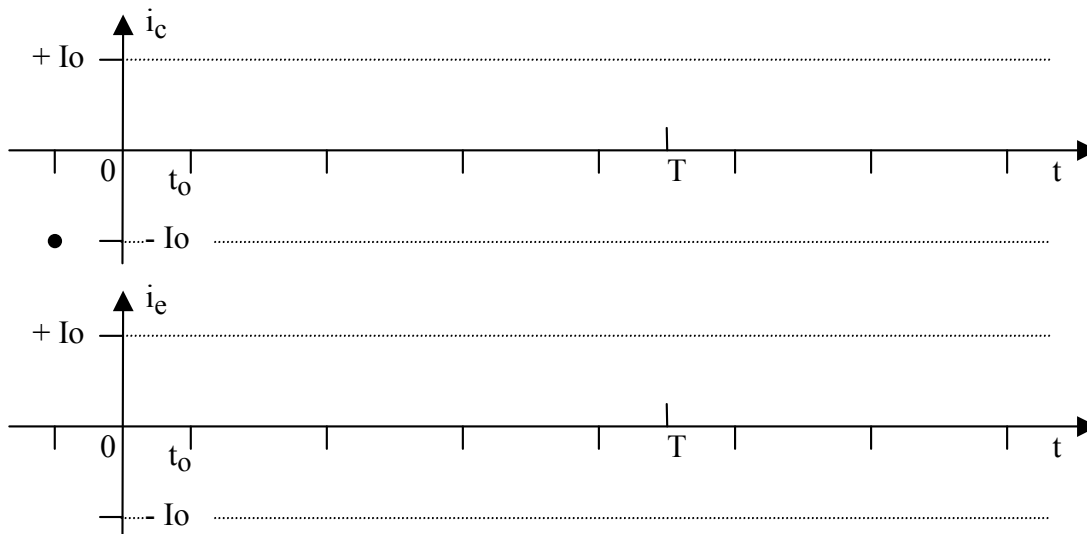
Déterminer la valeur de $U_{c moy}$, en déduire la valeur de $I_{c moy}$.

(Réponse 1:)

Le courant $i_c(t)$ est constitué de morceaux d'exponentielles. Représenter ci-dessous son allure en régime périodique en indiquant les expressions des asymptotes. (On pose $i_c(-t_0) = -I_0$).

Le convertisseur à liaison directe conservant la puissance instantanée, en déduire l'allure de $i_e(t)$.

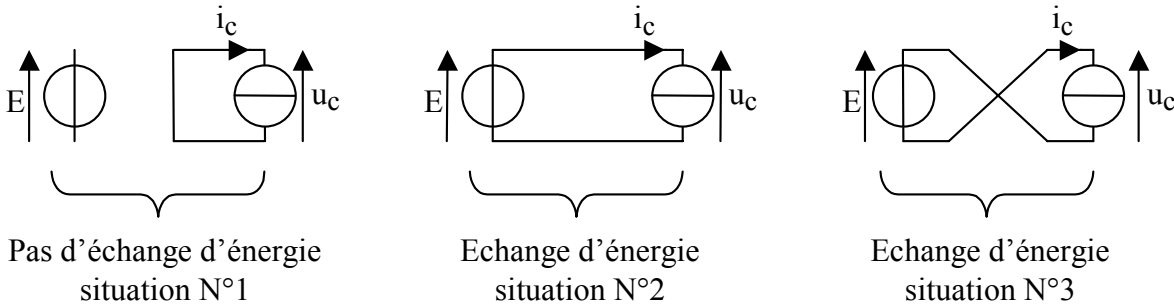
(Réponse 2:)



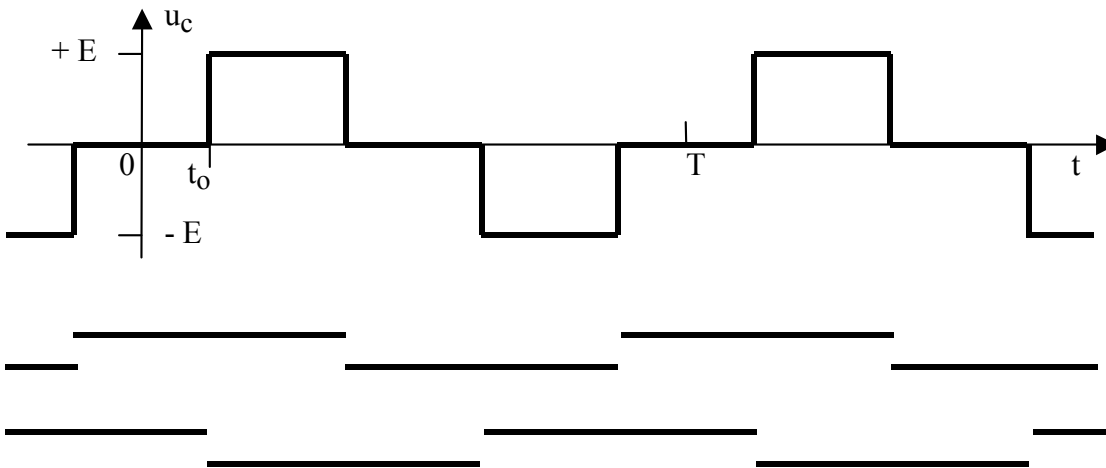
(T¹) L'origine des temps a été fixée de façon à constituer une fonction impaire (ce qui présentera un intérêt pour la suite).

b) Etude du convertisseur à liaison directe (réalisant la fonction « onduleur »).

Sélectionner parmi les trois situations suivantes celles qui sont nécessaires à la réalisation de la tension $u_c(t)$. En déduire la structure du convertisseur à mettre en œuvre. (Réponse 3:)



Sous le graphe de $u_c(t)$ ci-dessous, attribuer chaque intervalle de conduction à l'un des interrupteurs (2). (Réponse 4:)



(2) Le choix des intervalles est établi de façon à équilibrer le fonctionnement des interrupteurs et simplifier leur commande.

c) Etude harmonique de $u_c(t)$ et de $i_c(t)$.

Les signaux $u_c(t)$ et $i_c(t)$ étant périodiques, il est possible d'en calculer la décomposition harmonique (ou décomposition en série de Fourier).

Cette approche est d'un grand intérêt, car après avoir franchi la difficulté théorique, elle permet de trouver très rapidement une approximation des grandeurs périodiques recherchées. L'étude plus précise peut ensuite être effectuée au moyen de logiciels de simulation. (L'expérience montre que l'utilisation de logiciels de simulation est inefficace si on ne possède pas au préalable une estimation des grandeurs). Au besoin, on se reportera à l'

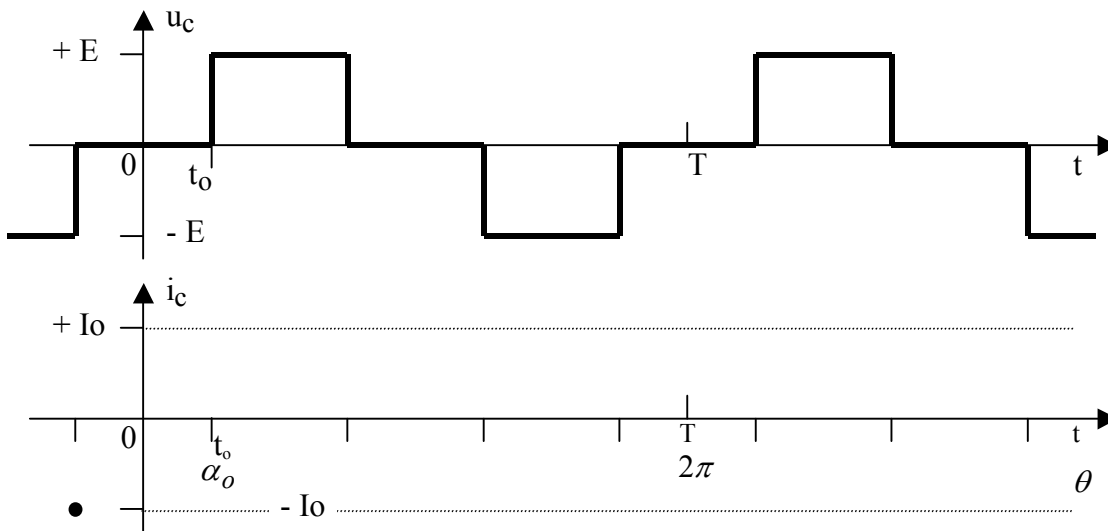
[Annexe : les séries de Fourier](#) page 21

Pour pouvoir comparer l'étude harmonique avec l'étude des signaux réels, on adopte le cas particulier suivant :

La constante de temps $\frac{L}{R}$ est choisie telle que sa valeur soit de $\frac{1}{2}$ période : $\frac{L}{R} = \frac{T}{2}$ et la valeur de t_o est telle que $t_o = \frac{T}{8}$.

Par un calcul relativement long, on montre que dans ce cas $\frac{E}{R} = 3,48.I_o$.

- Sachant que $i_c(-t_o) = -I_o$, représenter dans ce cas le graphe de $i_c(t)$. (Utiliser les asymptotes et les tangentes à l'origine). (Réponse 5:)



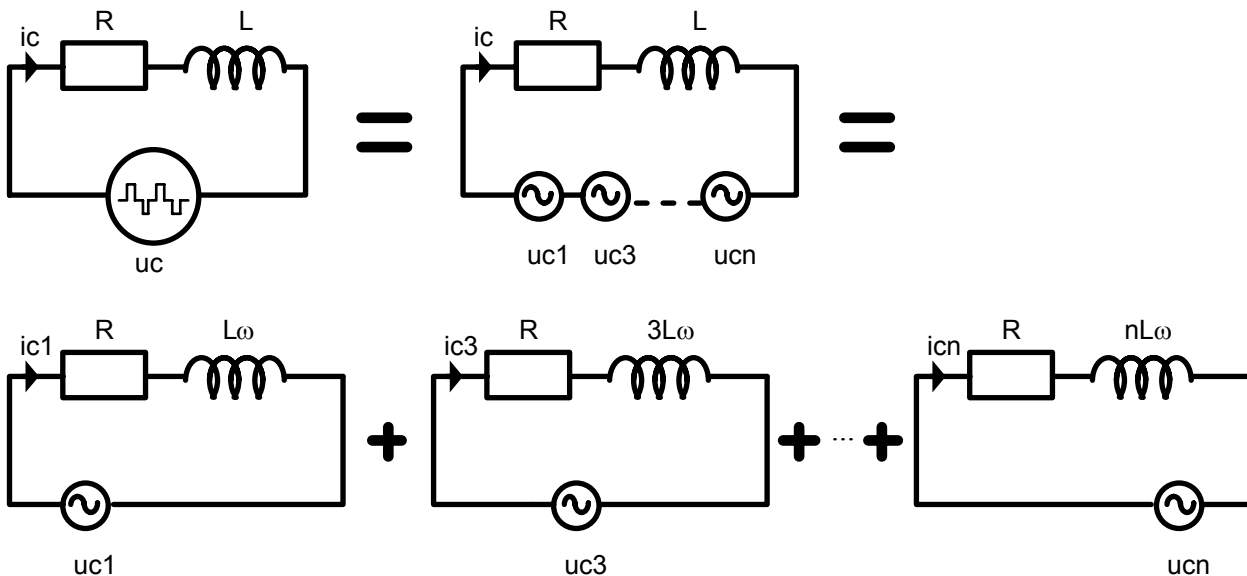
- Dans le cas général (pour t_o quelconque tel que $0 \leq t_o \leq \frac{T}{4}$), calculer la décomposition en série de Fourier de la fonction $u_c(t)$ en fonction de l'angle $\alpha_o = \omega.t_o = 2\pi \cdot \frac{t_o}{T}$ (en prenant l'origine des temps ou des angles comme indiqué sur le graphe de $u_c(t)$). (On remarque que $u_c(t)$ est une fonction impaire et présente une symétrie de glissement).

- Sur un même graphe, représenter l'amplitude crête des trois premiers harmoniques non nuls de $u_c(t)$ en fonction de $\alpha_o \cdot \left(0 < \alpha_o < \frac{\pi}{2}\right)$.

(Réponse 6:)

- La fonction $u_c(t)$ aux bornes du circuit RL peut donc être remplacée par une somme de fonctions alternatives sinusoïdales.

Pour déterminer $i_c(t)$, il est possible d'utiliser le théorème de superposition (car le réseau électrique considéré est linéaire) en calculant successivement les harmoniques de $i_c(t)$ engendrés par les différents harmoniques de $u_c(t)$:



L'impédance du circuit RL a un module qui croît avec la fréquence. L'amplitude des harmoniques de $u_c(t)$ reste limitée à une valeur maximum qui décroît avec la fréquence.

Pour $\alpha_o = \frac{\pi}{4}$ (cas particulier retenu), le courant $i_c(t)$ est donc proche de son harmonique fondamental (ou premier harmonique).

Toujours avec l'hypothèse $\frac{L}{R} = \frac{T}{2}$, exprimer l'impédance Z_1 du dipôle RL à la fréquence du fondamental en fonction de R. En déduire le fondamental $i_{c1}(t)$ de la fonction $i_c(t)$ pour $\alpha_o = \frac{\pi}{4}$ en fonction de E et R.
(en prenant l'origine des temps ou des angles comme indiqué sur le graphe de $u_c(t)$).

Sachant que $\frac{E}{R} = 3,48.I_o$, représenter l'allure de $i_{c1}(t)$ sur le même graphe que $i_c(t)$.

$i_{c1}(t)$ constitue l'approximation de $i_c(t)$ "au premier harmonique" (on se contente souvent de cette approximation). (Réponse 7:)

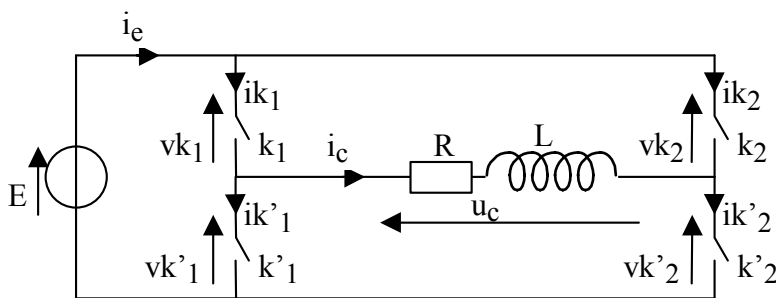
Exprimer l'amplitude I_{c3max} du second harmonique non nul $i_{c3}(t)$ pour $\alpha_o = \frac{\pi}{4}$ en fonction de E et R, et calculer $\frac{I_{c3max}}{I_{c1max}}$ dans ce cas.

(Réponse 8:)

3 ONDULEUR DE TENSION MONOPHASE A MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION

(³) (Etude en régime permanent périodique)

La loi de commande utilisée dans l'onduleur précédent offrait un seul degré de liberté (le paramètre α_o) (⁴). Ce degré de liberté était utilisé pour faire varier le fondamental $i_{c1}(t)$.



