



BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE

(P.L.L. = Phase Locked Loop)

Pierre Le Bars
(avec la collaboration de Francis Gary)
lebars@moniut.univ-bpclermont.fr

BOUCLE A VERROUILLAGE DE PHASE (P.L.L. = Phase Locked Loop)

I/ Introduction

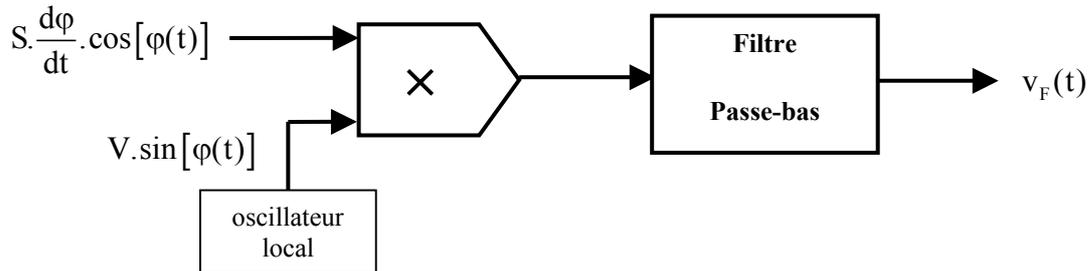
Le principe de la PLL a été décrit par Bellescise en 1932, mais la PLL a été longtemps ignorée du fait de la complexité de sa réalisation avec les technologies de l'époque (tubes à vide). L'avènement des circuits intégrés LSI (Large Scale Integration) l'a remise à l'honneur.

L'idée de départ est la suivante : pour démoduler une onde modulée en fréquence, on réalise tout d'abord une transformation modulation de fréquence → modulation d'amplitude (et de fréquence), en utilisant par exemple un circuit dérivateur :

$$s_m(t) = S \cdot \sin[\varphi(t)] \Rightarrow \frac{ds_m}{dt} = S \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \underbrace{\cos[\varphi(t)]}_{MF}$$

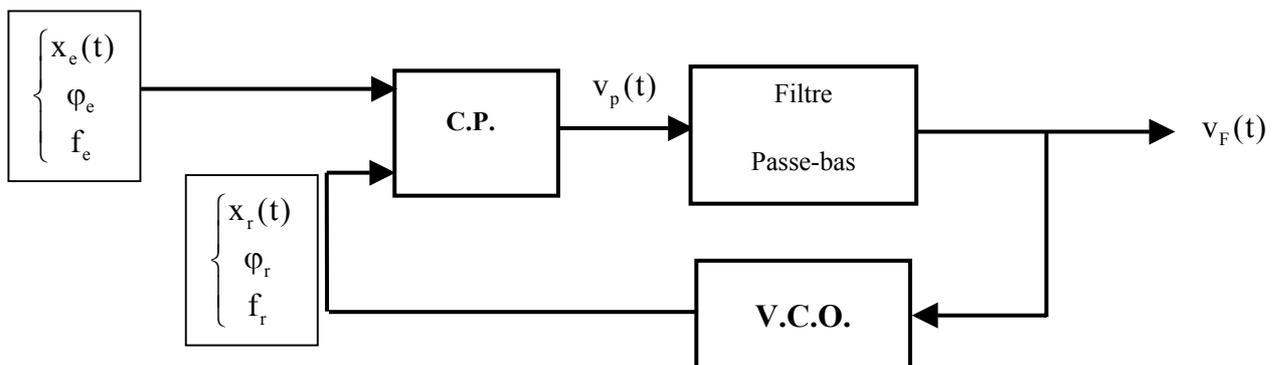
$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega(t) = \omega_p + k_F \cdot s_i(t) \quad (MA)$$

Or le taux de modulation en modulation de fréquence est en général très faible (de l'ordre de 10^{-4}). Le taux de la modulation d'amplitude sera donc aussi très faible, et pour minimiser l'influence des parasites, on utilisera une détection synchrone pour effectuer la démodulation d'amplitude :



Le problème consiste à avoir à tout instant un signal délivré par l'oscillateur local de même fréquence et en phase avec la porteuse (de la modulation d'amplitude !) du signal d'entrée. Si la démodulation est correcte, le signal de sortie v_F est proportionnel à l'information s_i , qui commande la fréquence du signal d'entrée. D'où l'idée d'utiliser v_F pour commander un VCO (Voltage Controlled Oscillator) dont la fréquence est centrée sur f_p .

II/ Boucle à verrouillage de phase : description



La boucle comporte trois éléments fondamentaux :

- un comparateur de phase élaborant une grandeur v_p image de la différence de phase $\varphi_e - \varphi_r$
- un filtre passe-bas
- un VCO : oscillateur dont la fréquence est commandée en tension : $f_r = f_0 + K_0 \cdot v_F$

La fonction de cette boucle est d'asservir la phase φ_r du signal de retour à la phase φ_e du signal d'entrée (ou la fréquence f_r à la fréquence f_e).

III/ Etude des différents éléments de la PLL

-1- VCO

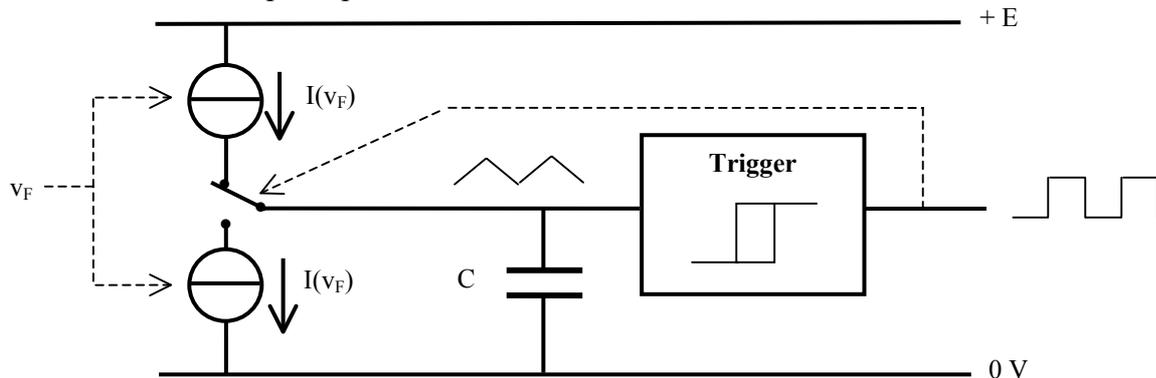
C'est un oscillateur qui fournit un signal $x_r(t)$ (sinusoïdal, carré ou plus rarement triangulaire) dont la fréquence est commandée par une tension de commande v_F .

1.1. Exemples de réalisation

Premier exemple : voir le TP n°1

Deuxième exemple : circuit intégré 8038 ou VCO de la PLL intégré 4046 :

Schéma de principe :



Le système comprend :

- 2 sources de courant I commandées par v_F : $I = I(v_F)$
- un trigger
- un système inverseur commandé par la sortie du trigger
- un condensateur extérieur au circuit intégré, qui se charge et se décharge à courant constant entre les 2 tensions de seuil du trigger.

