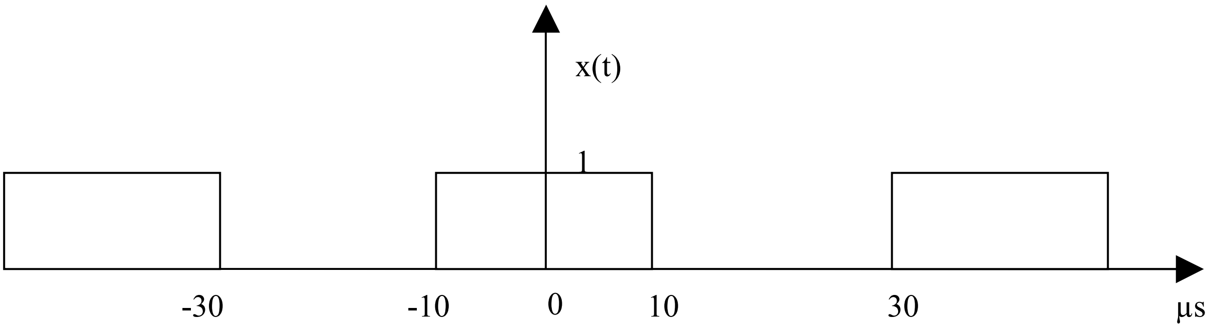
CORRECTION : CONTROLE TELECOM n°2

MODULATION ANGULAIRE et Traitement du signal.

Le contrôle d'une durée de 1h30 se découpe en trois exercices distincts.
Aucun document de cours n'est autorisé

Exercice 1 : Calcul de la série de Fourier (8 points)

Soit le signal x(t) suivant :



1 - Déterminer sa fréquence (0.5 point) -> 1 point
2 – Calculer la valeur moyenne (1 point) -> 1,5 points
3 – Calculer la valeur efficace (1 point) -> 1,5 points
4 - Calculer la série de Fourier (3,5 points) -> 4 points 2 pour an et 1 pour a0 et 1 pour bn

On rappelle que :

La tension moyenne s'exprime par $V_m = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt$

La tension efficace s'exprime par $V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$

La série de Fourier permet d'écrire x(t) sous sa forme spectrale avec :

$a_o = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt$, est la composante continue

$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos(n\omega_p t)dt$, $b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin(n\omega_p t)dt$, n>1

1 - Déterminer sa fréquence (0.5 point)
Tp = 40 µs donc Fp= 25 kHz
2 – Calculer la valeur moyenne (1 point)

L'amplitude du signal vaut 1 sur une demi période et 0 sur l'autre demi période, donc en moyenne l'amplitude vaut 1.

3 – Calculer la valeur efficace (1 point)

En appliquant la formule, l'amplitude au carré vaut 1 sur une demi période et l'amplitude au carré vaut 0 sur l'autre demi période, donc la moyenne de l'amplitude au carré vaut ½ par conséquent la tension efficace vaut 0,707.

4 - Calculer la série de Fourier (3,5 points)

les coefficients b_n sont nuls (1 points)

a_0 vaut 0.5 (0,5 points)

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos(n\omega_p t)dt \text{ , donc } a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/4}^{T/4}\cos(2\pi n f_p t)dt = -\left.\frac{\sin(2\pi n f_p t)}{2\pi n f_p t}\right|_{-T/4}^{T/4} = 2*\frac{\sin(2\pi n f_p \frac{T}{4})}{2\pi n f_p \frac{T}{4}}$$

avec $f_p T=1$

$a_n = 4*\frac{\sin(\frac{\pi n}{2})}{\pi n}$, quand n est impaire, $\sin(\frac{\pi n}{2})$ vaut 1 ou -1 donc $a_{2n+1} = \frac{(-1)^n 4}{(2n+1)\pi}$

quand n est pair, $a_n=0$

(2 points)

<u>Exercice 2 : Signal et puissance (5 points)</u>

On dispose d'un récepteur FM ayant une antenne d'impédance 50 Ω.
La tension efficace aux bornes de l'antenne est de 5 µV.