Si on veut en plus annuler les harmoniques de rang 3, 5 et 7 (de façon que le courant $i_c(t)$ soit plus proche d'une sinusoïde), il faut créer trois nouveaux degrés de libertés (⁵) en effectuant un découpage plus complexe de la tension $u_c(t)$.

La loi de commande adoptée est donnée sur la feuille de réponse ci-après. (intervalles de fermeture des interrupteurs en traits forts)

a) Représenter sur cette feuille la tension $u_c(\omega.t)$. (la variable $\omega.t$ (avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$) a été préférée à la variable "t" pour faciliter les calculs ultérieurs)

b) Exprimer la valeur efficace de $u_c(\omega.t)$ en fonction de $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ et E.

c) Cette tension $u_c(\omega.t)$ peut être obtenue en effectuant la somme de **quatre fonctions à un créneau par alternance**: $u_{ca}(\theta_1, \omega.t) - u_{cb}(\theta_2, \omega.t) + u_{cc}(\theta_3, \omega.t) - u_{cd}(\theta_4, \omega.t)$.

$u_{ca}(\theta_1, \omega.t)$ est représentée sur la feuille de réponse ci-jointe. Représenter $u_{cb}(\theta_2, \omega.t)$, $u_{cc}(\theta_3, \omega.t)$ et $u_{cd}(\theta_4, \omega.t)$.

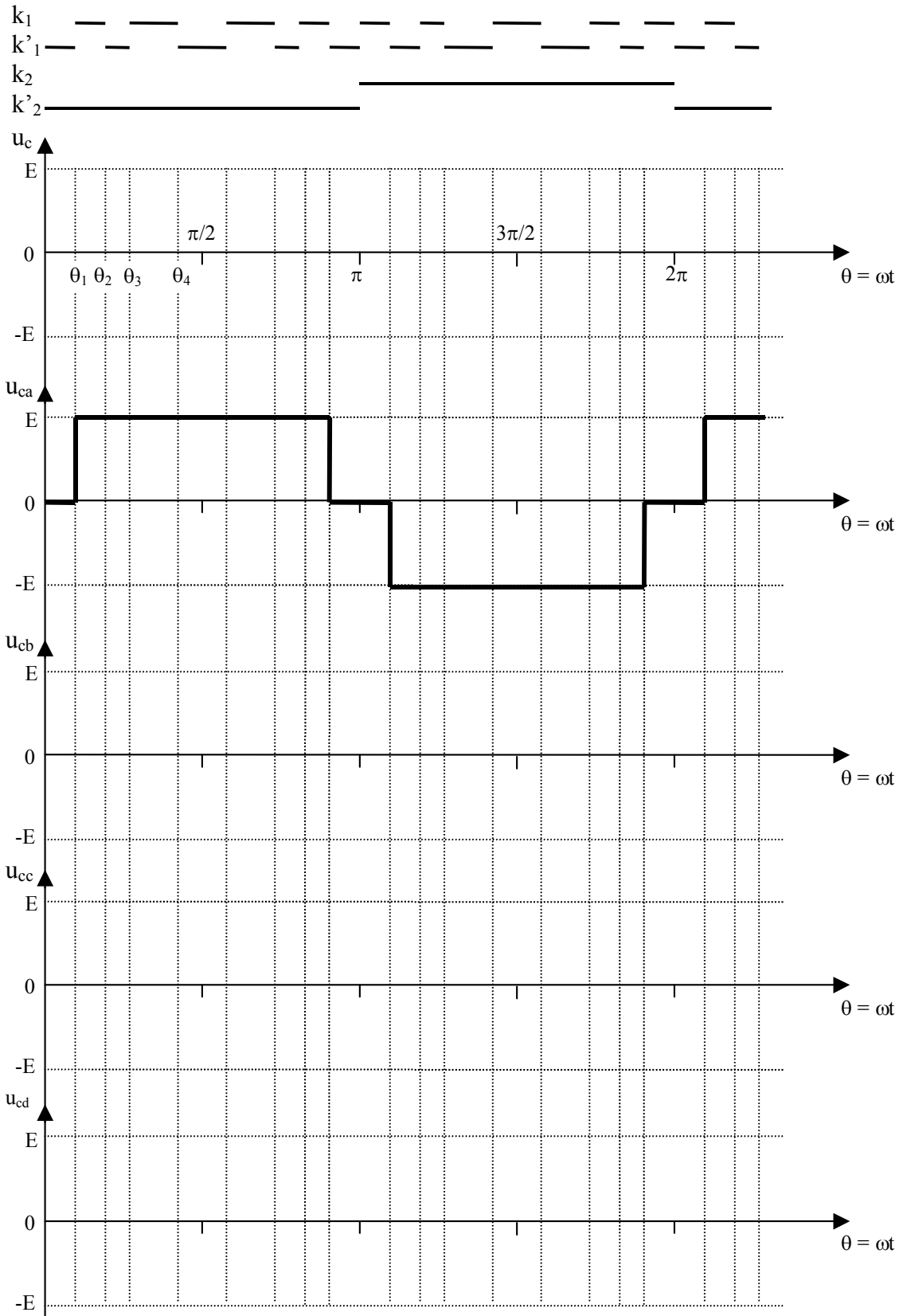
(Réponse 9:)

(³) dit "onduleur MLI" ou "onduleur PWM" (pour Pulse Width Modulation)

(⁴) degré de liberté: paramètre dont on peut choisir la valeur.

(⁵) Donc au total quatre degrés de liberté que nous nommerons: $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 .

Onduleur monophasé à modulation de largeur d'impulsion (réponses)



d) Exprimer la décomposition en série de Fourier de la fonction $u_{ca}(\theta_1, \omega.t)$.

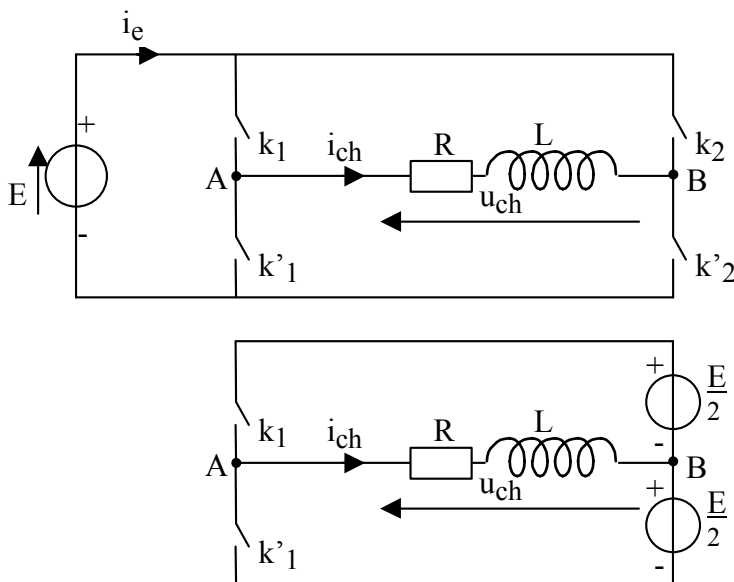
En déduire la décomposition en série de Fourier de $u_c(\omega.t)$ en fonction de $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, E$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Etablir les relations entre $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 . permettant d'annuler les harmoniques de rang 3, 5 et 7 de la tension $u_c(\omega.t)$. (On ne demande que les relations et non pas la résolution de ces équations).

(6) (Réponse 10:)

4 ONDULEUR DE TENSION MONOPHASE EN DEMI-PONT

Nous avons précédemment établi la structure de principe d'un convertisseur à liaison directe généralisé.



Cette structure permet d'attribuer trois valeurs à u_{ch} : $u_{ch} = +E, u_{ch} = -E$ ou $u_{ch} = 0$. Lorsque la loi de commande est convenable, cette structure peut devenir un "onduleur en pont".

Nous aurions pu également envisager de fixer le point B à une valeur à mi-chemin entre le + et le - de la tension d'alimentation constante E, ce qui permet, d'attribuer deux valeurs à u_{ch} :

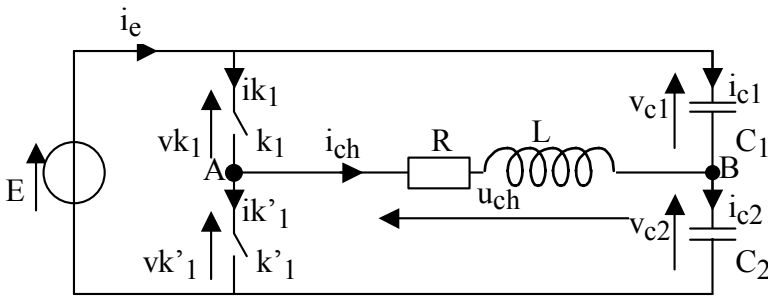
$$u_{ch} = +\frac{E}{2} \text{ ou } u_{ch} = -\frac{E}{2}.$$

Lorsque cette structure fonctionne en onduleur: k_1 et $k'1$ (qui sont

nécessairement complémentaires) sont fermés alternativement pendant la moitié de la période chacun.

Dans ce cas, il est possible de remplacer les deux sources $\frac{E}{2}$ par une structure plus économique avec une seule alimentation et deux condensateurs C_1 et C_2 identiques :

(6) Les résultats obtenus par la résolution de ces équations peuvent être calculés à l'avance, puis implantés dans la mémoire de la commande électronique de l'onduleur. Cela permet de faire varier le fondamental de la tension $u_c(\omega.t)$ tout en facilitant le filtrage dans le but de rendre le courant $i_c(t)$ presque sinusoïdal.



Nous allons montrer que dans le cas où la charge est équivalente à une résistance R en série avec une inductance L, si la capacité de $C_1 = C_2$ est grande, on a un fonctionnement onduleur avec:

$$v_{c1}(t) \approx v_{c2}(t) \approx \frac{E}{2} .$$

a) En utilisant la loi des nœuds en B, montrer qu'en régime périodique, on a nécessairement $i_{ch_{moy}} = 0$.

b) Représenter $vk'_1(t)$ (en fonctionnement onduleur donc à rapport cyclique 1/2). En déduire que la tension moyenne aux bornes de C_2 est: $v_{c2_{moy}} = \frac{E}{2}$.

c) Sachant que E est constant, et que $C_1 = C_2$, montrer que $i_{ch}(t) = 2.i_{c2}(t)$.

d) $i_{ch}(t)$ ayant une valeur finie $\Rightarrow i_{c2}(t) = C_2 \cdot \frac{d[v_{c2}(t)]}{dt}$ a une valeur finie \Rightarrow si C_2 est grand: $\frac{d[v_{c2}(t)]}{dt} \rightarrow 0 \Rightarrow v_{c2}(t) \approx cte = v_{c2_{moy}} = \frac{E}{2}$.

e) Dans l'hypothèse où $v_{c2}(t) \approx cte = \frac{E}{2}$, représenter $u_{ch}(t)$ en précisant les intervalles de conduction de k_1 et de k'_1 . (rapport cyclique = 1/2).

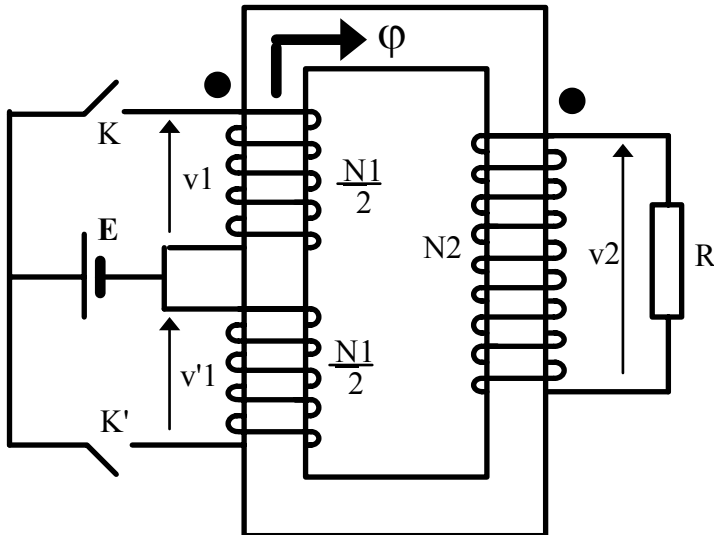
f) Représenter l'allure de son harmonique fondamental.

g) Représenter l'allure de l'harmonique fondamental $i_{ch1}(t)$ du courant $i_{ch}(t)$ si la fréquence f de fonctionnement est telle que $L\omega = R$ (avec $\omega = 2\pi f$). (Faire attention au déphasage entre le fondamental de $u_{ch}(t)$ et celui de $i_{ch}(t)$)

(Réponse 11:)

5 ONDULEUR DE TENSION AVEC TRANSFORMATEUR A POINT MILIEU (PUSH-PULL)

Voici une autre structure d'onduleur mettant en oeuvre un transformateur. Cette structure permet d'isoler galvaniquement l'entrée de la sortie.



Sur une période T de fonctionnement, K et K' sont fermés alternativement pendant $1/2$ période chacun.

Le bobinage primaire de N_1 spires est constitué de deux demi-bobinages identiques.

Le bobinage secondaire comporte N_2 spires.

Le montage est alimenté par une f.e.m. E constante

En négligeant les résistances et les inductances de fuite des trois bobinages, représenter l'allure de $v_1(t)$, $v'_1(t)$ et $v_2(t)$, et préciser les valeurs maximums (Justifier brièvement).

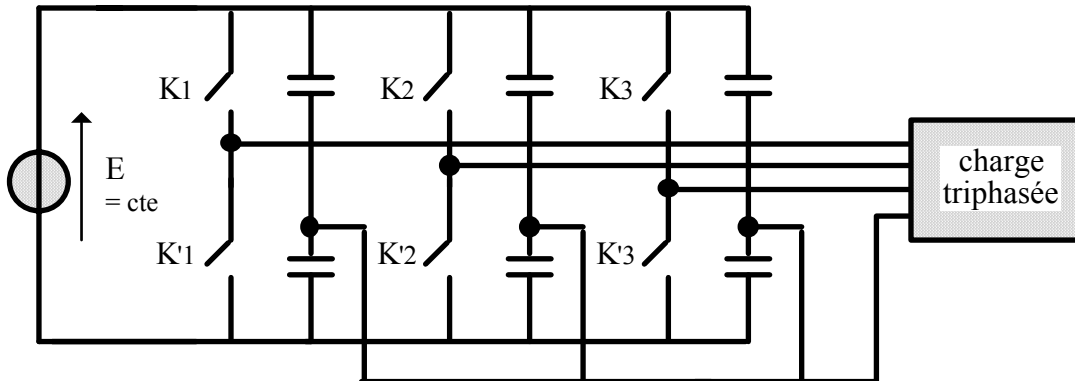
(Réponse 12:)

(Cet onduleur présente l'intérêt de pouvoir fixer l'amplitude de la tension v_2 par le choix du transformateur. Il apporte également une isolation galvanique entre l'entrée et la sortie. Mais il n'offre que deux valeurs possibles à la tension $v_2(t)$).

