

*Le bruit
en
électronique*

Gérard Couturier

gerard.couturier@u-bordeaux1.fr

Tel : 05 56 84 57 58/59

Dept GEII 15 rue Naudet CS 10207

33175 Gradignan cedex

Le programme d'électronique des Depts. GEII fait apparaître deux grands sous-ensembles

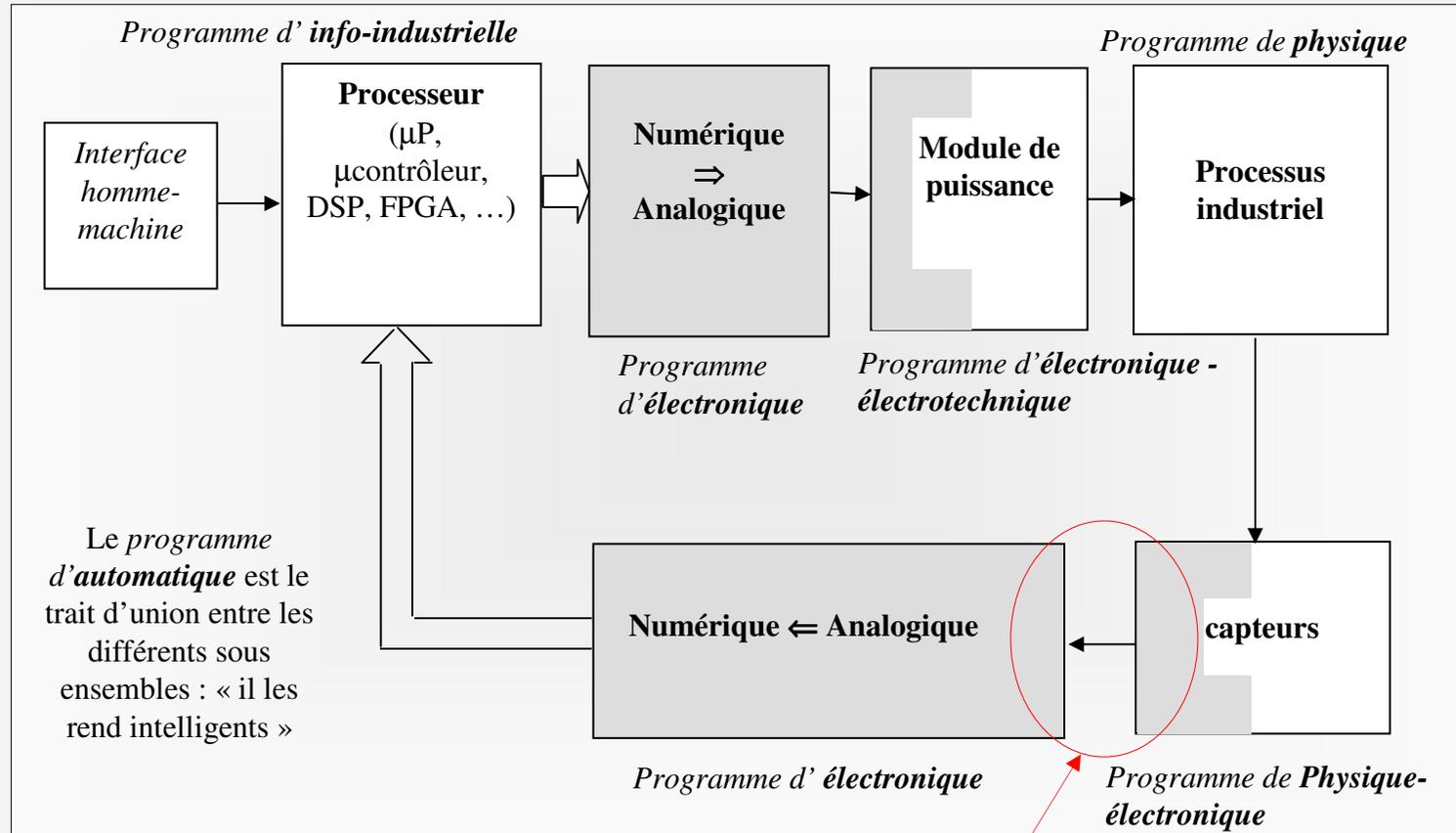
1) Électronique pour l'instrumentation : du capteur au processeur

2) Les télécommunications analogiques et numériques

Ces deux sous-ensembles sont concernés par le bruit. Le bruit limite les performances des dispositifs électroniques.