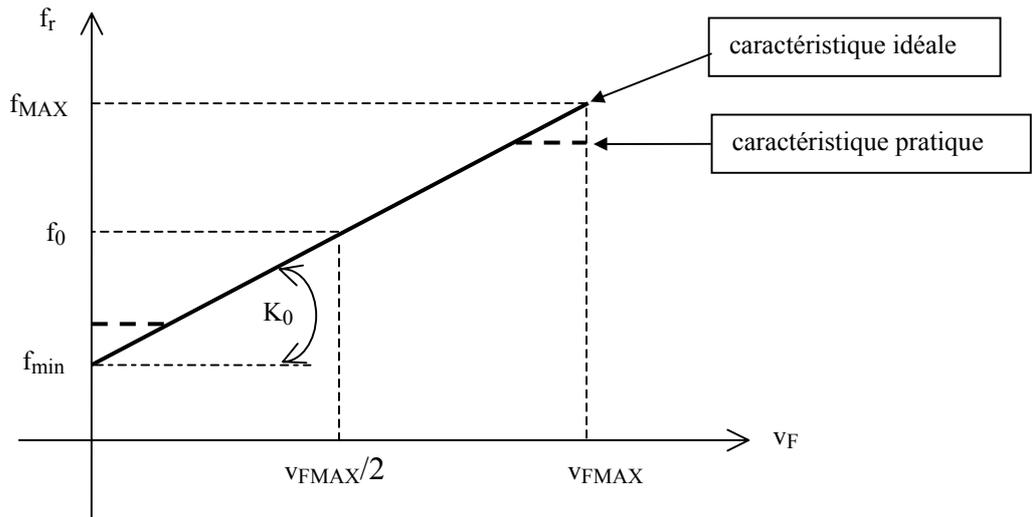
1.2 Caractéristique : exemple de la PLL intégré 4046

Pour la PLL intégré 4046, la relation liant la fréquence de sortie f_r à v_F est affine.

f_{\min} = fréquence pour $v_F = 0$

f_{\max} = fréquence pour $v_F = v_{F\max} = E$ tension d'alimentation du circuit

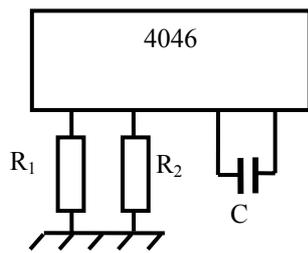
f_0 = fréquence centrale = $\frac{f_{\max} + f_{\min}}{2}$ obtenue pour $v_F = \frac{V_{F\max}}{2}$



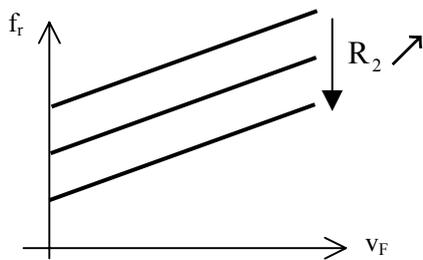
$$f_r = f_0 + K_0 \cdot \left(v_F - \frac{v_{FMAX}}{2} \right) = f_{min} + K_0 \cdot v_F$$

K_0 est le rapport de conversion exprimé en Hz/V.

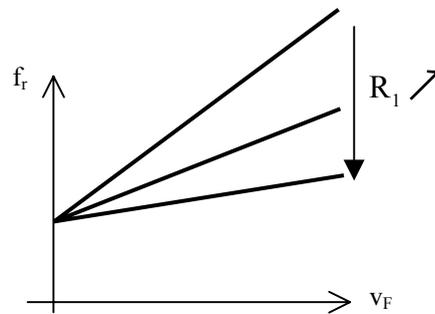
Dans le cas du circuit intégré 4046, 3 éléments extérieurs permettent de contrôler cette caractéristique :



$$\left. \begin{aligned} f_{min} &\approx \frac{1}{R_2 \cdot C} \\ f_{MAX} &\approx f_{min} + \frac{1}{R_1 \cdot C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_0 \approx \frac{1}{R_1 \cdot C \cdot E}$$

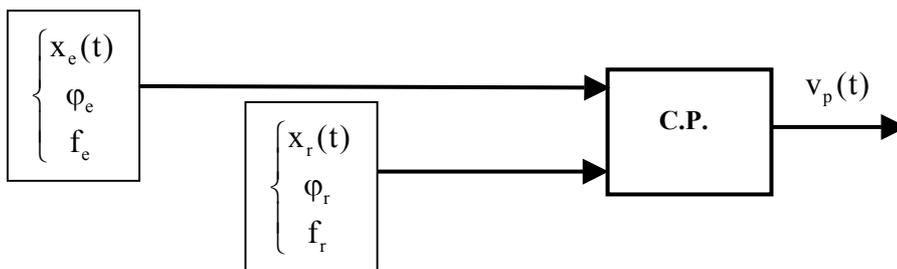


$C = \text{cste}, R_1 = \text{cste}, R_2 \text{ variable}$



$C = \text{cste}, R_2 = \text{cste}, R_1 \text{ variable}$

-2- Comparateur de phase

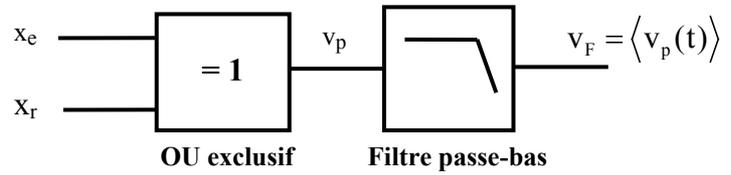


Ce circuit doit fournir un signal $v_p(t)$ image de l'écart de phase $\varphi_e - \varphi_r$ entre les 2 signaux x_e et x_r , lorsque **la boucle est verrouillée**, c'est à dire lorsque $f_e = f_r$.

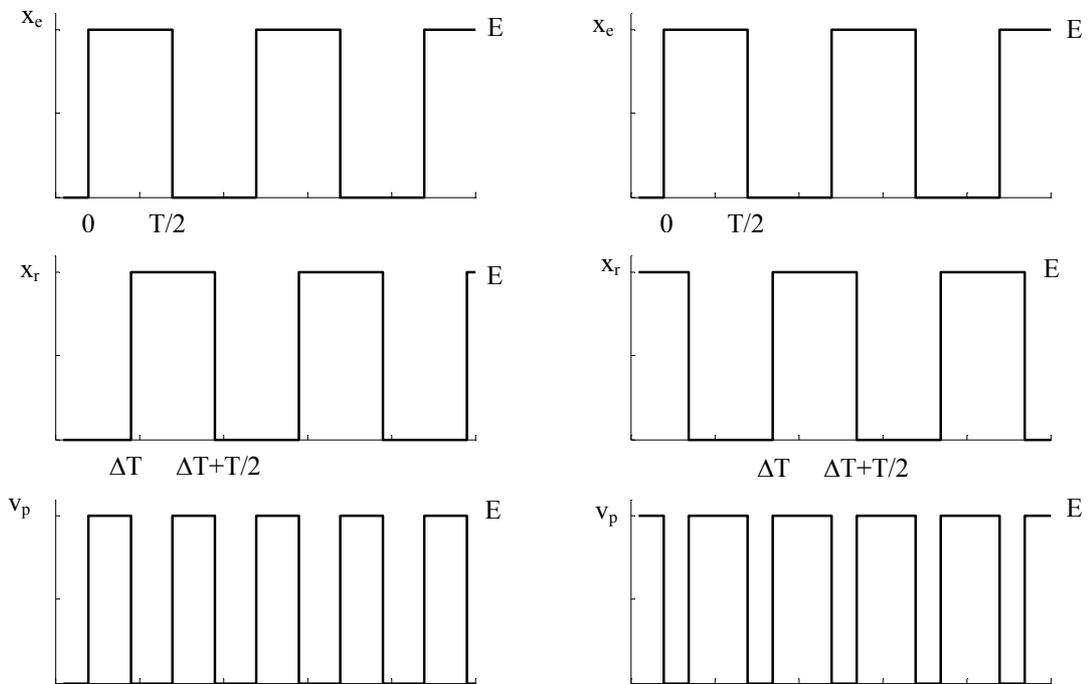
Il existe différents comparateurs de phase suivant la nature des signaux x_e et x_r : rectangulaires ou sinusoïdaux.