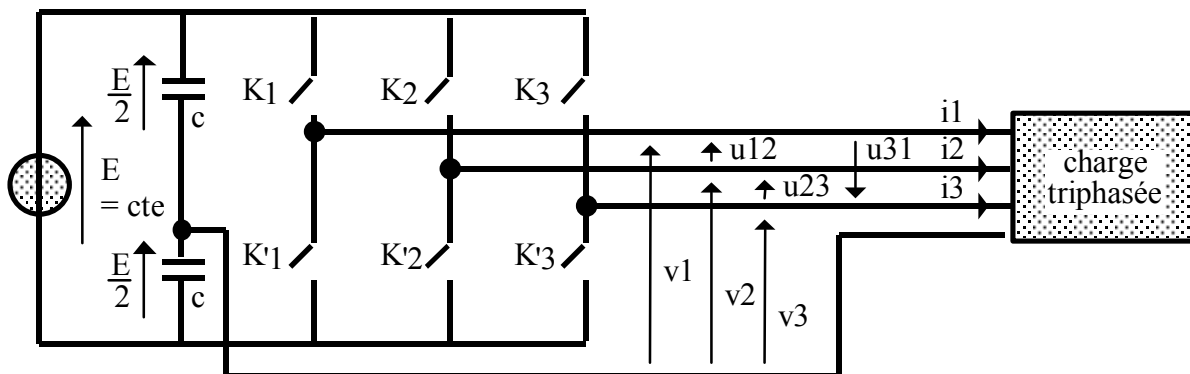
Attention, nous venons de procéder à une étude sommaire de ce montage. Dans la réalité, les inductances de fuite du transformateur peuvent engendrer de fortes surtensions dont il convient de le protéger les interrupteurs.

6 ONDULEUR DE TENSION TRIPHASÉ EN PONT A UN CRENEAU PAR ALTERNANCE

Afin de réaliser un onduleur triphasé, on peut utiliser trois onduleurs monophasés en pont, mais cela nécessite 4x3 interrupteurs. Il est plus économique d'utiliser trois onduleurs monophasés en demi-pont (2x3 interrupteurs).



On constate que les condensateurs sont en parallèles trois par trois. La structure peut donc être simplifiée:



La source V_1 étant une source "tension" et le convertisseur étant "direct", la charge est nécessairement "courant". On a donc nécessairement : $K'1 = \overline{K1}$; $K'2 = \overline{K2}$; $K'3 = \overline{K3}$.

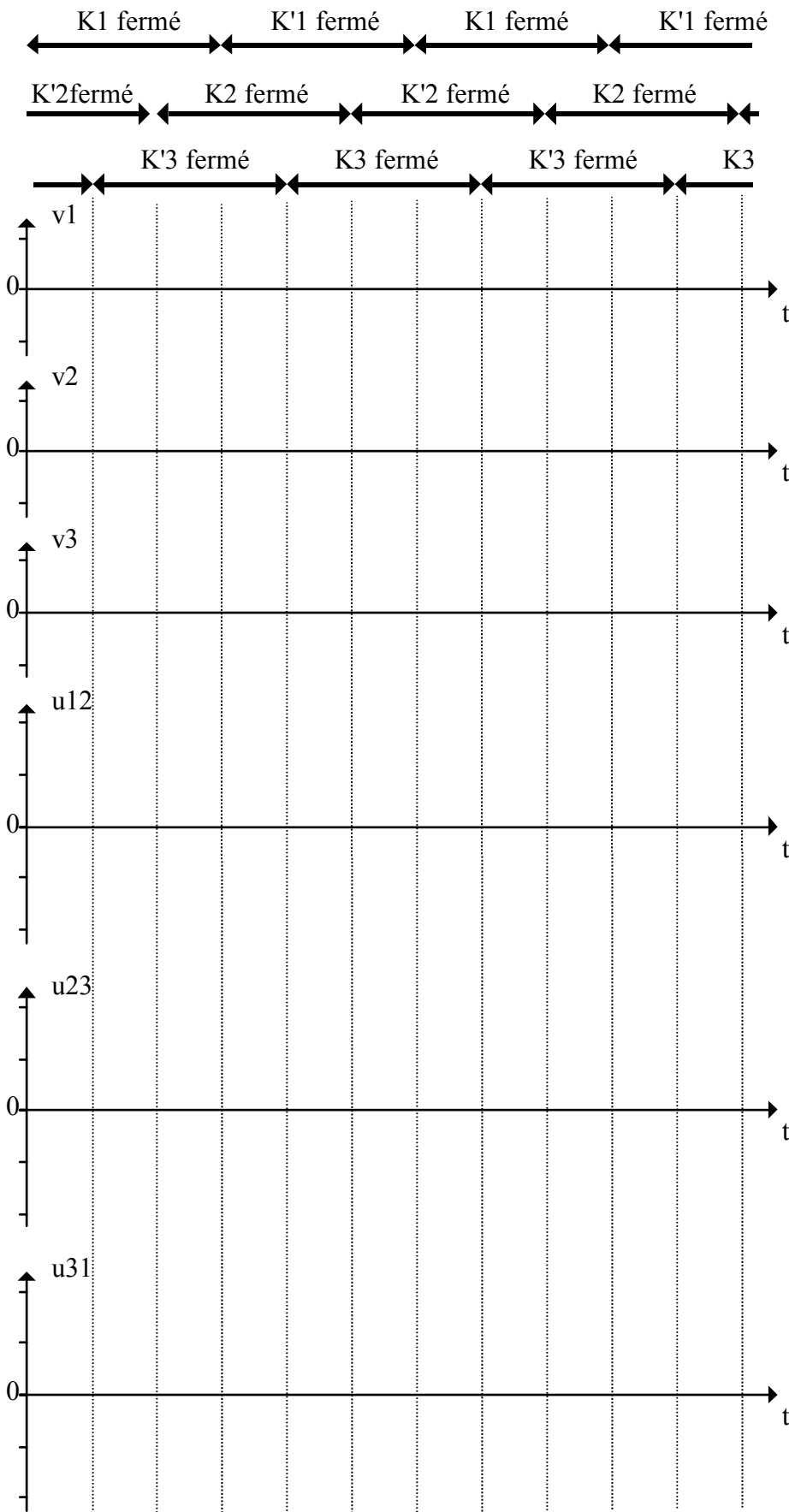
Pour obtenir une tension v_1 alternative (fonctionnement en onduleur), les durées de fermeture de K_1 et de $K'1$ doivent être identiques sur une période.

K_1 et $K'1$ sont donc fermés pendant une demi période chacun.

Il en va de même pour K_2 et $K'2$, ainsi que pour K_3 et $K'3$.

Pour obtenir un fonctionnement en "onduleur triphasé", les commutations des interrupteurs de chaque "bras d'onduleur" ($K_1, K'1$), ($K_2, K'2$) et ($K_3, K'3$) doivent être décalés de $1/3$ de période les uns par rapport aux autres. **On parle d'un onduleur à « trois bras ».**

Si on se limite à deux commutations par période pour chaque interrupteur, le cycle des intervalles de fermeture de ceux-ci est le suivant:



Déduire des intervalles de conduction représentés ci-contre les tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$; puis $u_{12}(t)$, $u_{23}(t)$ et $u_{31}(t)$.

Représenter sur les courbes l'harmonique fondamental des tensions $u_{12}(t)$, $u_{23}(t)$ et $u_{31}(t)$.

(Réponse 13:)

Hypothèse:

La charge triphasée est équilibrée, et son comportement est tel qu'on peut négliger les harmoniques des courants i_1 , i_2 et i_3 autres que les fondamentaux $i_{11}(t)$, $i_{21}(t)$ et $i_{31}(t)$.

Les fondamentaux des tensions u_{12} , u_{23} et u_{31} forment un système triphasé équilibré et la charge est triphasée équilibrée

⇒ les fondamentaux des courants sont triphasés équilibrés

⇒

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

On en déduit d'après la loi des nœuds que le courant dans la liaison entre la charge triphasée et le diviseur capacitif est nul.

On peut donc supprimer ce dernier (constitué des deux condensateurs c).

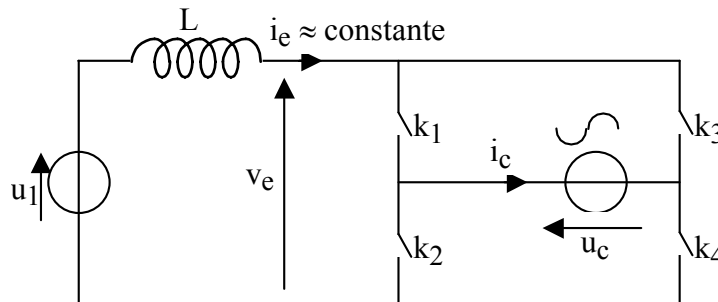
Remarque: comme pour les onduleurs monophasés, il existe des onduleurs triphasés MLI dans le but d'améliorer la série de Fourier associée aux tensions de sortie.

7 ONDULEURS DE COURANT

(on dit aussi "commutateurs de courant")

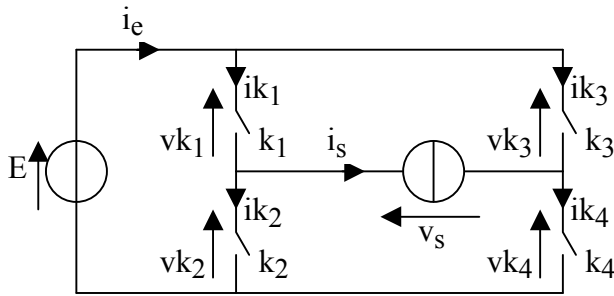
Les onduleurs "de tension" étudiés précédemment réalisaient des créneaux de tension alternatifs à partir d'une source de tension continue. Les onduleurs "de courant" réalisent des créneaux de courants alternatifs à partir d'une source de courant continu:

voici une structure possible (qui pourra être étudiée dans un problème):



8 PROBLEMES ET EXERCICES.

Chap 3. Exercice 1 : Onduleur monophasé.



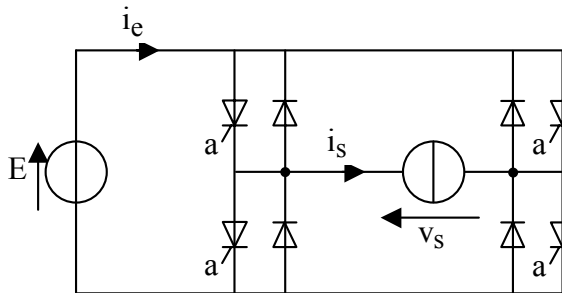
L'onduleur en pont ci-contre associe une « source tension » produisant une tension continue « E » de valeur constante avec une « source courant » produisant un courant alternatif sinusoïdal « i_s » (cf courbes ci-jointes). Les interrupteurs sont supposés parfaits.

(Justifier en quelques mots).

a) Ce convertisseur est-il à « liaison directe »?

b) Compte tenu du graphe de $v_s(t)$ et de $i_s(t)$, attribuer les différents intervalles de conductions (représentés sous les courbes ci-jointes) aux interrupteurs concernés.

A partir de l'analyse des contraintes auxquelles doivent répondre les interrupteurs, on obtient, par une méthode hors programme, le schéma suivant :



Chaque interrupteur peut être réalisé avec un thyristor associé à une diode en antiparallèle. Il peut également être réalisé avec un transistor équipé d'une commande automatique de blocage lors de l'annulation du courant le traversant, associé à une diode en antiparallèle.

c) Représenter, sur la feuille de réponse, le graphe du courant $i_e(t)$ et de la puissance instantanée échangée par la source E (avec deux couleurs différentes).

Estimer, sans calcul, la puissance active dans la source « E ».

L'énergie électrique échangée dans ce convertisseur va-t-elle de la source « E » vers la source « i_s » ou l'inverse ? (justifier en quelques mots).

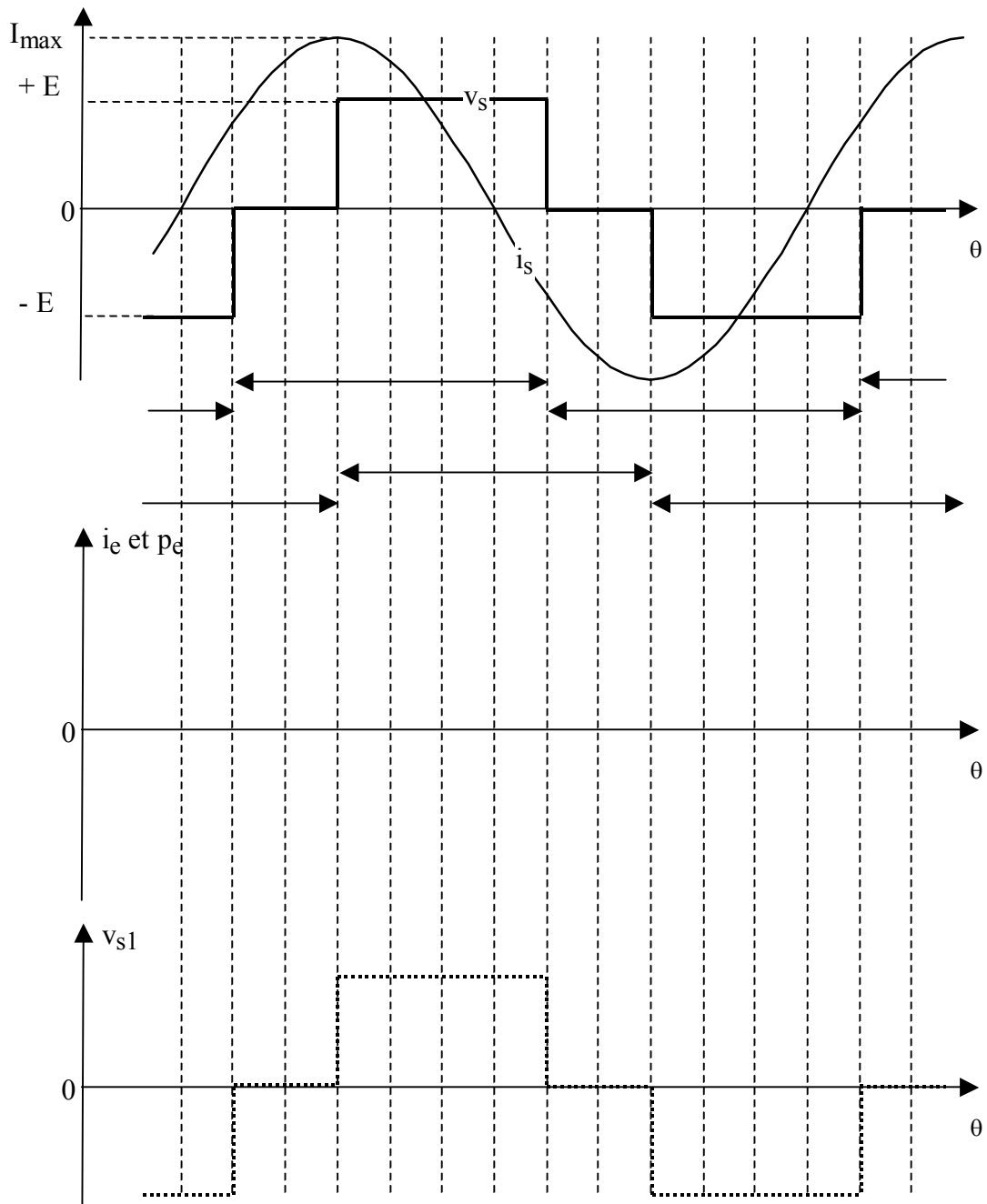
d) Représenter, sur la feuille de réponse, une estimation du fondamental $v_{s1}(t)$ de $v_s(t)$ et préciser la valeur du déphasage de $v_{s1}(t)$ par rapport à $i_s(t)$.