La présentation est ici principalement dédiée au bruit en instrumentation avec un très bref aperçu du bruit dans les transmissions numériques. La présentation permet de passer en revue les concepts de base utiliser pour traiter le bruit en général.

Bruit et instrumentation



domaine concerné par le bruit

PLAN

- 1- Problème typique d'instrumentation : un capteur et un amplificateur opérationnel
- 2- Quelques capteurs et circuits intégrés de l'instrumentation
- 3- Bruit des composants élémentaires : résistances et diodes
- 4- Répartition du bruit dans le domaine des fréquences : introduction de la densité spectrale
- 5- Bruit dans les transistors
- 6- Modélisation du bruit dans les AOP
- 7- Manipulation des densités spectrales, bande passante équivalente de bruit d'un amplificateur, facteur de bruit d'un amplificateur, facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs, température équivalente de bruit
- 8- Bruit en sortie des montages non inverseur et inverseur

PLAN (suite)

9- *Etude de cas : l'accéléromètre et son conditionnement*

10- *Transmission numérique et bruit : un bref aperçu*

11- *Détection synchrone*

Complément 1 : Fonctions de corrélation : auto corrélation et inter corrélation

Complément 2 : Densité spectrale en sortie des montages non-inverseur et inverseur

Complément 3 : Valeur crête d'un bruit Gaussien et crest factor

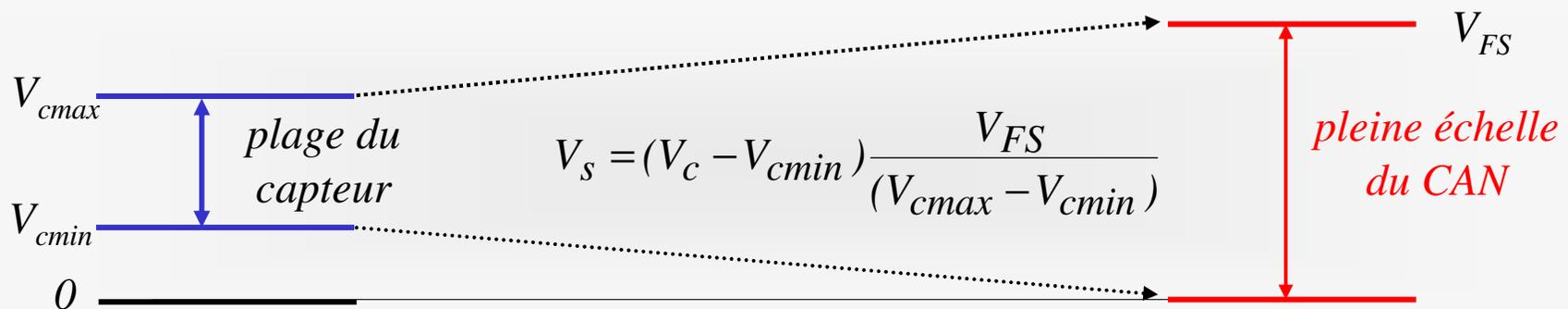
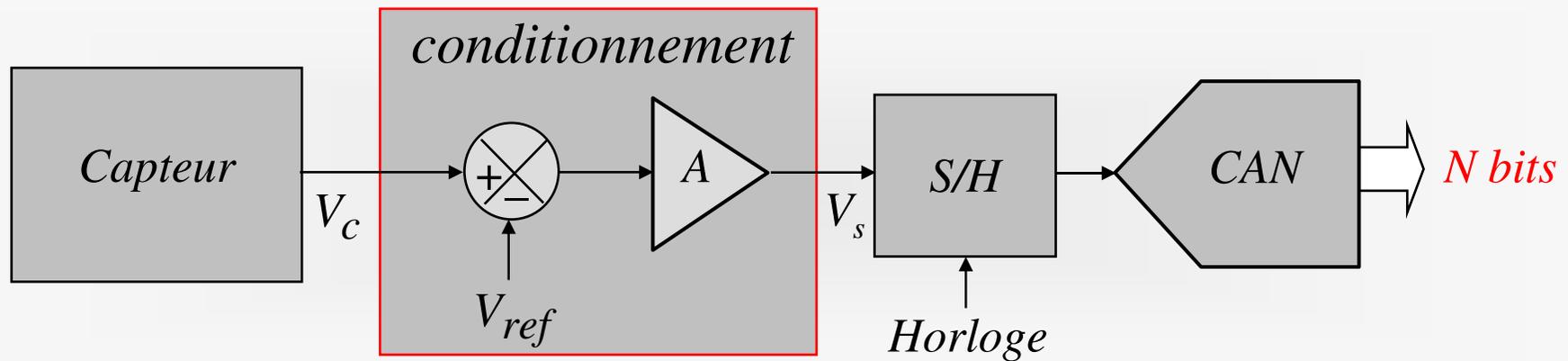
Bibliographie