2.1. Comparateur de phase pour signaux rectangulaires

On utilise un OU exclusif :



a) rapport cyclique r = 1/2

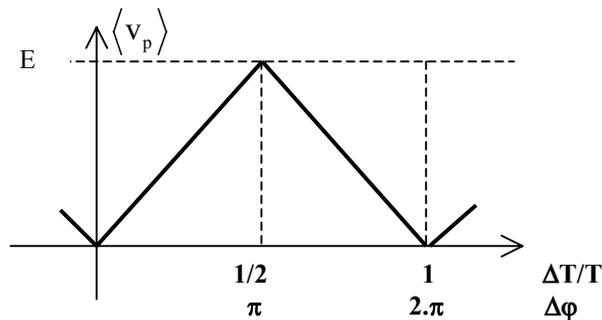


$$\Delta T < \frac{T}{2}$$

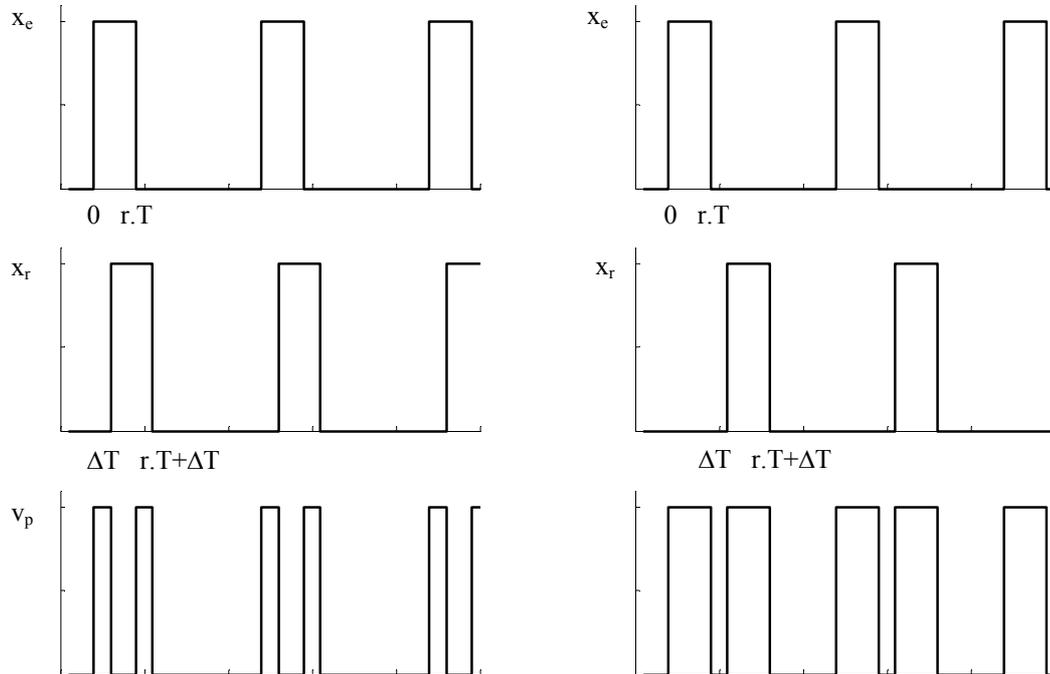
$$\langle v_p \rangle = 2.E. \frac{\Delta T}{T} = \frac{E}{\pi} \cdot \Delta \varphi$$

$$\Delta T > \frac{T}{2}$$

$$\langle v_p \rangle = 2.E. \left(1 - \frac{\Delta T}{T}\right) = \frac{E}{\pi} \cdot (2\pi - \Delta \varphi)$$



b) rapport cyclique r < 1/2

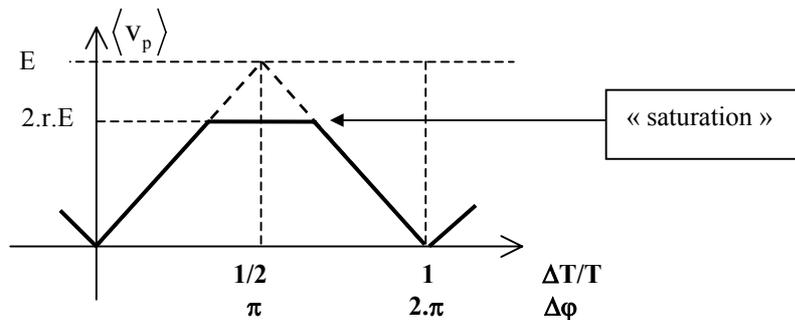


$$\boxed{\Delta T < r.T}$$

$$\langle v_p \rangle = 2.E. \frac{\Delta T}{T} = \frac{E}{\pi} \cdot \Delta \varphi$$

$$\boxed{\Delta T > r.T}$$

$$\langle v_p \rangle = 2.E. \frac{r.T}{T} = 2.r.E$$



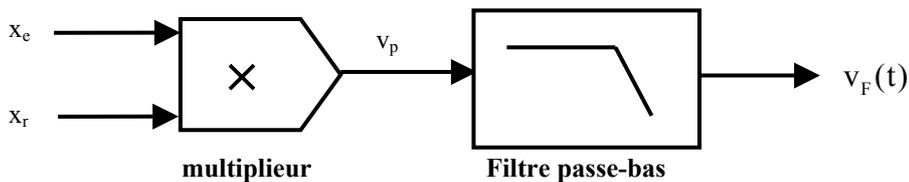
Remarque : dans les deux cas, la fréquence de v_p est $2.f_e$

Dans le cas où le rapport cyclique est 1/2, tant que $0 \leq \Delta \varphi \leq \pi$, on pourra écrire :

$$v_F(t) = \langle v_p(t) \rangle = K_D \cdot \Delta \varphi \quad \text{avec : } K_D = \frac{E}{\pi} \quad (\text{exprimé en V/rad})$$

2.2. Comparateur de phase pour signaux sinusoïdaux

On utilise alors un multiplieur, et on retrouve la structure d'une détection synchrone :



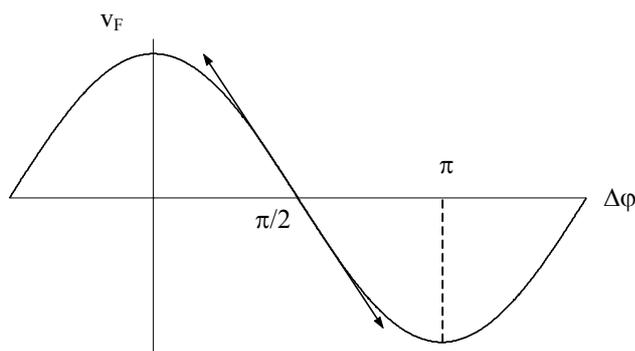
Le multiplieur fournit une tension : (U_C est une caractéristique du multiplieur)

$$v_p(t) = \frac{x_e \cdot x_r}{U_C} = \frac{X_e \cdot \cos[\omega_e \cdot t + \varphi_e] \cdot X_r \cdot \cos[\omega_e \cdot t + \varphi_r]}{U_C} = \frac{X_e \cdot X_r}{2 \cdot U_C} \cdot [\cos(\varphi_e - \varphi_r) + \cos(2 \cdot \omega_e \cdot t + \varphi_e + \varphi_r)]$$

Un filtre passe-bas permet d'éliminer la composante de fréquence $2 \cdot f_e$:

$$v_F = \langle v_p(t) \rangle = \frac{X_e \cdot X_r}{2 \cdot U_C} \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_r)$$

D'où la caractéristique :



Cette caractéristique est linéaire au voisinage de $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Si on

pose $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + \Delta\theta$, on aura :

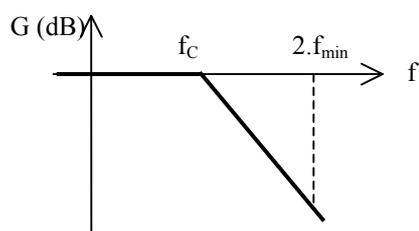
$$\begin{aligned} v_F &= \frac{X_e \cdot X_r}{2 \cdot U_C} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \Delta\theta\right) \\ &= -\frac{X_e \cdot X_r}{2 \cdot U_C} \cdot \sin(\Delta\theta) \\ &\approx -\frac{X_e \cdot X_r}{2 \cdot U_C} \cdot \Delta\theta \\ &= K_D \cdot \Delta\theta \end{aligned}$$

Avantage par rapport au OU exclusif : v_F est positif ou négatif.