On sait que, si la tension et le courant dans un dipôle sont périodiques de même période T , la puissance active dans ce dipôle s'exprime par :

$$P = V_{moy} \cdot I_{moy} + V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) + V_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\varphi_2) + \dots + V_{neff} \cdot I_{neff} \cdot \cos(\varphi_n) + \dots$$

et on sait que l'amplitude des harmoniques non nuls de $v_s(t)$ est de valeur $\frac{4 \cdot E}{n \cdot \pi} \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{6}\right)$.

En déduire la puissance active dans la source « i_s » en fonction de E et I_{max} , sans utiliser le calcul intégral.



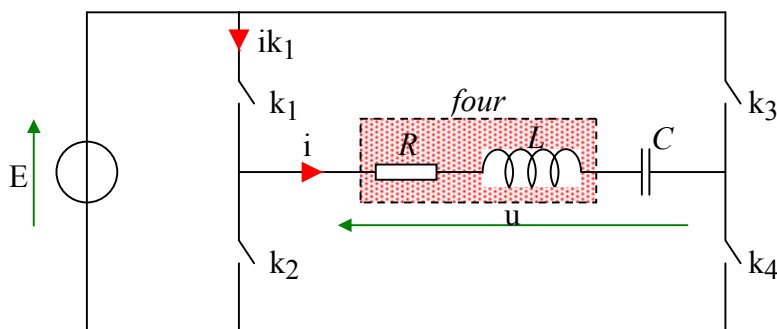
Chap 3. Exercice 2 : Four à induction alimenté par un onduleur autonome

(d'après un BTS électrotechnique)

(On étudiera uniquement le régime permanent).

- A -

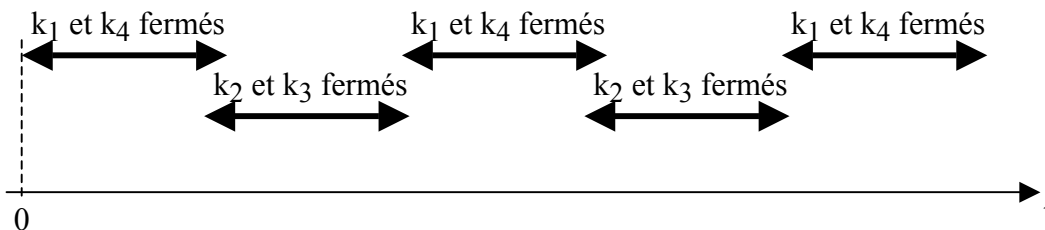
Un four à induction est équivalent à un circuit composé d'une inductance pure $L = 60 \mu H$ en série avec une résistance $R = 10 m\Omega$. Ce four en série avec un condensateur de capacité $1080 \mu F$ est alimenté par un onduleur monophasé. Celui-ci est alimenté par une batterie de force électromotrice $E = 100 V$. Il est constitué de quatre interrupteurs fonctionnant simultanément deux par deux avec un rapport cyclique de $1/2$ et une fréquence de $600 Hz$.



Les quatre interrupteurs sont bidirectionnels, tels que :

$$k_2 = \overline{k_1} \text{ et } k_4 = \overline{k_3}$$

Les interrupteurs sont fermés alternativement chaque demi-période, comme indiqué ci-dessous



I Etude de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$.

On prendra pour instant origine la fermeture de k_1 et k_4 .

1.1 Représenter la tension $u(t)$ aux bornes de la charge RLC. (et réserver la place pour $i(t)$, $ik_1(t)$, $vk_1(t)$ et $is(t)$).

1.2 En prenant pour instant origine la fermeture de k_1 et k_4 , cette tension $u(t)$ a pour développement en série de Fourier l'expression suivante:

$$u(t) = \frac{4.E}{\pi} \cdot \sin(\omega.t) + \frac{4.E}{3\pi} \cdot \sin(3.\omega.t) + \frac{4.E}{5\pi} \cdot \sin(5.\omega.t) + \frac{4.E}{7\pi} \cdot \sin(7.\omega.t) + \dots$$

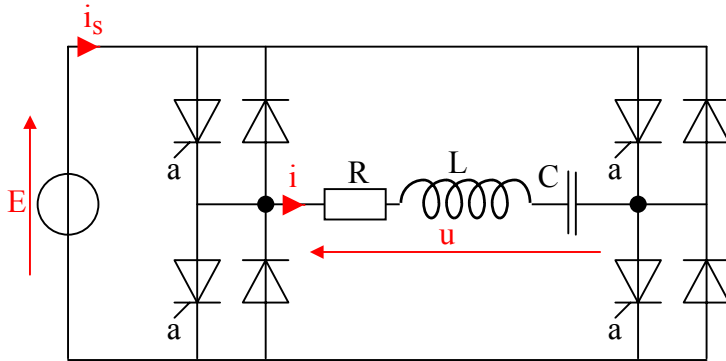
avec $\omega = 2\pi.f$, et $f = 600 Hz$.

Exprimer la valeur efficace du premier harmonique du courant i , ainsi que la valeur efficace de son harmonique 3. En déduire que l'on peut considérer que le courant $i(t)$ dans le circuit est pratiquement sinusoïdal et égal à son premier harmonique. Exprimer ce premier harmonique $i_1(t)$ en prenant pour origine l'instant de fermeture de k_1 et k_4 .

II Etude de l'onduleur autonome.

2.1 Représenter $i(t)$, $ik_1(t)$, $vk_1(t)$.

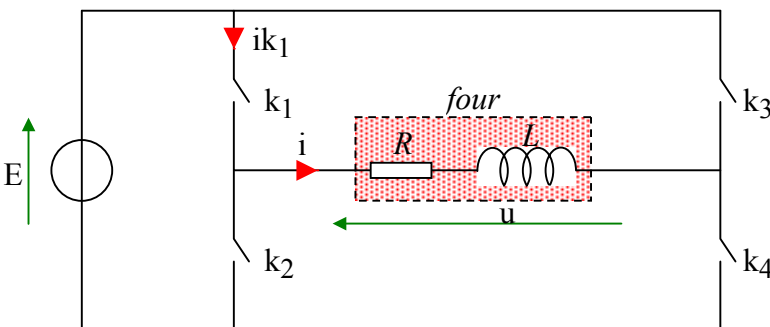
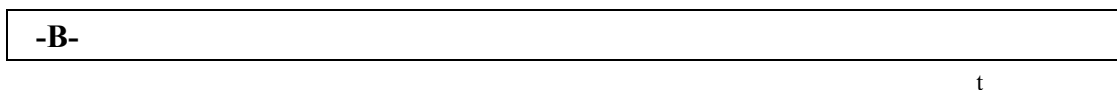
A partir de l'analyse des contraintes auxquelles doivent répondre les interrupteurs, on obtient, par une méthode hors programme, le schéma suivant :



Chaque interrupteur peut être réalisé avec un thyristor associé à une diode en antiparallèle. Il peut également être réalisé avec un transistor (ou un IGBT) équipé d'une commande automatique de blocage lors de l'annulation du courant le traversant, associé à une diode en antiparallèle.

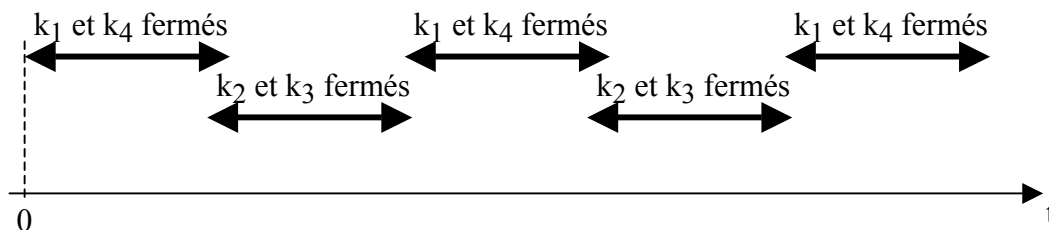
2.2 Représenter $is(t)$ et calculer la puissance active fournie par la batterie E..

Comment peut-on vérifier le graphe de $is(t)$ en utilisant la notion de convertisseur à liaison directe ?



Les quatre interrupteurs sont bidirectionnels, tels que :
 $k_2 = \overline{k_1}$ et $k_4 = \overline{k_3}$

Les interrupteurs sont fermés alternativement chaque demi-période, comme indiqué ci-dessous



Alimentation directe du four (le condensateur C étant supprimé) ; $f = 600$ Hz.

I Etude de $u(t)$ et $i(t)$.

On prendra pour instant origine la fermeture de k_1 et k_4 .

1.1 Représenter la tension $u(t)$ aux bornes de la charge RL. (et réserver la place pour $i(t)$, $ik_1(t)$, $vk_1(t)$ et $is(t)$). En déduire les équations différentielles relatives à chaque demi-période permettant de déterminer la loi du courant $i(t)$ dans le four. En déduire que les morceaux d'exponentielles qui constituent $i(t)$ peuvent être approchés par leur tangente à l'origine.

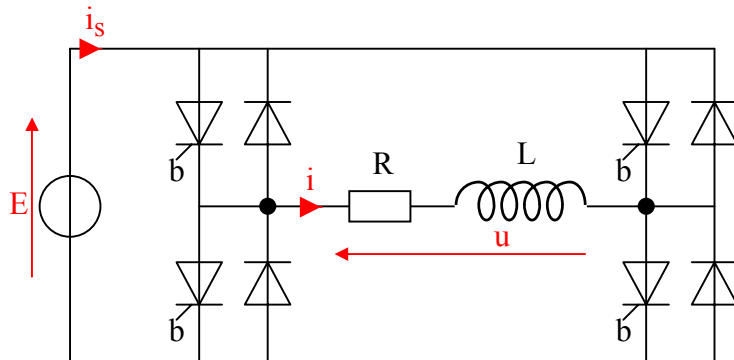
1.2 Calculer I_{moy} .

1.3 représenter $i(t)$ et calculer sa valeur maximum.

II Etude de l'onduleur autonome.

2.1 Représenter $ik_1(t)$, $vk_1(t)$.

A partir de l'analyse des contraintes auxquelles doivent répondre les interrupteurs, on obtient, par une méthode hors programme, le schéma suivant :



Chaque interrupteur peut être réalisé avec un transistor (ou un IGBT) équipé d'une commande automatique d'amorçage lors de la conduction de la diode en antiparallèle.

2.2 Représenter $is(t)$ et calculer la puissance active fournie par la batterie E.

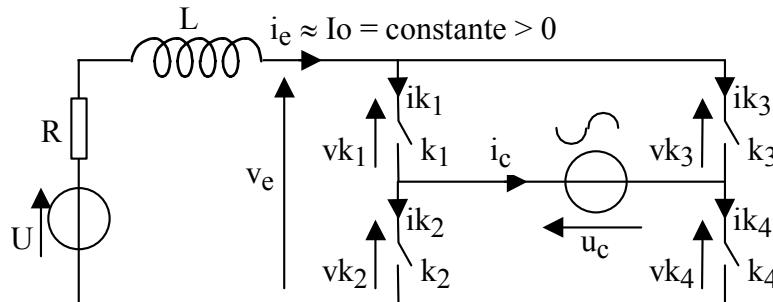
Chap 3. Exercice 3 : Onduleur assisté monophasé.

On désire transférer de l'énergie électrique entre une source "courant" continue et une charge "tension" alternative sinusoïdale (ligne d'alimentation alternative sinusoïdale)

L'étude sera faite en régime permanent périodique de période T.

La source "courant" est réversible en tension et non réversible en courant ($i_e \approx I_o = cte > 0$). La charge "tension" alternative sinusoïdale u_c est réversible en courant et en tension, d'où l'utilisation d'une structure en pont :

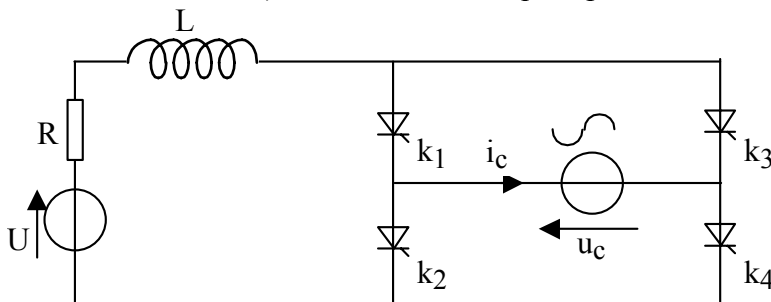
Pour qu'il y ait transmission de puissance moyenne, $i_c(t)$ doit nécessairement avoir un de ses harmoniques de même fréquence que $u_c(t)$. On commandera donc les interrupteurs de façon que l'harmonique fondamental de $i_c(t)$ soit de même fréquence que $u_c(t)$: $f = 1/T$



- a) Justifier les affirmations suivantes: $k_3 = \overline{k_1}$ et $k_4 = \overline{k_2}$
- b) L'inductance L est suffisamment grande pour qu'on puisse considérer $i_e(t) \approx I_o = Cte$. Montrer en considérant toutes les combinaisons possibles d'interrupteurs passants, que $i_c(t)$ ne peut prendre que quelques valeurs; que l'on précisera.
- c) La loi de commande adoptée pour les interrupteurs est la suivante:
k1 et k4 fermés sur une même demi période. k2 et k3 fermés sur l'autre demi période.