Prérequis : Théorèmes de Norton et Thévenin, valeur efficace d'un signal, série de Fourier, calcul intégral, notions de probabilité et statistique

*1- Problème typique d'instrumentation :
un capteur et un amplificateur opérationnel*

Problème typique d'instrumentation

Un capteur transforme une grandeur physique en une grandeur électrique, le traitement numérique de la grandeur physique nécessite généralement un conditionnement dont le rôle est de rendre compatible les niveaux de sortie du capteur avec la pleine échelle du convertisseur analogique numérique. Le capteur choisi pour illustrer l'exposé est ici un accéléromètre.

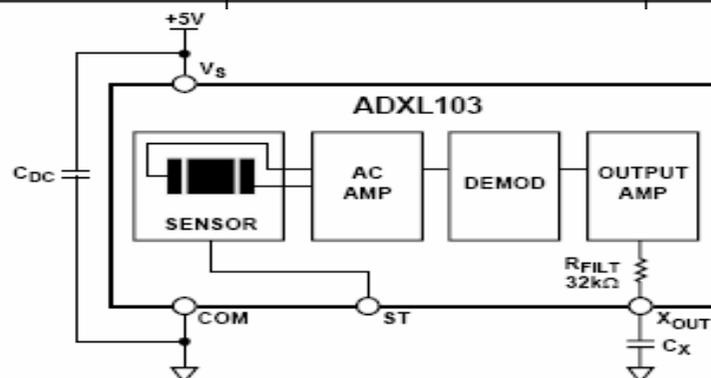




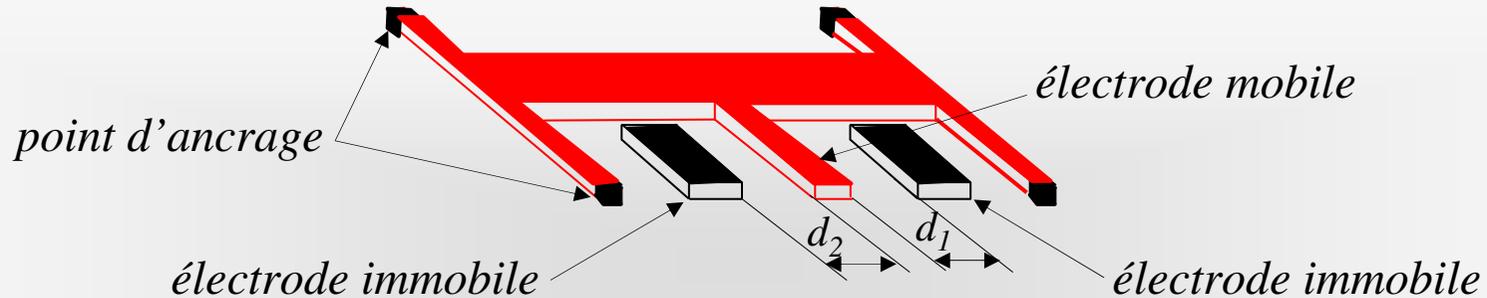
Precision $\pm 1.7 g$ Single-/Dual-Axis iMEMS[®] Accelerometer