Inconvénients : K_D dépend de l'amplitude des signaux et la caractéristique n'est pas linéaire.

-3- Filtre passe-bas

Indépendamment du comparateur de phase utilisé (OU exclusif ou multiplieur), le filtre passe-bas doit éliminer la fréquence $2 \cdot f_e$. On prendra une fréquence de coupure $f_c \ll 2 \cdot f_{\min}$ (f_{\min} = fréquence minimale du VCO) de façon à assurer un fonctionnement correct dans tous les cas.



Ce filtre est en général du premier ou du deuxième ordre.
Il peut également jouer le rôle de correcteur.

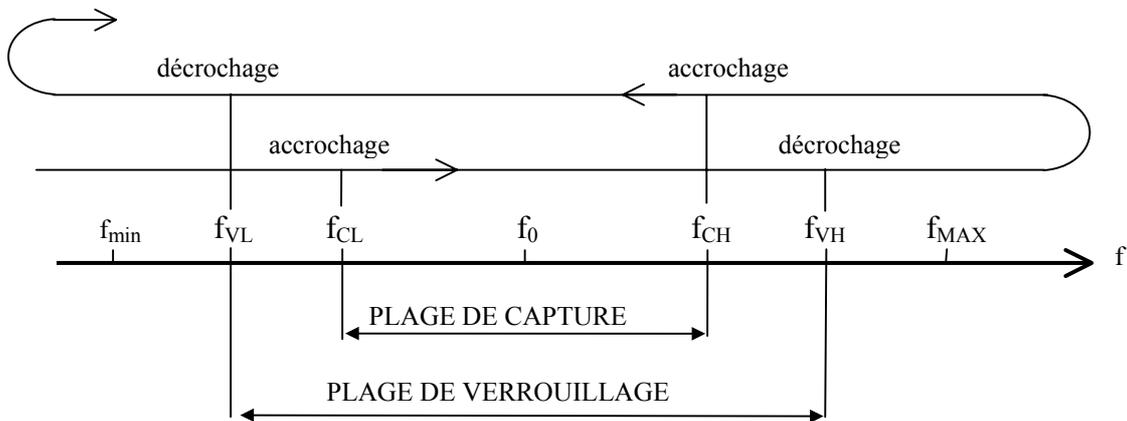
IV/ Description qualitative du fonctionnement de la boucle

Nous utiliserons par la suite un comparateur de phase à OU exclusif.

Appliquons à l'entrée de la boucle un signal x_e de fréquence $f_e \ll f_{\min}$. A la limite, si $f_e \rightarrow 0$, v_p aura la même fréquence que x_r , et $v_F = \langle v_p \rangle = \frac{E}{2}$. On aura donc : $f_r = f_0$. Le VCO oscille à la fréquence centrale.

On augmente f_e . Pour une certaine valeur f_{CL} de f_e , **f_r devient rigoureusement égale à f_e** : on dit que la boucle « **accroche** » ou qu'elle est « **verrouillée** ». Cette fréquence f_{CL} est la fréquence de capture basse. On continue à augmenter f_e : la fréquence f_r suit la fréquence f_e ($f_e = f_r$). Arrivé à une fréquence f_{VH} , la boucle « décroche », et $f_r = f_0 \neq f_e$; cette fréquence est la fréquence de verrouillage haute. Pour reverrouiller la boucle, il faut redescendre à une fréquence $f_{CH} \leq f_{VH}$, appelée fréquence de capture haute. Enfin, si on continue à diminuer f_e , la boucle décroche pour une fréquence $f_{VL} \leq f_{CL}$, appelée fréquence de verrouillage basse.

Ceci peut être résumé par la figure ci-dessous :



Par définition : **Boucle verrouillée** $\Leftrightarrow f_e = f$

Plage de capture = $[f_{CL}, f_{CH}]$
 = plage de fréquence dans laquelle il faut amener f_e pour verrouiller la boucle si elle ne l'était pas initialement.

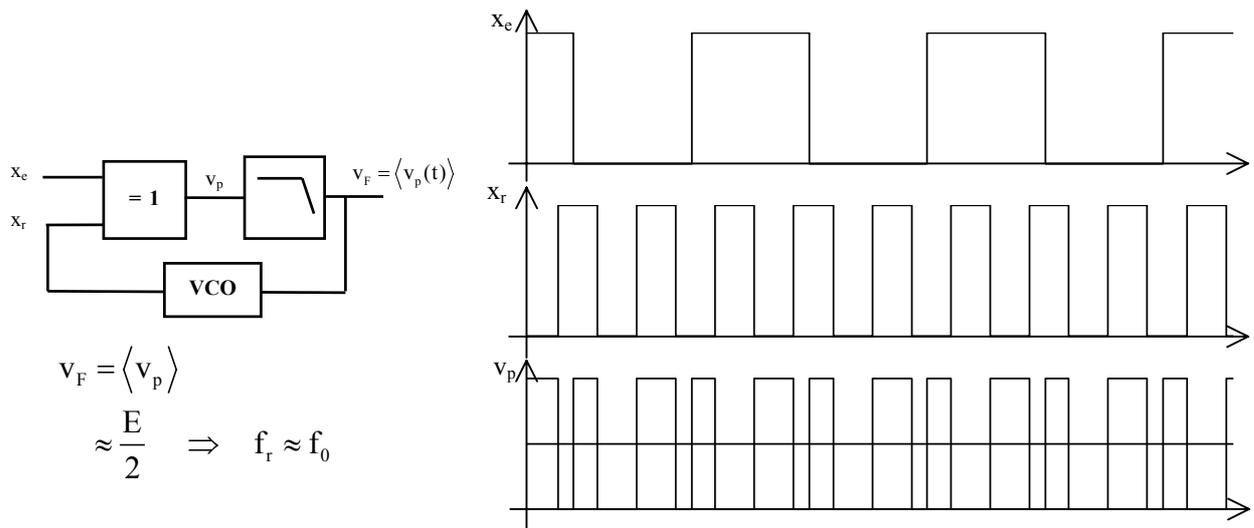
Plage de verrouillage = $[f_{VL}, f_{VH}]$
 = plage de fréquence dans laquelle la boucle reste verrouillée.

Ces plages dépendent du comparateur de phase utilisé, et des caractéristiques du filtre passe-bas. On a toujours : $f_{CH} - f_{CL} \leq f_{VH} - f_{VL}$.