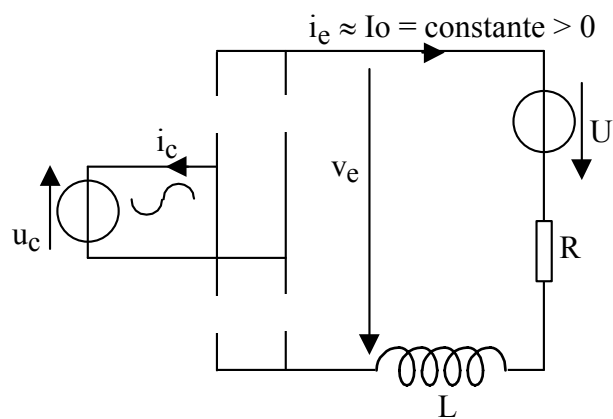
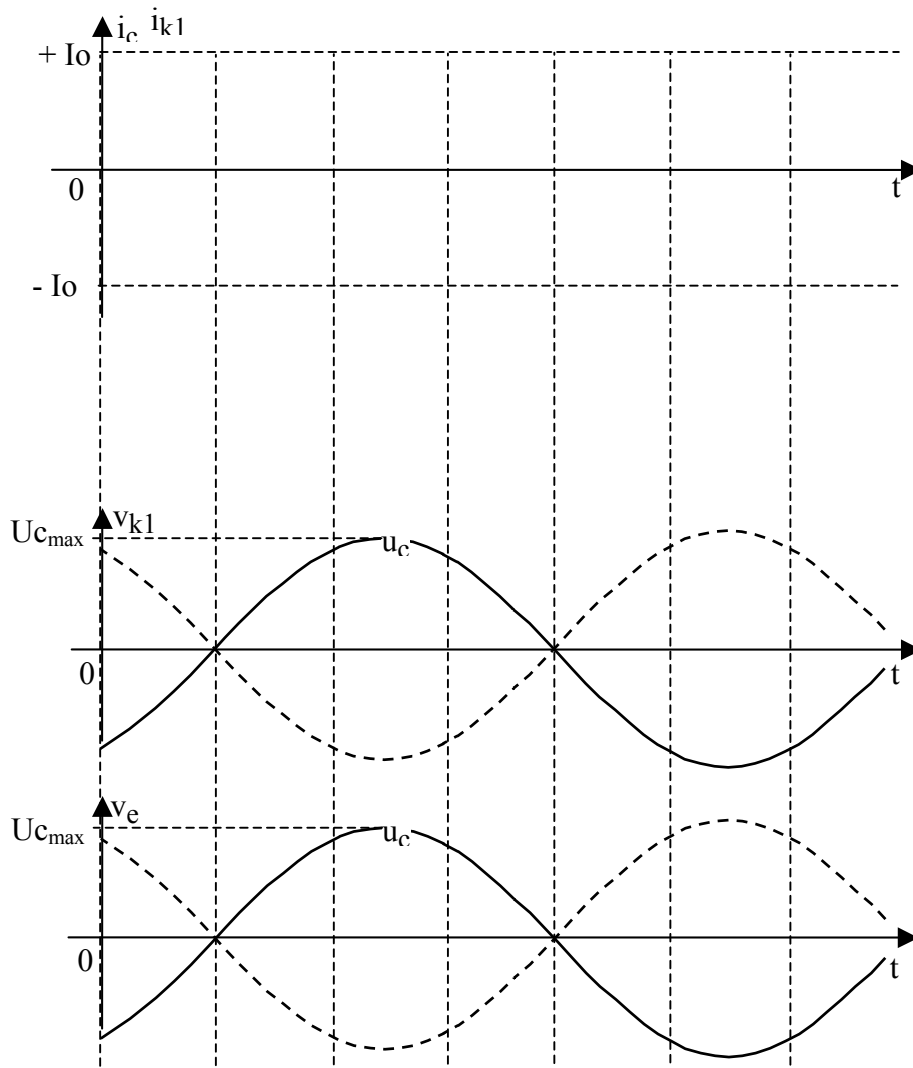
Représenter $i_c(t)$, ainsi que l'allure de son harmonique fondamental $i_{c1}(t)$ en précisant les intervalles de fermeture des différents interrupteurs. (ne pas utiliser la feuille de réponse pour cette question)

- d) Soit φ_l l'angle orienté: $(\overline{I_{c1}}, \overline{U_c})$. Représenter sur la feuille de réponses ci-jointe: $v_{k1}(t)$, $i_c(t)$ et $i_{k1}(t)$ pour $\varphi_l = -\pi/3$ (attention au déphasage avec la tension $u_c(t)$). ($u_c(t)$ est déjà représentée sur la feuille de réponse). Le convertisseur qui répond au cahier des charges est le suivant :



Le schéma ci-contre est repris sur la feuille de réponses d'une manière différente; Le compléter avec les thyristors k1, k2, k3 et k4

- e) Représenter $v_e(t)$ sur la feuille de réponse ci-jointe.



9 ANNEXE : LES SERIES DE FOURIER

9.1 La série de Fourier d'une fonction périodique

En électricité, on sait assez bien étudier le régime continu et le régime alternatif sinusoïdal.

Or une fonction périodique est égale à sa valeur moyenne plus une somme de fonctions alternatives sinusoïdales ⁽⁷⁾

Cette somme est appelée "**série de Fourier**" de la fonction :

- Toute fonction $f(t)$ périodique de période T (fréquence $f = \frac{1}{T}$) peut se mettre sous la forme:

$$f(t) = F_{moy} + [A_1 \cdot \cos(\omega.t) + B_1 \cdot \sin(\omega.t)] + [A_2 \cdot \cos(2.\omega.t) + B_2 \cdot \sin(2.\omega.t)] \\ + [A_3 \cdot \cos(3.\omega.t) + B_3 \cdot \sin(3.\omega.t)] + \dots + [A_n \cdot \cos(n.\omega.t) + B_n \cdot \sin(n.\omega.t)] + \dots$$

$$\text{avec } \omega = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{et avec } A_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \cos(n.\omega.t) dt \quad \text{et} \quad B_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \sin(n.\omega.t) dt$$

(to quelconque)

- Si $f(t)$ est une **fonction paire** $\Rightarrow f(t) \cdot \sin(n.\omega.t)$ est une fonction impaire.

En choisissant $t_0 = -\frac{T}{2}$ et sachant que l'aire sous la courbe d'une fonction impaire sur

$$\left[-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}\right] \text{ est nulle } \Rightarrow B_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cdot \sin(n.\omega.t) dt = 0 \Rightarrow : \boxed{B_n = 0}$$

$$\dots \text{ et } f(t) \cdot \cos(n.\omega.t) \text{ est une fonction paire } \Rightarrow A_n = \frac{4}{T} \int_0^{+\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos(n.\omega.t) dt$$

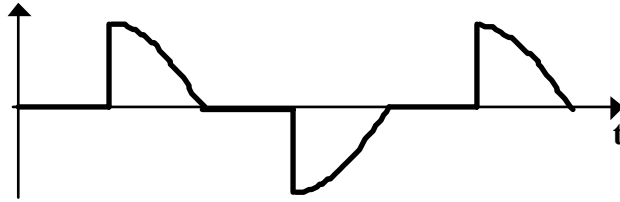
- Si la **composante alternative** de $f(t)$ est une **fonction impaire** $\Rightarrow (f(t) - F_{moy}) \cdot \cos(n.\omega.t)$ est une fonction impaire

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} (f(t) - F_{moy}) \cdot \cos(n.\omega.t) dt}_0 = \underbrace{\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos(n.\omega.t) dt}_{A_n} - \underbrace{\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} F_{moy} \cdot \cos(n.\omega.t) dt}_0 \\ \Rightarrow \boxed{A_n = 0}$$

⁽⁷⁾ ...sous réserve que la somme converge (ce qui sera généralement le cas en électricité).

- Si la **composante alternative** de $f(t) : f_{alt}(t) = (f(t) - F_{moy})$ présente **une symétrie de glissement** (c'est à dire si $f_{alt}(t + \frac{T}{2}) = -f_{alt}(t)$), alors tous les termes de la série de Fourier de **rang pair** sont **nuls**:

Exemple:



$$A_2 = A_4 = A_6 = \dots = 0$$

$$B_2 = B_4 = B_6 = \dots = 0$$

- Autre écriture d'une série de Fourier :

Le terme général $[A_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) + B_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t)]$ est la somme de deux fonctions alternatives sinusoïdales de même fréquence. Cette somme peut donc s'effectuer en utilisant les complexes ou les vecteurs de Fresnel. On obtient alors :

$$A_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) + B_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t - \varphi_n) \text{ avec } \varphi_n = \arctg \frac{B_n}{A_n}$$

La série de Fourier peut donc s'écrire :

$$f(t) = F_{moy} + F_{1max} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_1) + F_{2max} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_2)$$

$$+ F_{3max} \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t - \varphi_3) + \dots + F_{nmax} \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t - \varphi_n) + \dots$$

La fonction $f_1(t) = F_{1max} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_1)$ est appelée 1er harmonique (ou harmonique **fondamental**).

La fonction $f_n(t) = F_{nmax} \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t - \varphi_n)$ est appelée harmonique de rang n.

Les amplitudes F_{max} des harmoniques sont indépendantes de l'origine choisie sur l'axe des abscisses, on aura donc intérêt à choisir celle-ci de façon à rendre la fonction étudiée paire ou impaire lorsque c'est possible.

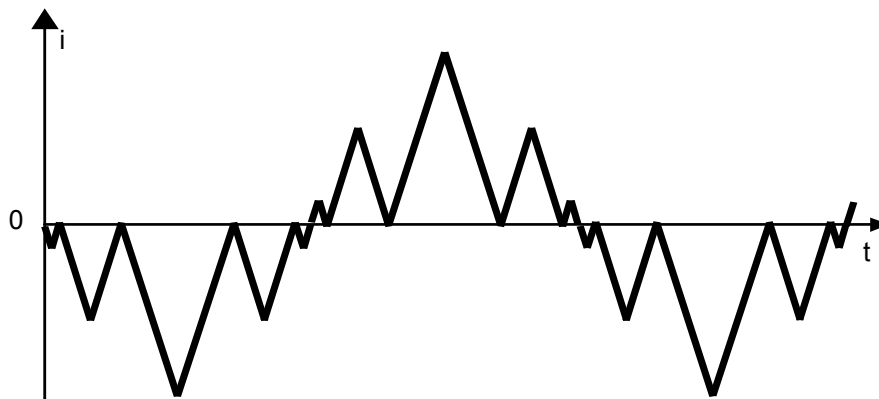
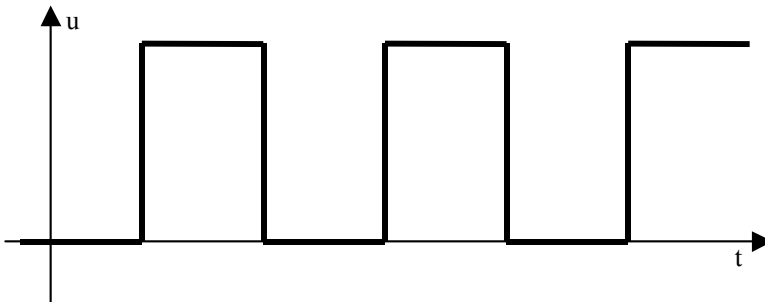
On démontre que $F_{I_{max}}$ et φ_I sont tels que:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} [f(t) - F_{moy} - F_{I_{max}} \cdot \cos(\omega.t - \varphi_I)]^2 . dt \text{ est minimum.}$$

On peut dire que la fonction $f_I(t) = F_{I_{max}} \cdot \cos(\omega.t - \varphi_I)$ est la sinusoïde qui suit "au plus près" la composante alternative de la fonction $f(t)$...

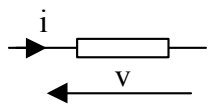
Ou que la fonction $f'(t) = F_{I_{max}} \cdot \cos(\omega.t - \varphi_I) + F_{moy}$ **suit "au plus près" la fonction $f(t)$** (8)

Sur les deux exemples suivants, représenter une estimation de la valeur moyenne et de la somme « valeur moyenne + fondamental » de la fonction périodique. ([Réponse 14:](#))



(8) Cette formulation n'est pas très "mathématique", mais elle peut nous aider à donner une dimension plus intuitive à la notion de série de Fourier, et à situer le fondamental d'une fonction périodique avant tout calcul.

9.2 Puissance active dans un dipôle lorsque $v(t)$ et $i(t)$ sont périodiques de même période.



Si la tension et le courant dans un dipôle sont périodiques de même période T , ils peuvent être décrits par des séries de Fourier avec la même pulsation: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$v(t) = V_{moy} + V_{1max} \cdot \cos(\omega.t + \alpha_1) + V_{2max} \cdot \cos(2.\omega.t + \alpha_2) + \dots + V_{nmax} \cdot \cos(n.\omega.t + \alpha_n) + \dots$$

$$i(t) = I_{moy} + I_{1max} \cdot \cos(\omega.t + \beta_1) + I_{2max} \cdot \cos(2.\omega.t + \beta_2) + \dots + I_{nmax} \cdot \cos(n.\omega.t + \beta_n) + \dots$$

En développant l'expression de la puissance active $P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t).i(t).dt$, on obtient l'expression suivante:

$$P = V_{moy} \cdot I_{moy} + V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) + V_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\varphi_2) + \dots + V_{neff} \cdot I_{neff} \cdot \cos(\varphi_n) + \dots$$

avec $V_{neff} = \frac{V_{nmax}}{\sqrt{2}}$, $I_{neff} = \frac{i_{nmax}}{\sqrt{2}}$

et $\varphi_n = \alpha_n - \beta_n$ (déphasage de l'harmonique n de la tension par rapport à l'harmonique n du courant).

Cette relation s'ajoute à celles qui ont déjà été rencontrées dans les cours précédents. Elle doit être connue par cœur.

Retrouver à partir de l'expression générale de P les cas particuliers

- * $v(t) = V_o = \text{constante}$
- * $i(t) = I_o = \text{constante}$
- * $v(t)$ et $i(t)$ alternatifs sinusoïdaux de même période
- * $v(t)$ alternatif sinusoïdal et $i(t)$ périodique de même période
- * $i(t)$ alternatif sinusoïdal et $v(t)$ périodique de même période

(Réponse 15:)

On peut démontrer que dans le cas où la tension et le courant sont périodiques de même période, le **facteur de puissance** ⁽⁹⁾ $k = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{eff} \cdot I_{eff}}$ du dipôle est toujours inférieur ou égal à 1 (ce résultat sera admis):

⁽⁹⁾ Sur certains appareils de mesure, le facteur de puissance est désigné par les lettres « pf » pour « power factor ».

9.3 Valeur efficace

Par définition, la valeur efficace d'une fonction $f(t)$ est « la **R**acine carrée de la valeur **M**oyenne de la fonction $f(t)$ au **C**arré ». (En anglais : **R**acine se dit **R**oot, **M**oyenne se dit **M**ean et **C**arré se dit **S**quare) d'où le sigle « RMS » pour les appareils qui mesurent les valeurs efficaces.

$$F_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t)^2 . dt}$$

Si la série de Fourier de $f(t)$ est :

$$f(t) = F_{moy} + F_{1_{max}} . \cos(\omega.t - \varphi_1) + F_{2_{max}} . \cos(2.\omega.t - \varphi_2) + \dots + F_{n_{max}} . \cos(n.\omega.t - \varphi_n) + \dots$$

On peut montrer que

$$F_{eff} = \sqrt{(F_{moy})^2 + (F_{1_{eff}})^2 + (F_{2_{eff}})^2 + \dots + (F_{n_{eff}})^2 + \dots}$$

avec $F_{n_{eff}} = \frac{F_{n_{max}}}{\sqrt{2}}$.