ADXL103/ADXL203

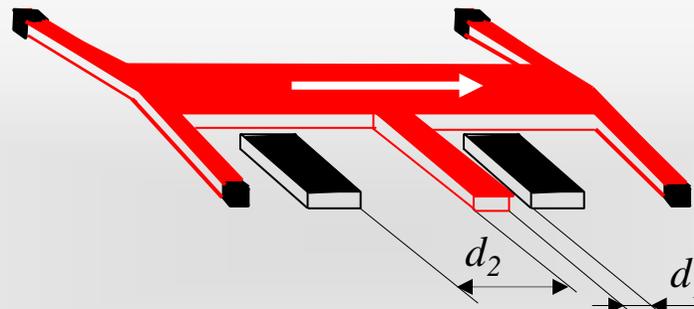
Parameter	Conditions	Min ¹	Typ	Max ¹	Unit
SENSOR INPUT					
Measurement Range ²	Each axis	± 1.7			<i>g</i>
Nonlinearity	% of full scale		± 0.2	± 1.25	%
Package Alignment Error			± 1		Degrees
Alignment Error (ADXL203)	X sensor to Y sensor		± 0.1		Degrees
Cross-Axis Sensitivity			± 1.5	± 3	%
SENSITIVITY (RATIOMETRIC)³					
Sensitivity at X_{OUT} , Y_{OUT}	Each axis $V_S = 5 V$	960	1000	1040	mV/ <i>g</i>
Sensitivity Change Due to Temperature ⁴	$V_S = 5 V$		± 0.3		%
ZERO <i>g</i> BIAS LEVEL (RATIOMETRIC)					
0 <i>g</i> Voltage at X_{OUT} , Y_{OUT}	Each axis $V_S = 5 V$	2.4	2.5	2.6	V
Initial 0 <i>g</i> Output Deviation from Ideal	$V_S = 5 V, 25^\circ C$		± 25		mg
0 <i>g</i> Offset vs. Temperature			± 0.1	± 0.8	mg/ $^\circ C$



L'accéléromètre ADXL103 est un capteur capacitif



Quand l'accélération est nulle, l'électrode mobile est au milieu des électrodes immobiles : $d_2 = d_1$.



Quand l'accélération est différente de zéro, l'électrode mobile est déplacée soit vers la gauche soit vers la droite suivant le sens de l'accélération : $d_2 \neq d_1$.

$$(d_2 - d_1) = \frac{m \gamma}{k}$$

masse points to m , *accélération* points to γ , and *raideur* points to k .