V/ Comportement statique de la boucle

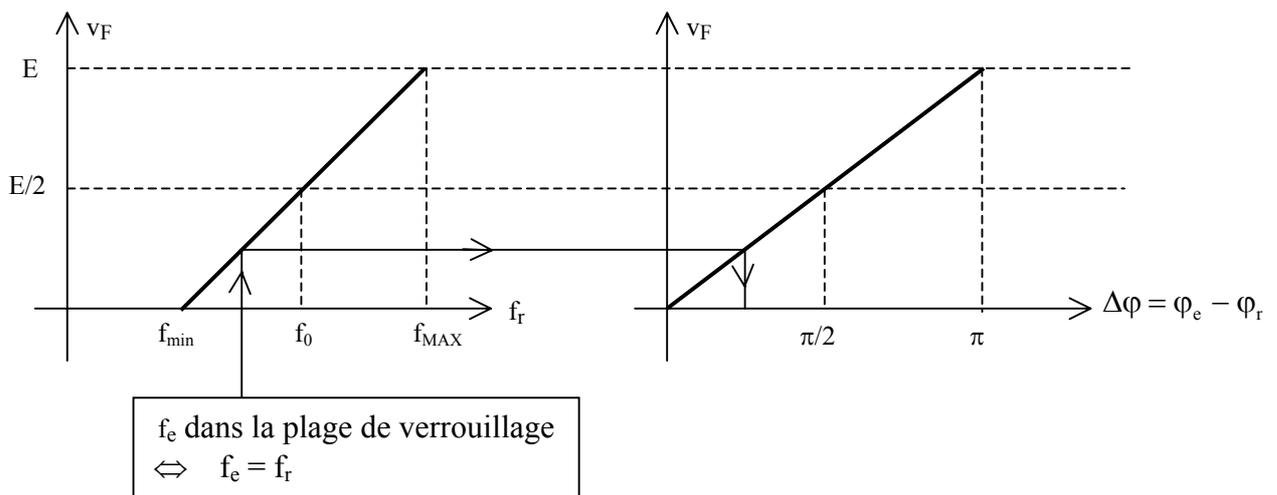
-1- Avant le verrouillage

On applique à l'entrée de la boucle un signal de fréquence $f_e < f_{\min}$.



-2- Dans la plage de verrouillage

Le VCO est défini par sa caractéristique $f(v_F)$ et l'ensemble OU exclusif + filtre par sa caractéristique $v_F = g(\Delta\varphi) = g(\varphi_e - \varphi_r)$



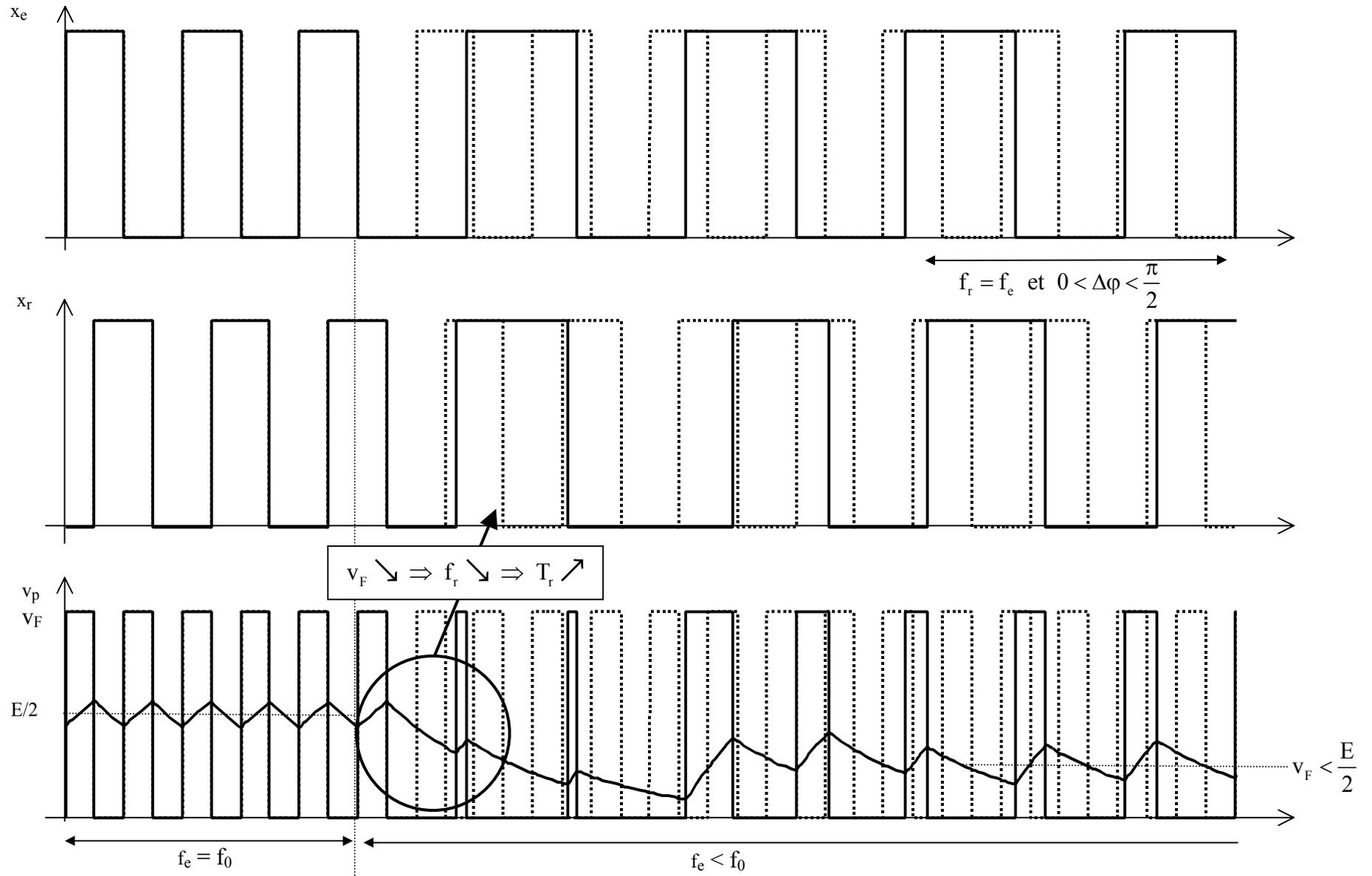
$$\begin{cases}
 f_e = f_0 \Rightarrow v_F = \frac{E}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \\
 f_e \approx f_{min} \Rightarrow v_F \approx 0 \Rightarrow \Delta\varphi \approx 0 \\
 f_e \approx f_{MAX} \Rightarrow v_F \approx E \Rightarrow \Delta\varphi \approx \pi
 \end{cases}$$

VI/ Comportement dynamique de la boucle

-1- Phénomène de poursuite

Supposons la boucle verrouillée, et $f_e = f_0$. On a donc $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. On diminue, par exemple la fréquence du signal d'entrée. La figure page suivante explique pourquoi la fréquence du signal de réaction suit la fréquence du signal d'entrée (« phénomène de poursuite »)

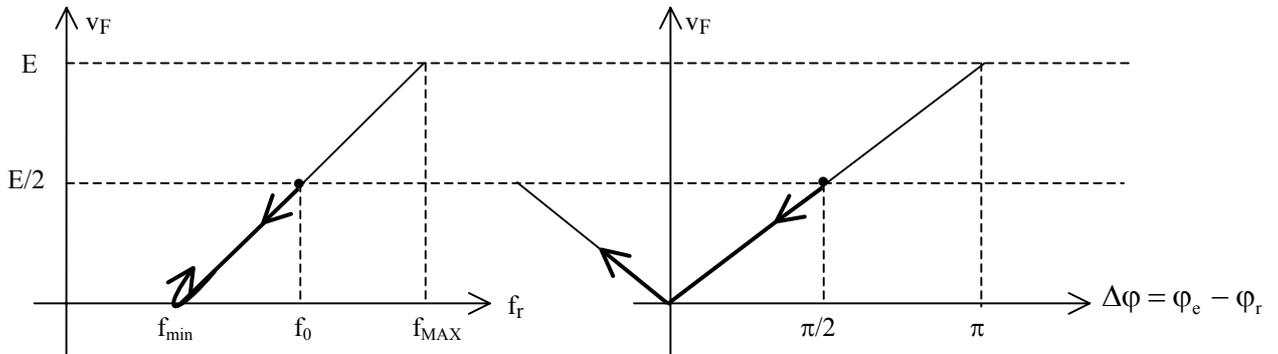
Boucle verrouillée : phénomène de « poursuite »



Remarque : pour expliquer le phénomène, l'ondulation de $v_F(t)$ a été exagérée.