Cette relation doit être connue par cœur.

De la relation précédente, on déduit que $F_{eff} \geq |F_{moy}|$ et que l'écart entre F_{eff} et $|F_{moy}|$ croît avec l'importance des harmoniques.

10 CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.

Comme les précédents, ce chapitre mobilise les connaissances sur les bases de l'électricité. Il est donc important de le travailler page après page pour acquérir l'**entraînement** à l'utilisation de ces lois dans des contextes divers.

La réponse aux questions suivantes permet de vérifier si certaines connaissances sont acquises, mais elle ne permet pas de vérifier l'aptitude à les utiliser dans une situation inédite.

- a) Représenter le schéma de principe (avec des interrupteurs) d'un onduleur monophasé en pont, d'un onduleur monophasé en demi-pont, d'un onduleur monophasé à transformateur à point milieu et d'un onduleur triphasé à trois bras.
- b) Que signifient les sigles « MLI » et « PWM » ?
- c) Quel est l'intérêt d'une modulation de largeur d'impulsion ?
- d) Quel est le théorème des réseaux électriques linéaires qui est mis en œuvre pour calculer le courant dans un dipôle linéaire à partir de la série de Fourier de la tension à ses bornes ?
- e) Que signifie « approximation au 1^{er} harmonique » ? Quel est son intérêt ?
- f) Quelle est la propriété remarquable de la série de Fourier d'une fonction paire ?
- g) Quelle est la propriété remarquable de la série de Fourier d'une fonction dont la composante alternative est impaire ?
- h) Qu'est-ce qu'une « symétrie de glissement » pour un signal périodique ? Quelle est la propriété remarquable de la série de Fourier d'une fonction dont la composante alternative présente une symétrie de glissement ?
- i) Comment peut-on estimer graphiquement le fondamental d'une série de Fourier ?
- j) Donner l'expression de la puissance active dans un dipôle en régime périodique, à partir des séries de Fourier de la tension à ses bornes et du courant qui le traverse. Définir clairement les termes employés.
- k) Comment se simplifie l'expression précédente si la tension est alternative sinusoïdale de même fréquence que le fondamental du courant ?
- l) Quelle est la relation qui lie la valeur efficace d'un signal et sa série de Fourier ?

11 REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS

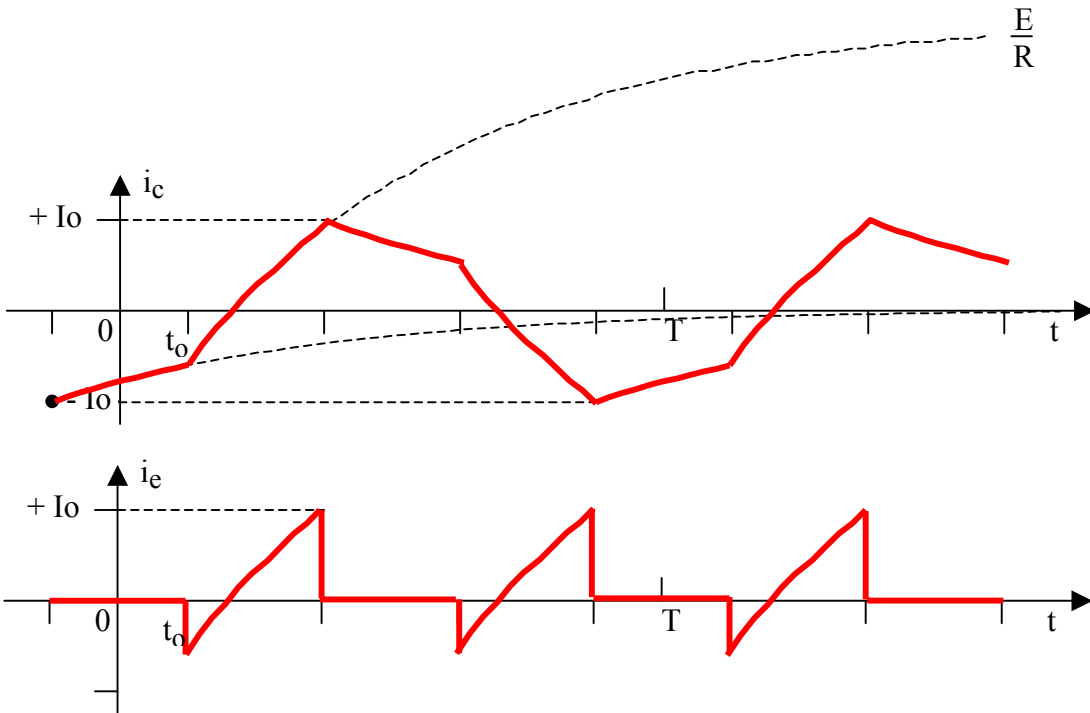
Réponse 1:

En considérant l'aire sous la courbe $u_c(t)$ sur un intervalle d'une période, on constate que $U_{c moy} = 0$

Sachant que $u_c(t) = L \cdot \frac{d(i_c(t))}{dt} + R \cdot i_c(t)$, on en déduit que $U_{c moy} = 0 + R \cdot I_{c moy}$. (car la valeur moyenne d'une somme est la somme des valeurs moyennes, et la valeur moyenne de la tension aux bornes d'une inductance est nulle)

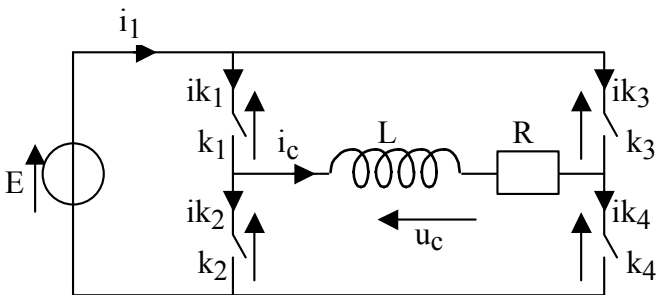
Donc $I_{c moy} = 0$ [Retour](#)

Réponse 2:



[Retour](#)

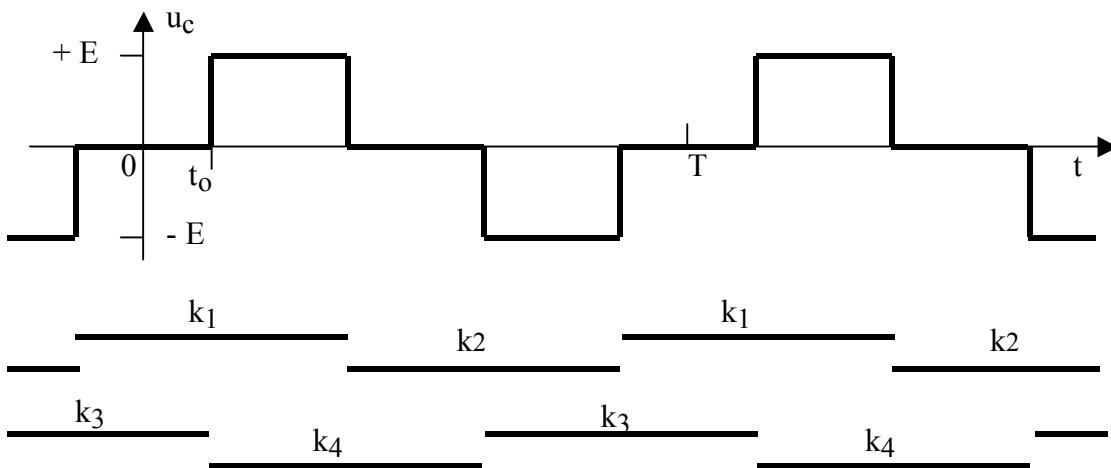
Réponse 3:



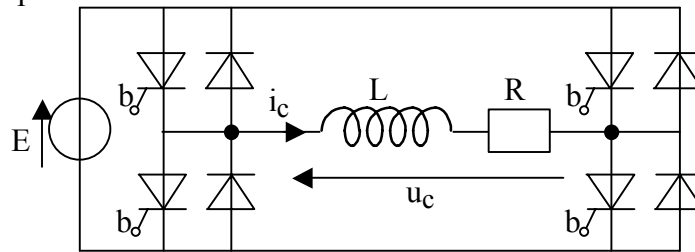
Sachant que la tension $u_c(t)$ doit prendre les trois valeurs : $0, +E$ et $-E$, on doit utiliser le convertisseur en pont.

[Retour](#)

Réponse 4:

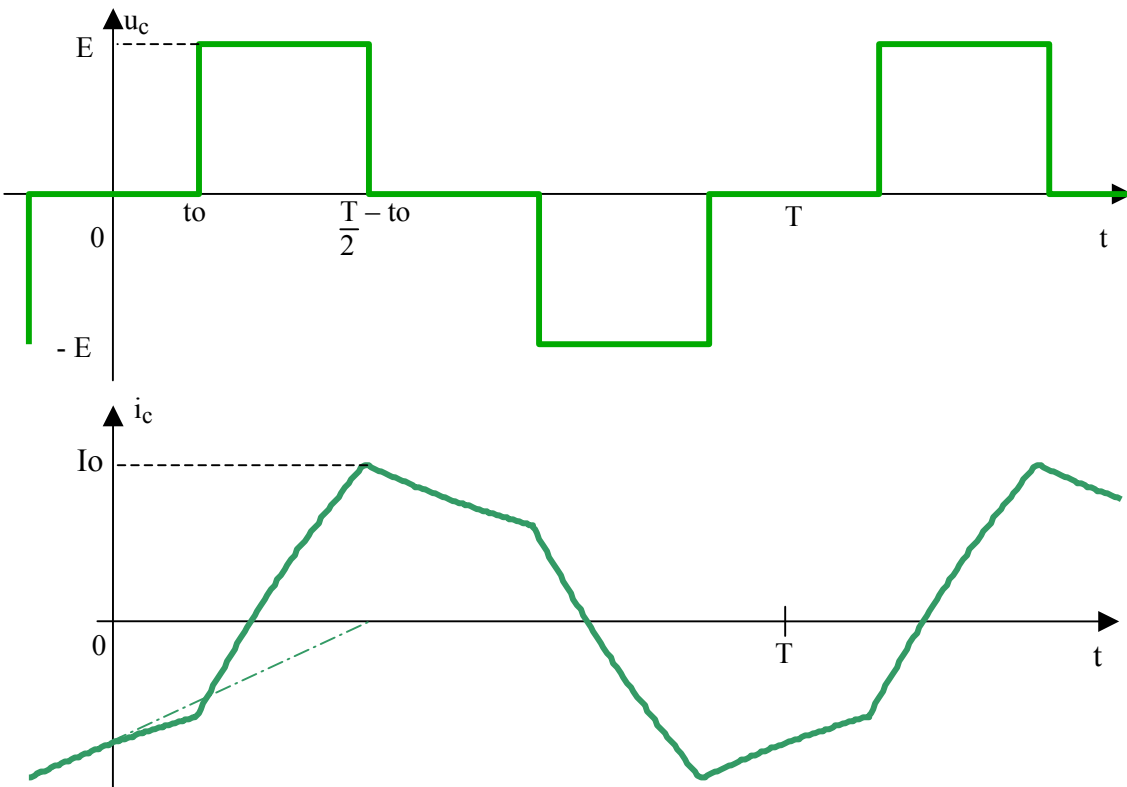


Par une méthode hors programme, on peut montrer que la structure du convertisseur réalisant ce cahier des charges pour une fonction onduleur est la suivante :



[Retour](#)

Réponse 5:



[Retour](#)

Réponse 6:

$u_c(t)$ est une fonction impaire $\Rightarrow A_n = 0$

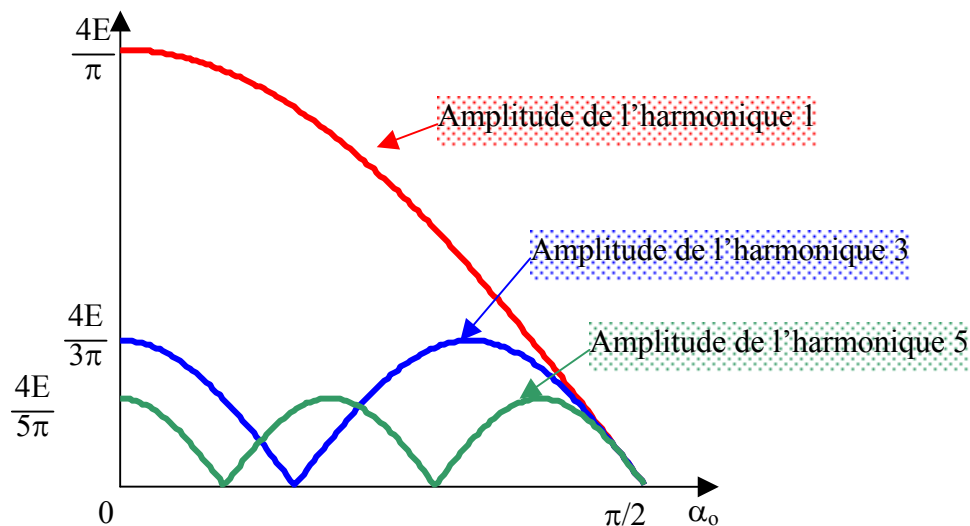
$u_c(t)$ présente une symétrie de glissement \Rightarrow Les harmoniques de rang pair sont nuls.