1. Calculer la puissance du signal au niveau de l'antenne en Watt (1 point)

$V^2/R=(5.10^{-6})^2/50=25.10^{-12}/50=0.5.10^{-12}W=0.5$ pW

2. Exprimer cette puissance en dB (1 point)

$10.\log_{10}(0.5.10^{-12})=-123$ dB

3. Exprimer cette puissance en dBm.(1 point)

$0.5.10^{-12}W=0.5.10^{-9}mW \Rightarrow 10.\log_{10}(0.5.10^{-9})=-93$ dBm

4. Le signal est amplifié de 6 dB. Quelle est la puissance du signal en sortie de l'amplificateur en dBm et en mW. (2 points)

P=-93dBm+6dB=-87 dBm soit 2.10^{-9} mW

<u>Exercice 3 : Modulation Angulaire (7 points)</u>

1. On souhaite moduler une porteuse de fréquence fp=10 kHz d'amplitude Sp par un signal sinusoidal de 100 Hz, d'amplitude 1 volt. Ecrire l'expression mathématique du signal modulé par une modulation de fréquence. (1 point)

Réponse : $v_t(t) = A\cos\left(2\pi f_p t + \frac{k_f a}{f_m}\sin(2\pi f_m t)\right)$

2. Soit la modulation de phase suivante :

$v_m(t) = S_p.\cos\left(2\pi f_p t + k\Theta(t)\right)$, avec $\Theta(t) = V\sin(2\pi f_m t)$ et k=2

On suppose que Sp=2Volt, fp=10 kHz, fm=100 Hz.

a) A partir de la relation suivante :
$\cos(A+B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B)$
Décomposer $v_m(t)$ **(1 point)**

Réponse :

$$v_m(t) = S_p.\cos\left(2\pi f_p t + \Theta(t)\right) = S_p.\cos\left(2\pi f_p t\right).\cos(\Theta(t)) - S_p.\sin\left(2\pi f_p t\right).\sin(\Theta(t))$$

Tous se passe comme si on avait une modulation d'amplitude, puisque l'amplitude de la porteuse est modulé par $\cos(\Theta(t))$

b) Sachant que : 2 points
$\cos(m.\sin a) = J_0(m) + 2J_2(m).\cos(2a) + 2J_4(m).\cos(4a) + ...$
$\sin(m\sin a) = 2J_1(m).\sin(a) + 2J_3(m).\sin(3a) + ...$

A partir du graphique suivant, calculez approximativement les coefficients de Bessel (J_0, J_1, .., J_5) si l'amplitude du signal modulant est V=0.5Volt et V=2.5 Volt

Réponse : A partir de la figure, on trouve approximativement pour
m=1 : J_0= 0,72 J_1=0,46 J_2=0,1 J_3=0,15 J_4=0 J_5=0
m=5 : J_0= -0,2 J_1=-0,32 J_2=0,08 J_3=0,4 J_4=0.4 J_5=0.28

Rmq : Valeurs données dans le cours :

Amplitude	Fonction Bessel	Amplitude	Fonction Bessel
$J_0(1)$	0.765	$J_0(5)$	-0.177
$J_1(1)$	0.44	$J_1(5)$	-0.132
$J_2(1)$	0.11	$J_2(5)$	0.04
$J_3(1)$	0.02	$J_3(5)$	0.36
$J_4(1)$	0.002	$J_4(5)$	0.39
		$J_5(5)$	0.26
		$J_6(5)$	0.13
		$J_7(5)$	0.05
		$J_8(5)$	0.02

3. Tracer le spectre correspondant pour les deux cas en indiquant clairement l'amplitude des raies et les fréquences. (3 points)

M=1. L'amplitude de la porteuse est égale à 1.On multiplie

$\cos(m.\sin a) = J_0(m) + 2J_2(m).\cos(2a) + 2J_4(m).\cos(4a) + \ldots$ par