Électronique du capteur accéléromètre

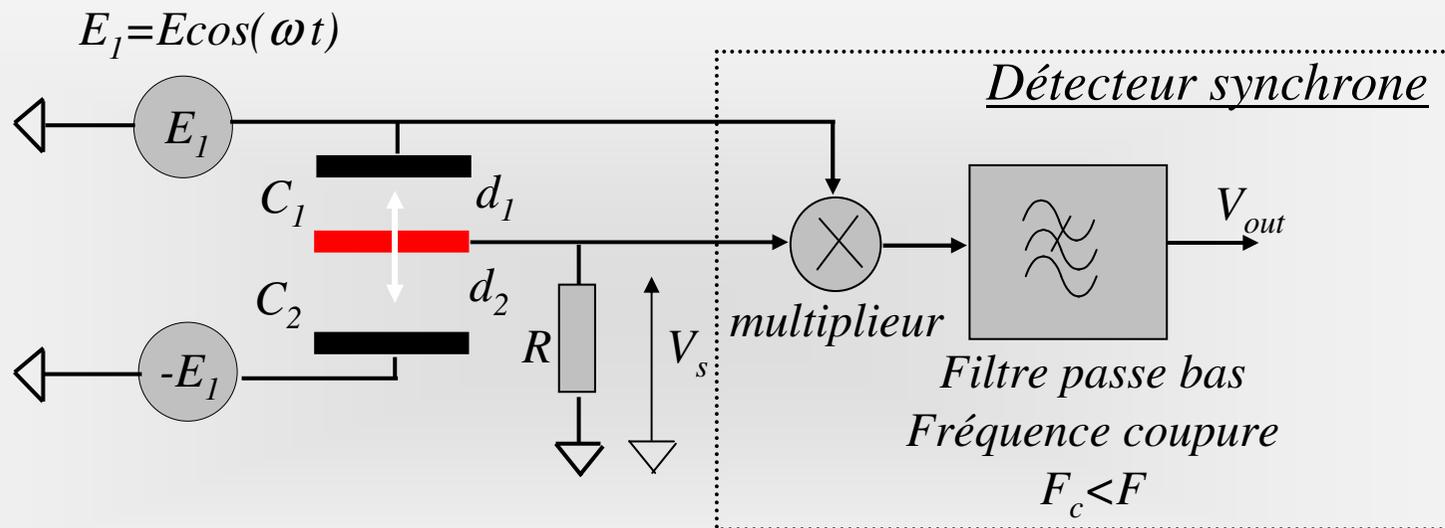


Schéma de principe de l'électronique de l'accéléromètre

Si $R(C_1 + C_2)\omega \gg 1$ alors $V_s = E \left[\frac{d_1 - d_2}{d} \right] \cos(\omega t)$ et $V_{out} = \frac{E^2}{2} [d_1 - d_2]$

avec : $(d_2 - d_1) = \frac{m \gamma}{k} \Rightarrow V_{out} = K \gamma$

masse → m ← *accélération* γ
 k ← *raideur*

Méthodologie

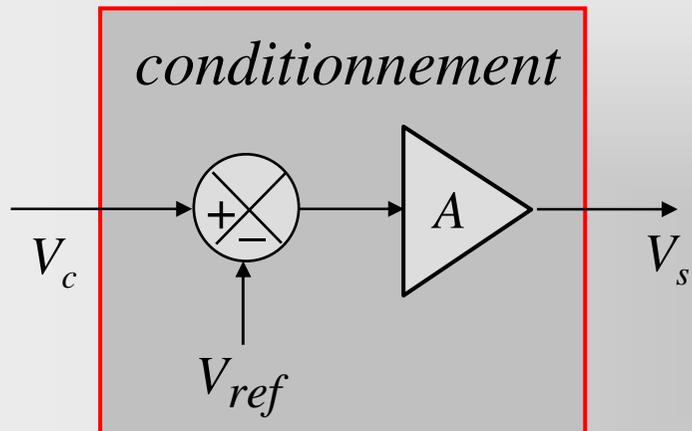
1) On choisit une résolution (exemple : mesurer une accélération à 0,01g près). La plage de mesure (exemple : de -1g à 1g) et la résolution fixent le nombre de bits N du convertisseur analogique numérique, ($N=8$).