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_o}^{\pi - \alpha_o} E \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta = \frac{2 \cdot E}{n \cdot \pi} \cdot [-\cos(n\pi - n\alpha_o) + \cos(n\alpha_o)]$$

$$B_n = \frac{2 \cdot E}{n \cdot \pi} \cdot [\cos(n\alpha_o) + \cos(n\alpha_o)] = \frac{4 \cdot E}{n \cdot \pi} \cdot \cos(n\alpha_o)$$

$$\Rightarrow u_c(t) = \frac{4 \cdot E}{\pi} \left[\cos(\alpha_o) \cdot \sin(\omega t) + \frac{\cos(3\alpha_o)}{3} \cdot \sin(3 \cdot \omega t) + \dots + \frac{\cos[(2 \cdot k + 1)\alpha_o]}{(2 \cdot k + 1)} \cdot \sin[(2 \cdot k + 1)\omega t] + \dots \right]$$

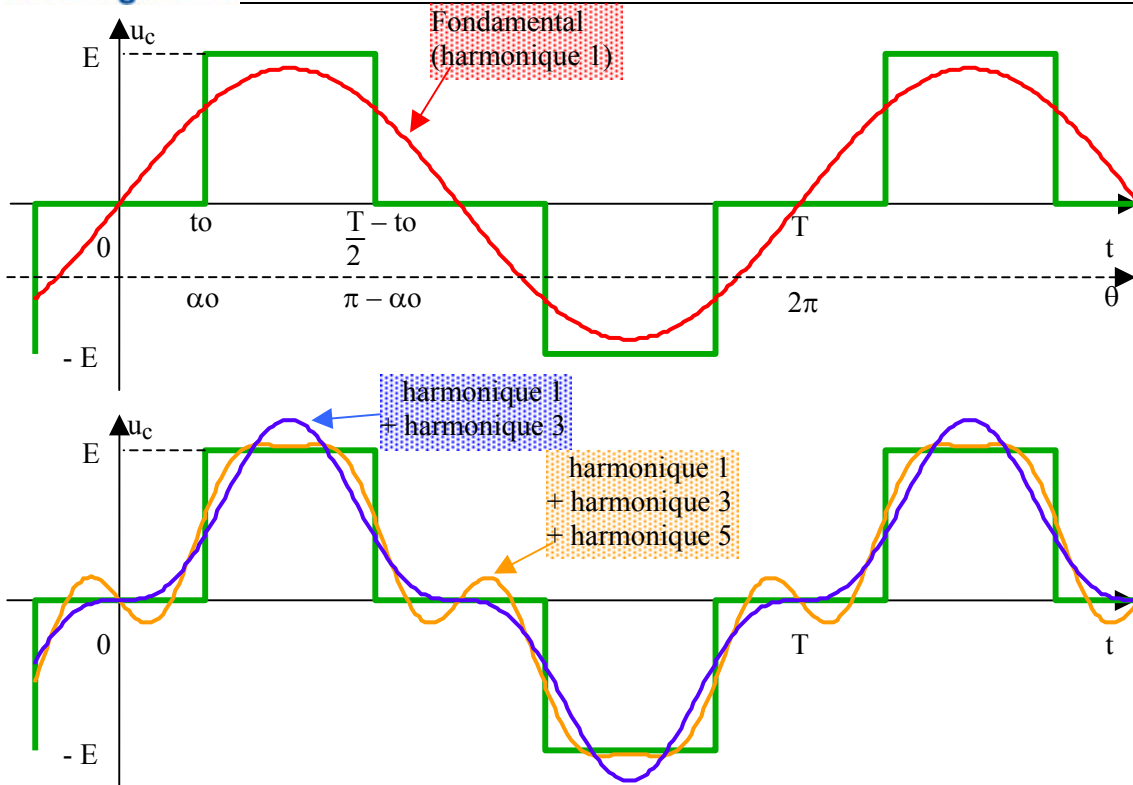
On voit ci-dessous la « carte harmonique » de $u_c(t)$. On constate, par exemple, que si on règle



α_o à la valeur $\frac{\pi}{6}$, il n'y a pas d'harmonique 3.

L'harmonique N°1 (ou harmonique fondamental) (ou « fondamental ») est la sinusoïde qui suit la courbe $u_c(t)$ « au plus près ». Voir ci-après.

On constate qu'en sommant l'harmonique 1 avec l'harmonique 3 et l'harmonique 5, on approche la courbe $u_c(t)$. Voir ci-après.



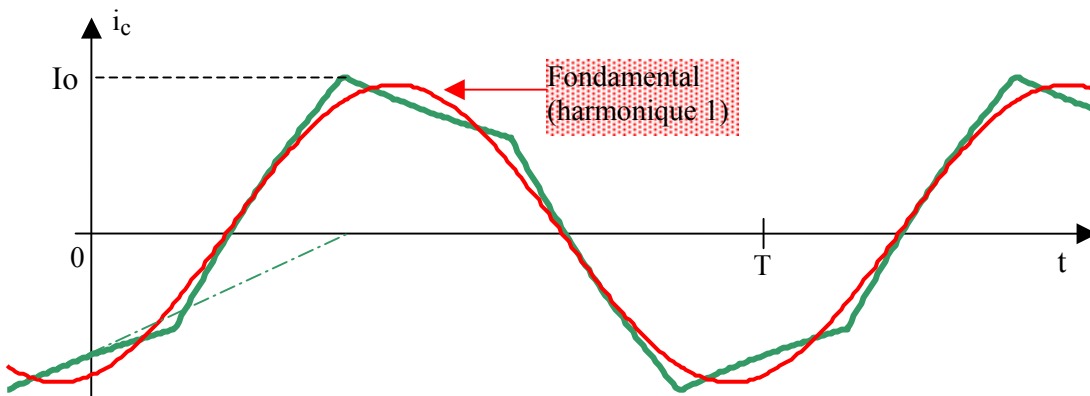
[Retour](#)

Réponse 7:

$$\frac{L}{R} = \frac{T}{2} \Leftrightarrow \frac{L \cdot \omega}{R} = \frac{T \cdot \omega}{2} = \pi \Rightarrow \underline{Z}_1 = R + j \cdot L \cdot \omega = R \cdot (1 + j \cdot \pi) = R \cdot (3,3 \cdot e^{j \cdot 1,262})$$

$$\underline{I}_{c1} = \frac{U_{c1}}{\underline{Z}_1} = \frac{\frac{4E}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{R \cdot (3,3 \cdot e^{j \cdot 1,262})} = 0,273 \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-j \cdot 1,262} \Rightarrow i_{c1}(t) = 0,273 \cdot \frac{E}{R} \cdot \sin(\omega t - 1,262)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{0,95 \cdot I_0}$



On constate graphiquement que $i_{c1}(t)$ constitue une bonne approximation de $i_c(t)$ en régime permanent périodique. C'est ce qu'on appelle « **l'approximation au premier harmonique** ». Cette approximation permet d'évaluer assez rapidement un signal avant d'utiliser éventuellement un logiciel de simulation pour une description plus précise.

[Retour](#)

Réponse 8:

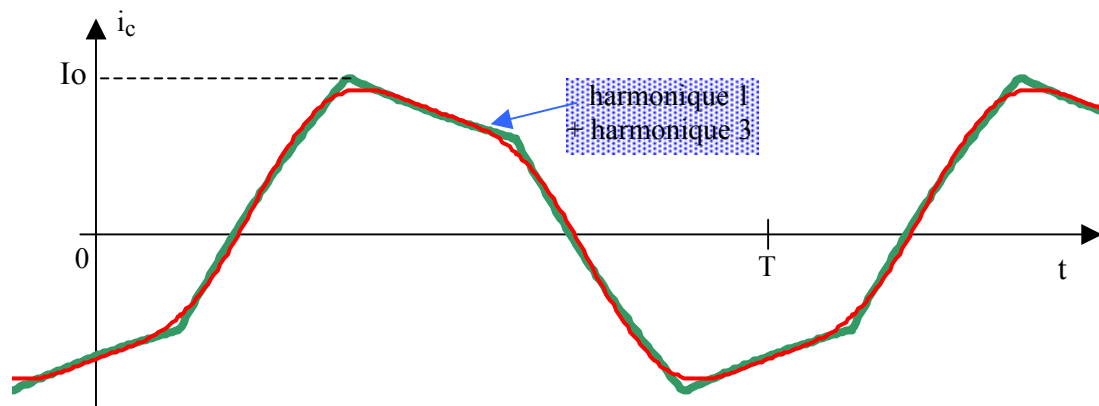
$$\frac{L}{R} = \frac{T}{2} \Leftrightarrow \frac{L.3\omega}{R} = \frac{T.3\omega}{2} = 3\pi$$

$$\underline{Z}_3 = R + j.L.3.\omega = R.(1 + j.3.\pi) = R.(9,48.e^{j.1,464})$$

$$\underline{Ic}_3 = \frac{Uc_3}{\underline{Z}_3} = \frac{\frac{4E}{3.\pi}.\cos\left(\frac{3.\pi}{4}\right)}{R.(9,48.e^{j.1,464})} = -0,0316.\frac{E}{R}.e^{-j.1,464} \Rightarrow ic_3(t) = \underbrace{-0,0316.\frac{E}{R}}_{0,11.I_0}.\sin(3\omega t - 1,464)$$

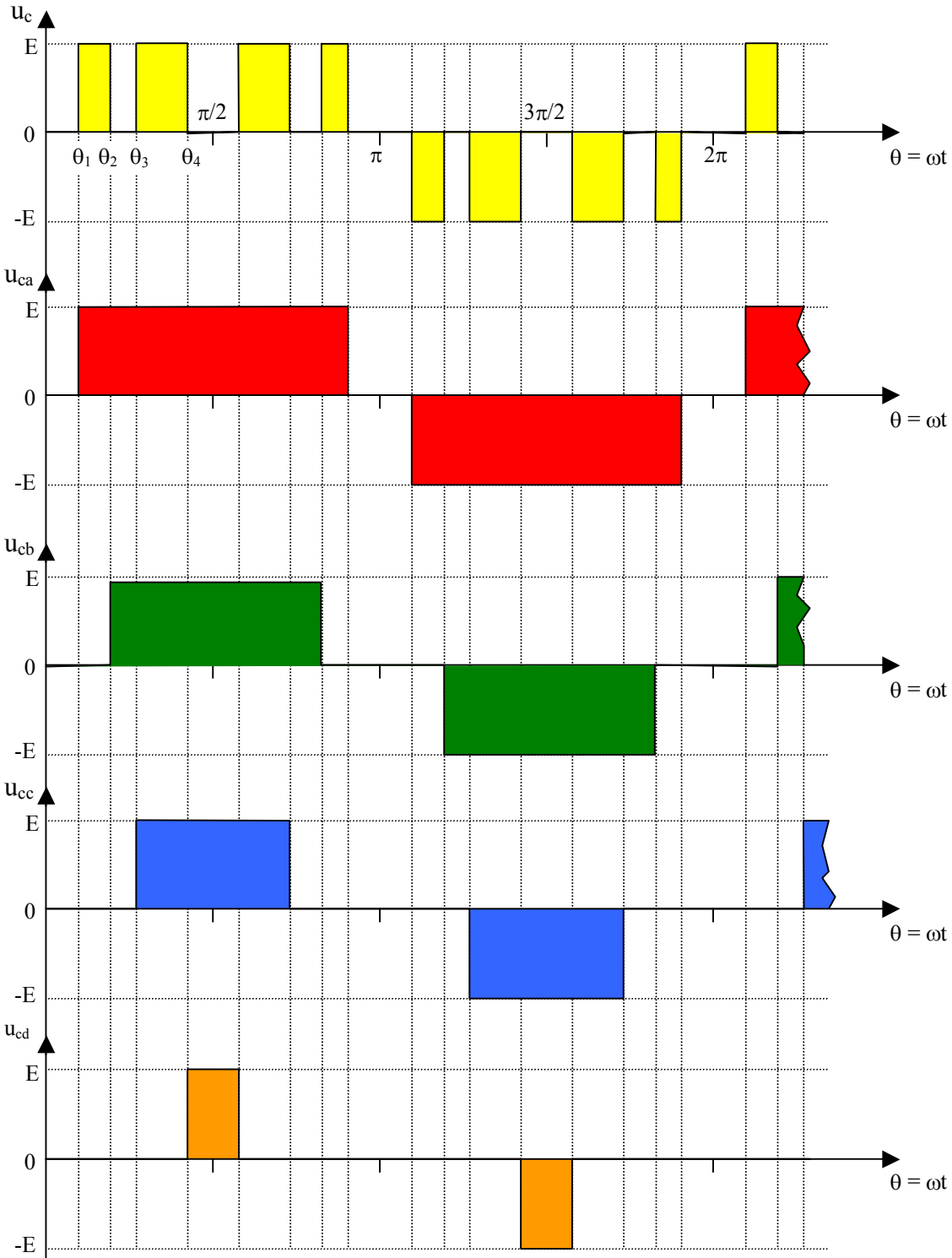
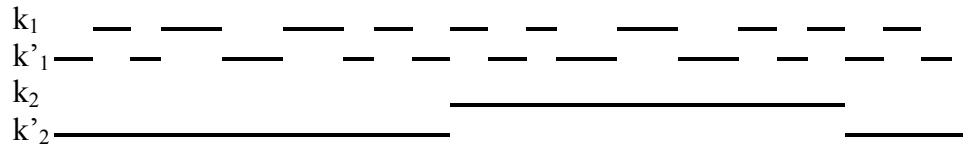
L'amplitude de l'harmonique 3 représente 11% de l'amplitude du fondamental.

On constate qu'en prenant en compte les harmoniques 1 et 3 on approche un peu plus $ic(t)$ mais on pouvait, sans doute, se contenter d'une approximation au premier harmonique.



[Retour](#)

Réponse 9:



$$U_{c\text{eff}} = \sqrt{(u_c(t)^2)_{\text{moy}}} = E \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot (\theta_2 - \theta_1 + \theta_4 - \theta_3)}$$

[Retour](#)

Réponse 10:

Dans le paragraphe **Etude harmonique de $u_c(t)$ et de $i_c(t)$** . Page 4, on a déjà rencontré une fonction du type $u_{ca}(t)$ dont on a calculé sa série de Fourier. Donc :

$$\Rightarrow u_{ca}(t) =$$

$$\frac{4.E}{\pi} \left[\cos(\theta_1). \sin(\omega.t) + \frac{\cos(3\theta_1)}{3}. \sin(3.\omega.t) + \dots + \frac{\cos[(2.k+1)(\theta_1)]}{(2.k+1)}. \sin[(2.k+1)\omega.t] + \dots \right]$$

$$\Rightarrow u_c(t) = u_{ca}(t) - u_{cb}(t) + u_{cc}(t) - u_{cd}(t) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{4.E}{\pi} \left[\cos(\theta_1). \sin(\omega.t) + \frac{\cos(3\theta_1)}{3}. \sin(3.\omega.t) + \dots + \frac{\cos[(2.k+1)(\theta_1)]}{(2.k+1)}. \sin[(2.k+1)\omega.t] + \dots \right] \\ & - \frac{4.E}{\pi} \left[\cos(\theta_2). \sin(\omega.t) + \frac{\cos(3\theta_2)}{3}. \sin(3.\omega.t) + \dots + \frac{\cos[(2.k+1)(\theta_2)]}{(2.k+1)}. \sin[(2.k+1)\omega.t] + \dots \right] \\ & + \frac{4.E}{\pi} \left[\cos(\theta_3). \sin(\omega.t) + \frac{\cos(3\theta_3)}{3}. \sin(3.\omega.t) + \dots + \frac{\cos[(2.k+1)(\theta_3)]}{(2.k+1)}. \sin[(2.k+1)\omega.t] + \dots \right] \\ & - \frac{4.E}{\pi} \left[\cos(\theta_4). \sin(\omega.t) + \frac{\cos(3\theta_4)}{3}. \sin(3.\omega.t) + \dots + \frac{\cos[(2.k+1)(\theta_4)]}{(2.k+1)}. \sin[(2.k+1)\omega.t] + \dots \right] \end{aligned}$$