-2- Pourquoi la boucle décroche-t-elle ?

Partons de $f_e = f_0$ ($\Rightarrow \Delta\varphi = \pi/2$) et diminuons la fréquence f_e : v_F diminue et $\Delta\varphi$ aussi.
Si $\Delta\varphi$ tend à devenir négatif, v_F se met à augmenter (v_F ne peut pas être négative) et donc f_r aussi : f_e diminue et f_r augmente ; la boucle a décroché : elle réagit dans le mauvais sens.



VII/ Etude fonctionnelle dynamique de la boucle

La PLL est un asservissement de phase. On est donc amené à établir sa fonction de transfert :

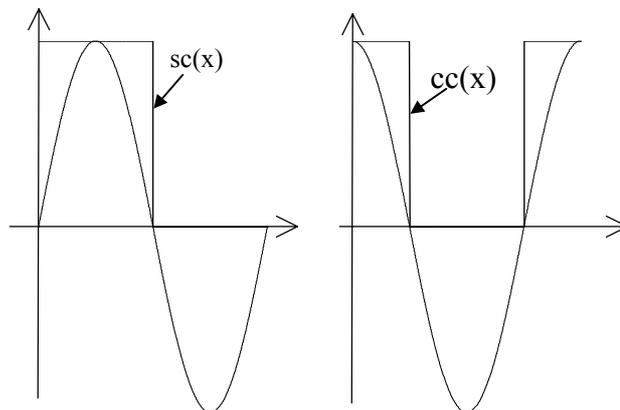
- 1^{ère} étape : modéliser chaque élément de la boucle, c'est à dire déterminer la fonction de transfert reliant les grandeurs d'entrée et de sortie fonctionnelles
- 2^{ème} étape : établir la fonction de transfert du système bouclé.

-1- Notations

Les signaux x_e et x_r étant des signaux carrés, nous allons définir les fonctions :

« sinus carré » : $sc(x) = 1 \Leftrightarrow \sin(x) \geq 0$ et $sc(x) = 0 \Leftrightarrow \sin(x) < 0$

« cosinus carré » : $cc(x) = 1 \Leftrightarrow \cos(x) \geq 0$ et $cc(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) < 0$



-2- Comparateur de phase

$$x_e(t) = X_E \cdot cc[\omega_0 \cdot t + \varphi_e] \text{ et } x_r(t) = X_R \cdot sc[\omega_0 \cdot t + \varphi_r]$$

Avec ces conventions, (x_e en cosinus st x_r en sinus) pour $f_e = f_r = f_0$, on a $\Delta\varphi = 0$.

Les grandeurs d'entrée « physiques » sont les tensions $x_e(t)$ et $x_r(t)$, mais les **grandeurs fonctionnelles d'entrée sont les phases φ_e et φ_r** .

De même, la grandeur physique de sortie est la tension v_p , mais la grandeur fonctionnelle de sortie est la valeur moyenne de v_p , notée $\langle v_p \rangle$, et même, pour être plus précis, la grandeur fonctionnelle de sortie est la variation de $\langle v_p \rangle$ autour de $E/2$.

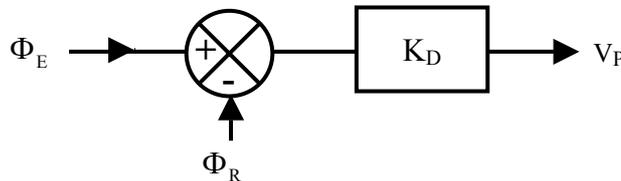
Pour un OU exclusif, on a vu que :

$$\langle v_p \rangle = \frac{E}{2} + \frac{E}{\pi} \cdot (\varphi_e - \varphi_r) = \frac{E}{2} + K_D \cdot (\varphi_e - \varphi_r) \Rightarrow \langle v_p \rangle - \frac{E}{2} = K_D \cdot (\varphi_e - \varphi_r)$$

soit, en prenant la transformée de Laplace de chaque membre :

$$V_p(p) = K_D \cdot [\Phi_E(p) - \Phi_R(p)] \quad \text{où } V_p(p) = \mathcal{L} \left[\langle v_p \rangle - \frac{E}{2} \right]$$

D'où le schéma fonctionnel :



Remarque : on pourra tenir compte ultérieurement de l'ondulation de v_p (de fréquence $2.f_e$) en la traitant comme une perturbation.

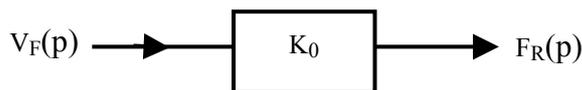
-3- Filtre passe-bas

Le filtre est caractérisé par sa fonction de transfert $T(p)$ du 1^{er} ou du 2^{eme} ordre, telle que : $\lim_{p \rightarrow 0} T(p) = 1$ et $\lim_{p \rightarrow \infty} T(p) = 0$.

$$V_p(p) = \mathcal{L} \left[\langle v_p \rangle - \frac{E}{2} \right] \longrightarrow \boxed{T(p)} \longrightarrow V_F(p) = \mathcal{L} \left[v_F(t) - \frac{E}{2} \right]$$

-4- V.C.O

La grandeur d'entrée fonctionnelle est $v_F(t) - \frac{E}{2}$, dont la transformée de Laplace est $V_F(p)$, et la grandeur fonctionnelle de sortie est la variation de f_r par rapport à f_0 (Transformée de Laplace : $F_R(p) = \mathcal{L} [f_r(t) - f_0]$).



Mais ce qui nous intéresse c'est la phase Φ_R .