La série de Fourier de $u_c(t)$ est donc :

$$\Rightarrow u_c(t) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{4.E}{\pi} [\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3) - \cos(\theta_4)]. \sin(\omega.t) \\ & + \frac{4.E}{3.\pi} [\cos(3\theta_1) - \cos(3\theta_2) + \cos(3\theta_3) - \cos(3\theta_4)]. \sin(3.\omega.t) \\ & + \frac{4.E}{5.\pi} [\cos(5\theta_1) - \cos(5\theta_2) + \cos(5\theta_3) - \cos(5\theta_4)]. \sin(5.\omega.t) \\ & + \frac{4.E}{7.\pi} [\cos(7\theta_1) - \cos(7\theta_2) + \cos(7\theta_3) - \cos(7\theta_4)]. \sin(7.\omega.t) + \dots \end{aligned}$$

Pour que les harmoniques 3, 5 et 7 soient nuls il faut que $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 vérifient les équations suivantes :

$$[\cos(3\theta_1) - \cos(3\theta_2) + \cos(3\theta_3) - \cos(3\theta_4)] = 0$$

$$[\cos(5\theta_1) - \cos(5\theta_2) + \cos(5\theta_3) - \cos(5\theta_4)] = 0$$

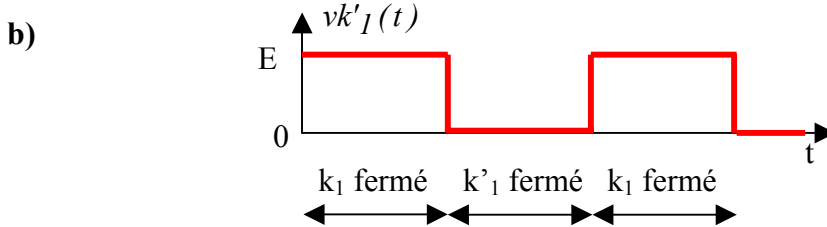
$$[\cos(7\theta_1) - \cos(7\theta_2) + \cos(7\theta_3) - \cos(7\theta_4)] = 0$$

[Retour](#)

Réponse 11:

a) $i_{ch}(t) = i_{c2}(t) - i_{c1}(t) \Rightarrow I_{chmoy} = I_{2moy} - I_{c1moy}$

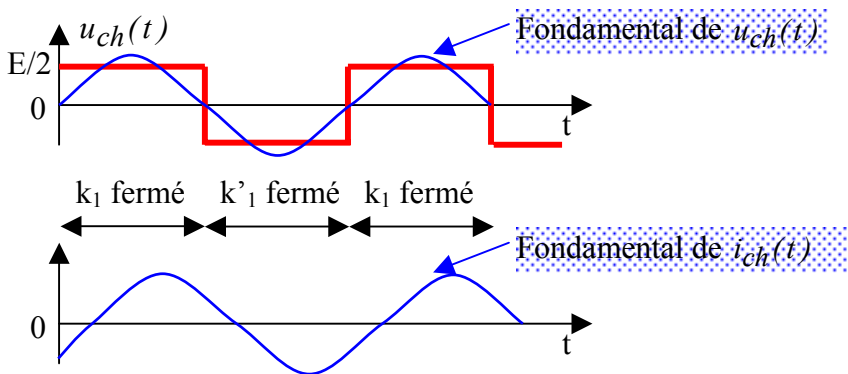
En régime périodique, le courant moyen dans un condensateur est nul, donc : $I_{chmoy} = 0 - 0 = 0$.



$$V_{k'_1moy} = \frac{E}{2} = R \cdot I_{chmoy} + \left[L \cdot \frac{d(i_{ch}(t))}{dt} \right]_{moy} + V_{c2moy} = 0 + 0 + V_{c2moy}$$

c) $i_{ch}(t) = i_{c2}(t) - i_{c1}(t) = C_2 \cdot \frac{d(v_{c2}(t))}{dt} - C_1 \cdot \frac{d(E - v_{c2}(t))}{dt} = (C_2 + C_1) \cdot \frac{d(v_{c2}(t))}{dt}$

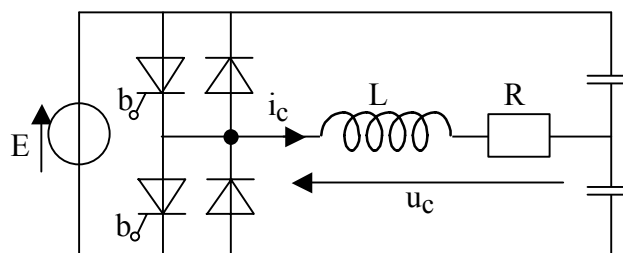
$$i_{ch}(t) = 2 \cdot C_2 \cdot \frac{d(v_{c2}(t))}{dt} = 2 \cdot i_{c2}(t)$$



d) et e)

A la fréquence du fondamental, l'argument de l'impédance du dipôle RL est de $\frac{\pi}{4}$ (car $L\omega = R$ par hypothèse). Le fondamental de $u_{ch}(t)$ est donc déphasé de $\frac{\pi}{4}$ par rapport au fondamental du courant $i_{ch}(t)$.

Par une méthode hors programme, on peut montrer que la structure du convertisseur réalisant ce cahier des charges pour une fonction onduleur est la suivante :

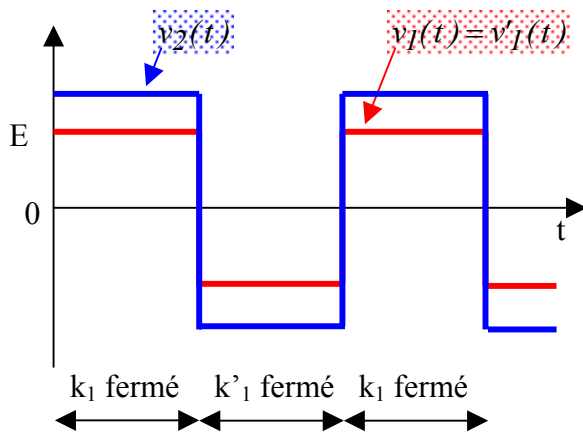


[Retour](#)

Réponse 12:

D'après la loi de Faraday :

$$v_1(t) = \frac{N_1}{2} \cdot \frac{d(\varphi(t))}{dt} ; v'_1(t) = \frac{N_1}{2} \cdot \frac{d(\varphi(t))}{dt} ; v_2(t) = N_2 \cdot \frac{d(\varphi(t))}{dt}$$

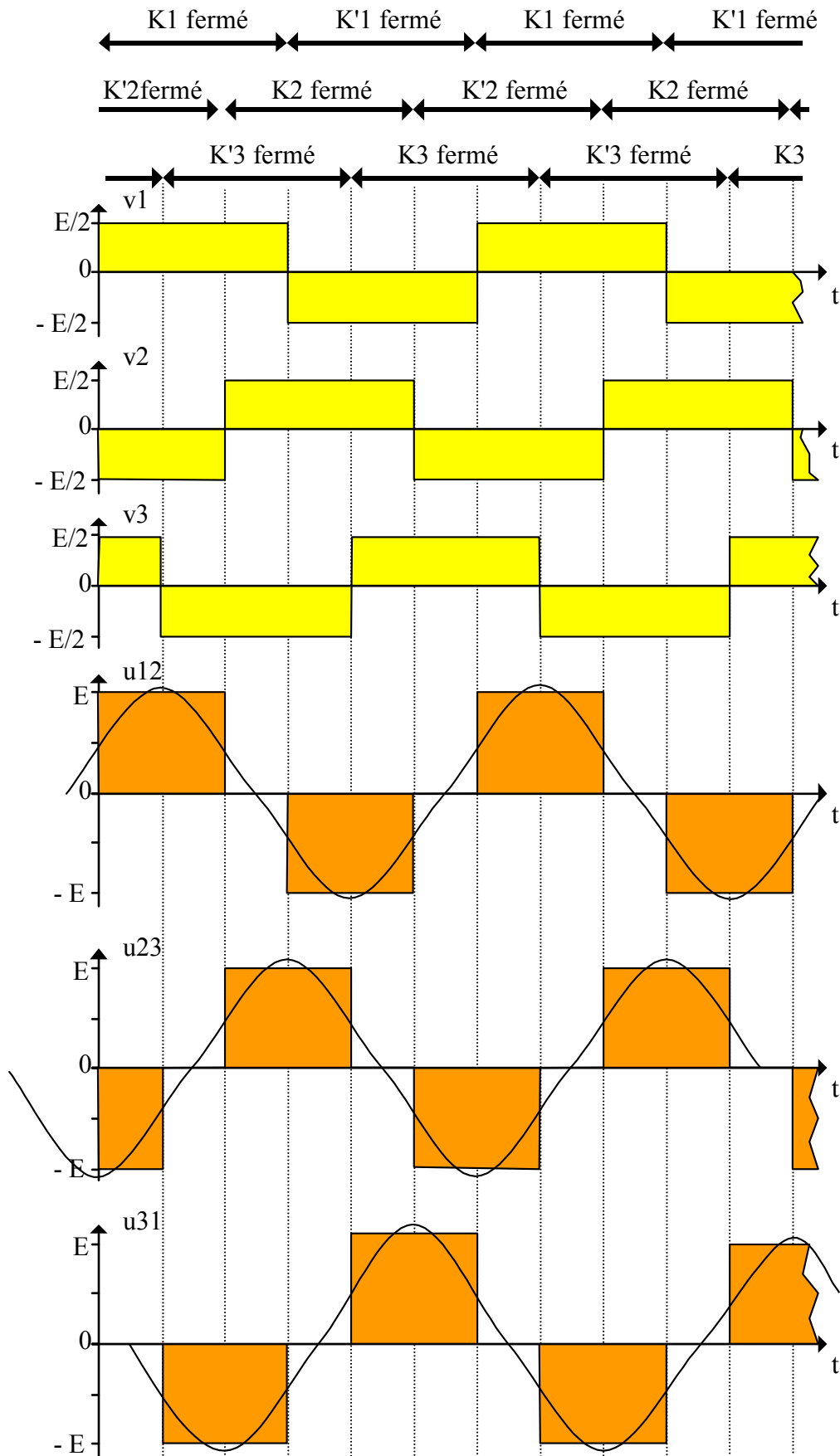


Donc $v_1(t) = v'_1(t)$

et $v_2(t) = \frac{2 \cdot N_2}{N_1} \cdot v_1(t)$

[Retour](#)

Réponse 13:



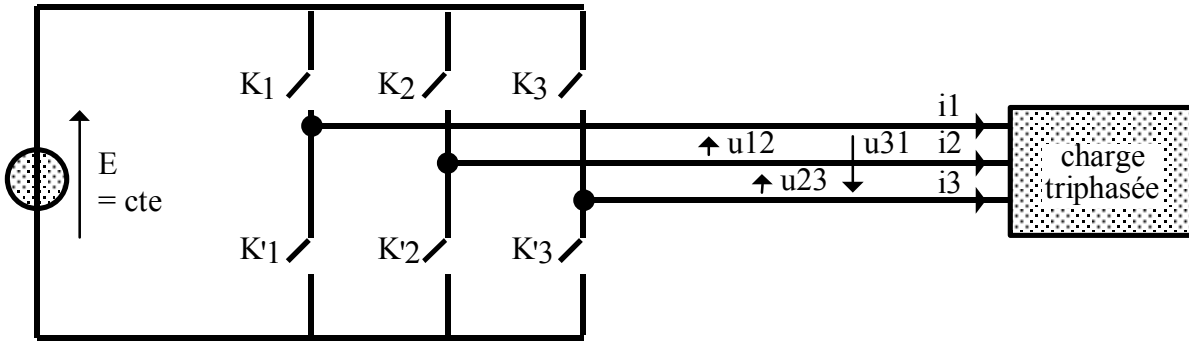
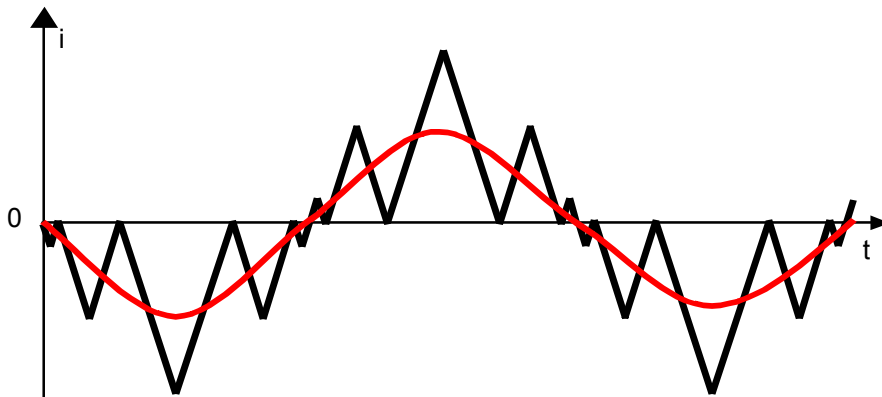
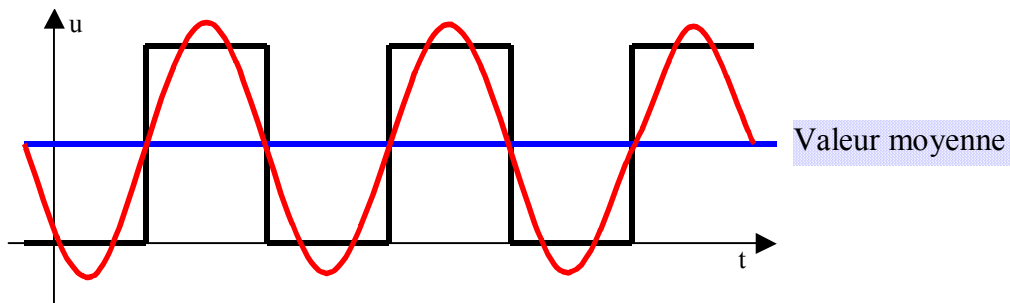


Schéma de principe à trois bras d'onduleurs

[Retour](#)

Réponse 14:



[Retour](#)

Réponse 15:

* $v(t) = V_o = \text{constante} : P = V_o \cdot I_{moy} + 0 + 0 + \dots + 0 + \dots = V_o \cdot I_{moy}$

* $i(t) = I_o = \text{constante} : P = V_{moy} \cdot I_o + 0 + 0 + \dots + 0 + \dots = V_{moy} \cdot I_o$

* $v(t)$ et $i(t)$ alternatifs sinusoïdaux de même période ;

$$P = 0 + V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) + 0 + \dots + 0 + \dots = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

* $v(t)$ alternatif sinusoïdal et $i(t)$ périodique de même période :

$$P = 0 + V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) + 0 + \dots + 0 + \dots = V_{eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1)$$

* $i(t)$ alternatif sinusoïdal et $v(t)$ périodique de même période :

$$P = 0 + V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) + 0 + \dots + 0 + \dots = V_{1eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_1)$$

[Retour](#)