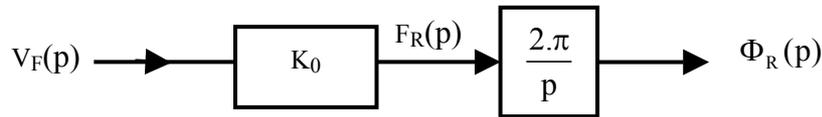
Par définition (voir chapitre modulation de fréquence) :

$$\omega_r = \omega_0 + \frac{d\phi_r}{dt} \Rightarrow f_r = f_0 + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi_r}{dt} \Rightarrow f_r - f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi_r}{dt}$$

Soit en prenant la transformée de Laplace de chaque membre :

$$F_R(p) = \frac{p}{2\pi} \cdot \Phi_R(p) \Rightarrow \Phi_R(p) = \frac{2\pi}{p} \cdot F_R(p)$$

D'où le schéma fonctionnel correspondant au VCO :



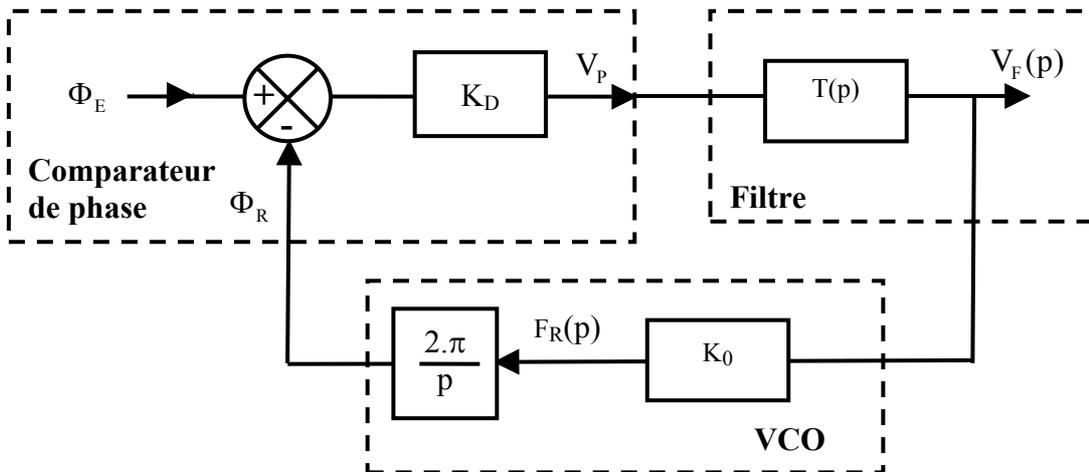
-5- Schéma fonctionnel de la boucle à verrouillage de phase

Signalons encore une fois que ce schéma fonctionnel est établi pour les **variations** des différentes grandeurs autour du point défini par :

$$f_e = f_r = f_0 ; \Delta\phi = 0 ; \langle v_p \rangle = \frac{E}{2} ; v_F = \frac{E}{2}$$

et

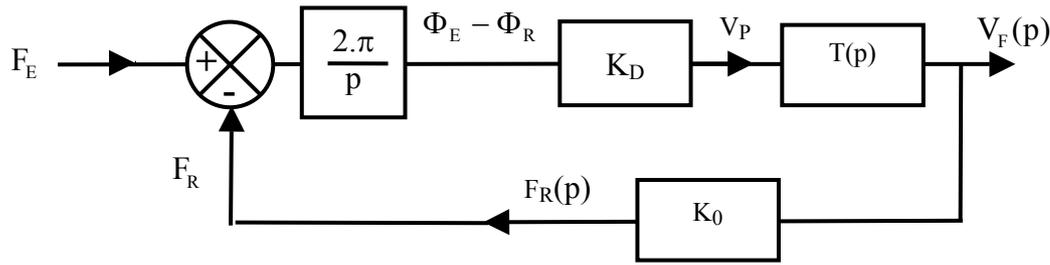
$$F_E(p) = \mathcal{L}[f_e - f_0] ; F_R(p) = \mathcal{L}[f_r - f_0] ; V_P(p) = \mathcal{L}\left[\langle v_p(t) \rangle - \frac{E}{2}\right] \text{ et } V_F(p) = \mathcal{L}\left[v_F(t) - \frac{E}{2}\right]$$



Variante : on peut également considérer que les grandeurs fonctionnelles d'entrée et de retour sont les fréquences F_E et F_R :

$$\Phi_E - \Phi_R = \frac{2\pi}{p} \cdot F_E - \frac{2\pi}{p} \cdot F_R = \frac{2\pi}{p} \cdot (F_E - F_R)$$

On obtient alors le schéma fonctionnel :



-6- Expression des fonctions de transfert en boucle fermée

Suivant la grandeur de sortie utilisée (f_r ou v_f) et la grandeur d'entrée (f_e ou φ_e), on obtiendra différentes fonctions de transfert en boucle fermée :

$$W_1(p) = \frac{V_F(p)}{\Phi_E(p)} = \frac{K_D \cdot T(p)}{1 + K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}$$

$$W_2(p) = \frac{\Phi_R(p)}{\Phi_E(p)} = \frac{K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}{1 + K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}$$

$$W_3(p) = \frac{F_R(p)}{F_E(p)} = \frac{K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}{1 + K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}$$

$$W_4(p) = \frac{V_F(p)}{F_E(p)} = \frac{K_D \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}{1 + K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)}$$

Expressions à mettre sous forme canonique suivant le filtre passe-bas utilisé (fonction de transfert $T(p)$).

-7- Comportement de la boucle pour différentes excitations

On s'intéresse dans ce paragraphe aux phases φ_e et φ_r , donc à la fonction de transfert $W_2(p)$.

7.1. Erreur de position

Soit $\varepsilon_\varphi = \varphi_e - \varphi_r$ cette erreur (en régime permanent) :

$$E_\varphi(p) = \Phi_E(p) - \Phi_R(p) = \Phi_E(p) \cdot [1 - W_2(p)]$$

$$\Rightarrow \frac{E_\varphi(p)}{\Phi_E(p)} = 1 - W_2(p) = \frac{1}{1 + K_D \cdot K_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{p} \cdot T(p)} = \frac{p}{p + K_D \cdot K_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot T(p)}$$

Mettons en entrée un échelon de phase : $\Phi_E(p) = \frac{\Delta\Phi}{p}$:

$$\varepsilon_\varphi = \lim_{p \rightarrow 0} p.E_\Phi(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{\Delta\Phi}{p} \cdot \frac{p}{p + K_D \cdot K_0 \cdot 2\pi \cdot T(p)} = 0$$

L'erreur de position est nulle : $\varphi_e = \varphi_r$. En particulier $\frac{d\varphi_e}{dt} = \frac{d\varphi_r}{dt} \Rightarrow f_e = f_r = f_0$.

7.2. Erreur de traînage

$$\varphi_e(t) = a.t \Rightarrow \Phi_E(p) = \frac{a}{p^2}$$

Signification physique : $x_e = X_E \cdot \text{cc}[\omega_0.t + \varphi_e(t)] = X_E \cdot \text{cc}[\omega_0.t + a.t] = X_E \cdot \text{cc}[(\omega_0 + a).t]$.

Cette erreur de traînage correspond au cas où la fréquence d'entrée f_e est différente de f_0 :

$$f_e = f_0 + \frac{a}{2\pi}$$

$$\varepsilon_\varphi = \lim_{p \rightarrow 0} p.E_\Phi(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{a}{p^2} \cdot \frac{p}{p + K_D \cdot K_0 \cdot 2\pi \cdot T(p)} = \frac{a}{K_D \cdot K_0 \cdot 2\pi} \quad \text{si } T(p) = 1 \text{ pour } p = 0.$$

Il existe donc une erreur de traînage, c'est à dire un déphasage entre les signaux d'entrée et de retour (sauf si $T(p) \rightarrow \infty$ lorsque $p \rightarrow 0$, ce qui est le cas du comparateur de phase n°2 de la PLL intégré 4046 : voir TD).

7.3. Plage de verrouillage

Nous savons que ce déphasage ne peut varier qu'entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$. Ceci impose donc une condition sur a :

$$|\varepsilon_\varphi| \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{|a|}{K_D \cdot K_0 \cdot 2\pi} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{|a|}{2\pi} \leq \frac{\pi}{2} \cdot K_D \cdot K_0$$

c'est à dire que la fréquence d'entrée doit rester dans une certaine plage pour que la boucle reste verrouillée (plage de verrouillage) :

$$f_0 - \frac{\pi}{2} \cdot K_D \cdot K_0 \leq f_e \leq f_0 + \frac{\pi}{2} \cdot K_D \cdot K_0$$

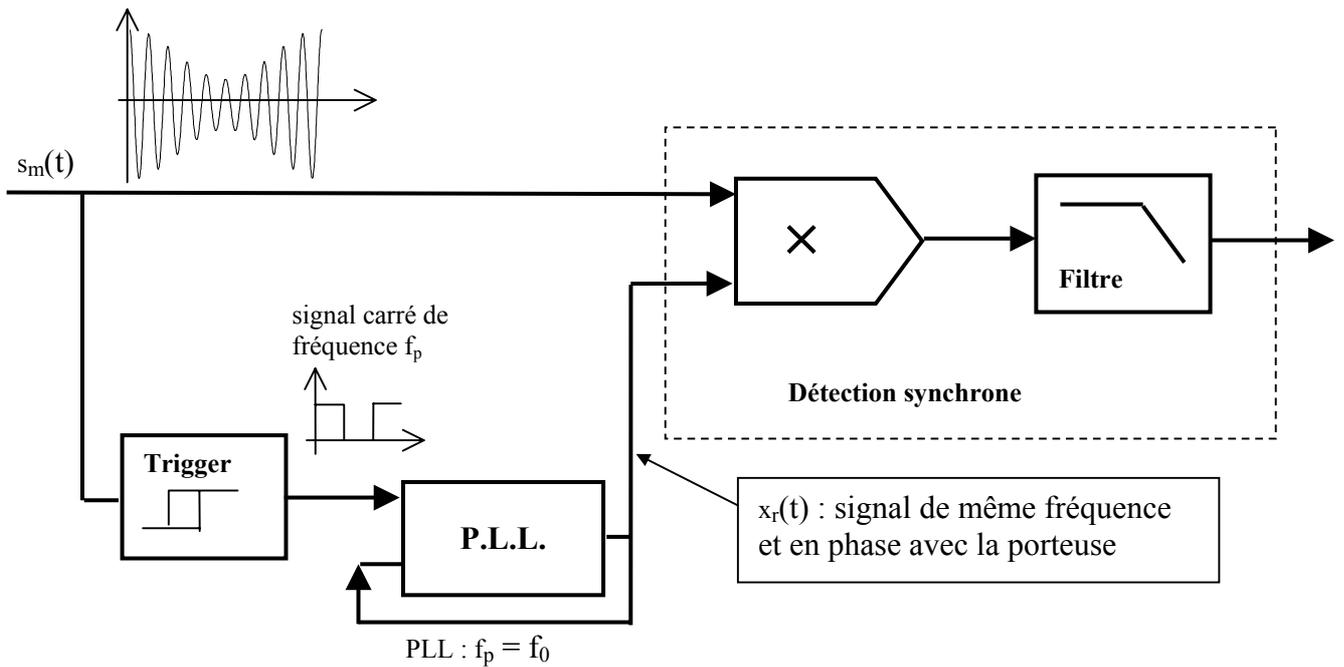
Remarque : pour un OU exclusif : $K_D = \frac{E}{\pi} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cdot K_D \cdot K_0 = \frac{E}{2} \cdot K_0 \Rightarrow f_{VL} = f_{\min}$ et $f_{VH} = f_{\max}$.

VII/ Applications de la PLL

-1- Démodulation d'amplitude

Le gros problème lorsqu'on utilise une détection synchrone pour démoduler un signal modulé en amplitude est de créer localement un signal de même fréquence que la porteuse et en phase avec celle-ci. Une PLL permet de résoudre ce problème.

Schéma de principe :



-2- Démodulation de fréquence

L'entrée de la PLL est un signal modulé en fréquence (nous supposons l'information sinusoïdale) :

$$f_e(t) = f_p + \Delta F \cdot \cos(\omega_i \cdot t) \quad \text{où} \quad f_i \ll f_p$$

Le VCO de la PLL est réglé de façon à avoir $f_p = f_0$. On a donc :

$$f_e(t) = f_0 + \Delta F \cdot \cos(\omega_i \cdot t)$$

On s'intéresse à la tension de sortie $v_F(t)$ du filtre. En régime harmonique :

$$\frac{V_F}{F_E}(j\omega_i) = W_4(j\omega_i) = \frac{K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i)}{1 + K_0 \cdot K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i)}$$

Si on dimensionne les éléments de la boucle à verrouillage de phase de façon à avoir :

$$\left| K_0 \cdot K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i) \right| \gg 1$$

on aura :

$$\frac{V_F}{F_E}(j\omega_i) = W_4(j\omega_i) = \frac{K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i)}{1 + K_0 \cdot K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i)} \approx \frac{K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i)}{K_0 \cdot K_D \cdot \frac{2\pi}{j\omega_i} \cdot T(j\omega_i)} = \frac{1}{K_0}$$

ou encore : $V_F = \frac{1}{K_0} \cdot F_E$

En revenant aux fonctions temporelles : $v_F(t) - \frac{E}{2} = \frac{1}{K_0} \cdot [f_e(t) - f_0] = \frac{1}{K_0} \cdot \Delta F \cdot \cos(\omega_i \cdot t)$

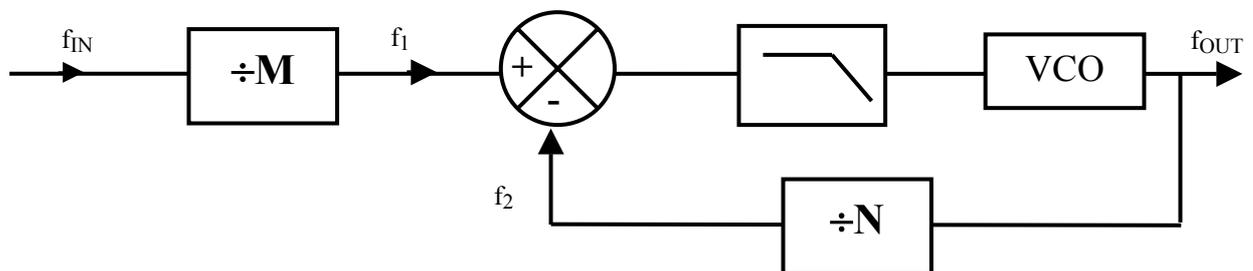
A une composante continue près ($E/2$), $v_F(t)$ est proportionnelle à l'information $s_i(t) = \Delta F \cdot \cos(\omega_i \cdot t)$. On a bien réalisé une démodulation de fréquence.

-3- Synthétiseur de fréquence

Un synthétiseur de fréquence est un système qui permet de générer, dans une certaine plage, des signaux de fréquence stable et en phase avec un générateur étalon (oscillateur à quartz : précision de l'ordre de 10^{-6}).

On sait facilement réaliser des diviseurs de fréquence (à l'aide de compteurs). Par contre il est plus délicat de réaliser des multiplieurs de fréquence.

Le schéma ci-dessous utilise deux diviseurs de fréquence par M et N :



Lorsque la boucle est verrouillée : $f_1 = f_2$. On a donc :

$$f_1 = \frac{f_{IN}}{M} = f_2 = \frac{f_{OUT}}{N} \Rightarrow \boxed{f_{OUT} = f_{IN} \cdot \frac{N}{M}}$$

La fréquence de sortie f_{OUT} sera aussi précise et aussi stable que la fréquence d'entrée f_{IN} .

Exemple : pour un tuner FM, on cherche à régler des fréquences dans la gamme 88 à 108 MHz par pas de 50 kHz.
On pourra choisir $f_{IN} = 1$ MHz et $M = 20$ (soit $f_2 = f_{IN}/M = 50$ kHz), et N sera variable de 1760 à 2160.