Plage de mesure + résolution \Rightarrow nombre de bits N

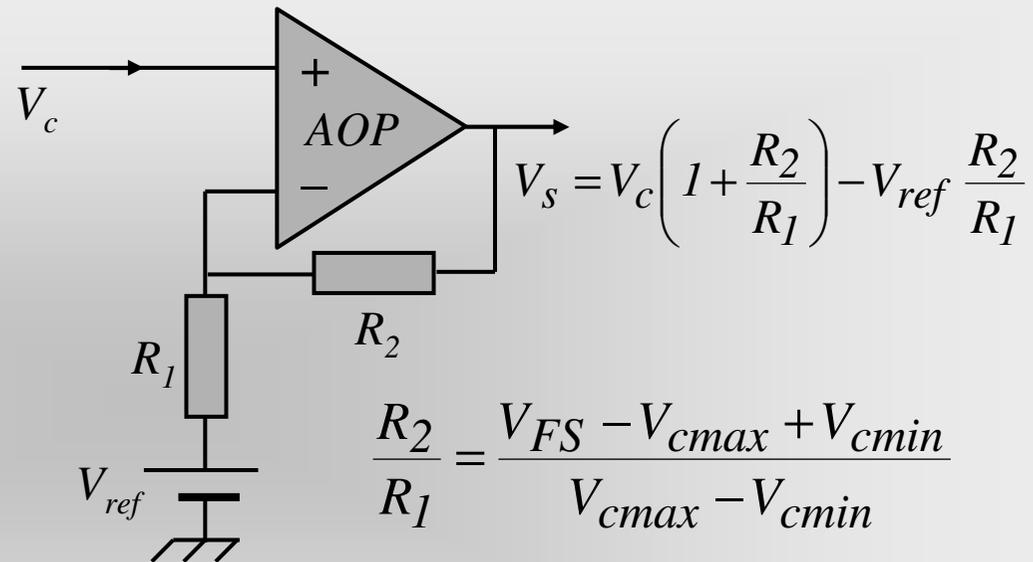
2) La plage de mesure, la sensibilité du capteur (exemple : 1V/g) et la pleine échelle du convertisseur analogique numérique permettent de dimensionner le conditionnement.

Plage de mesure + sensibilité capteur + pleine échelle CAN \Rightarrow conditionnement

Le conditionnement



$$V_s = (V_c - V_{cmin}) \frac{V_{FS}}{(V_{cmax} - V_{cmin})}$$



$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{V_{FS} - V_{cmax} + V_{cmin}}{V_{cmax} - V_{cmin}}$$

$$V_{ref} = \frac{V_{FS} V_{cmin}}{V_{FS} - V_{cmax} + V_{cmin}}$$

Une réalisation possible

Dans la démarche précédente, nous avons oublié que nous vivons à la température de $\approx 300K$ et que les capteurs et amplificateurs sont des sources de bruit !



Precision ± 1.7 g Single-/Dual-Axis iMEMS[®] Accelerometer

ADXL103/ADXL203

SPECIFICATIONS

$T_A = -40^\circ\text{C}$ to $+125^\circ\text{C}$, $V_S = 5$ V, $C_X = C_Y = 0.1$ μF , acceleration = 0 g, unless otherwise noted.

Table 1.

Parameter	Conditions	Min ¹	Typ	Max ¹	Unit
<u>NOISE PERFORMANCE</u>					
<u>Output Noise</u>	<4 kHz, $V_S = 5$ V		1	3	mV rms
<u>Noise Density</u>			110		$\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ rms

Le signal de sortie du capteur fluctue dans le temps. Les fluctuations ont deux origines : 1) mécanique, l'électrode mobile vibre et 2) électronique.*

**valeur quadratique moyenne des fluctuations : $\frac{1}{2}k \langle (d_1 - d_2)^2 \rangle = \frac{1}{2}k_B T_a$*

$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$: constante de Boltzmann, T_a : Température ambiante



Burr-Brown Products
from Texas Instruments



OPA227
OPA2227
OPA4227
OPA228
OPA2228
OPA4228

SBOS110A – MAY 1998 – REVISED JANUARY 2005

High Precision, Low Noise OPERATIONAL AMPLIFIERS

SPECIFICATIONS: $V_S = \pm 5V$ to $\pm 15V$

OPA227 Series

NOISE							
<u>Input Voltage Noise</u> , $f = 0.1\text{Hz}$ to 10Hz			90			*	nVp-p
			15			*	nVrms
<u>Input Voltage Noise Density</u> , $f = 10\text{Hz}$ e_n			3.5			*	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f = 100\text{Hz}$			3			*	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f = 1\text{kHz}$			3			*	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
<u>Current Noise Density</u> , $f = 1\text{kHz}$ i_n			0.4			*	$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

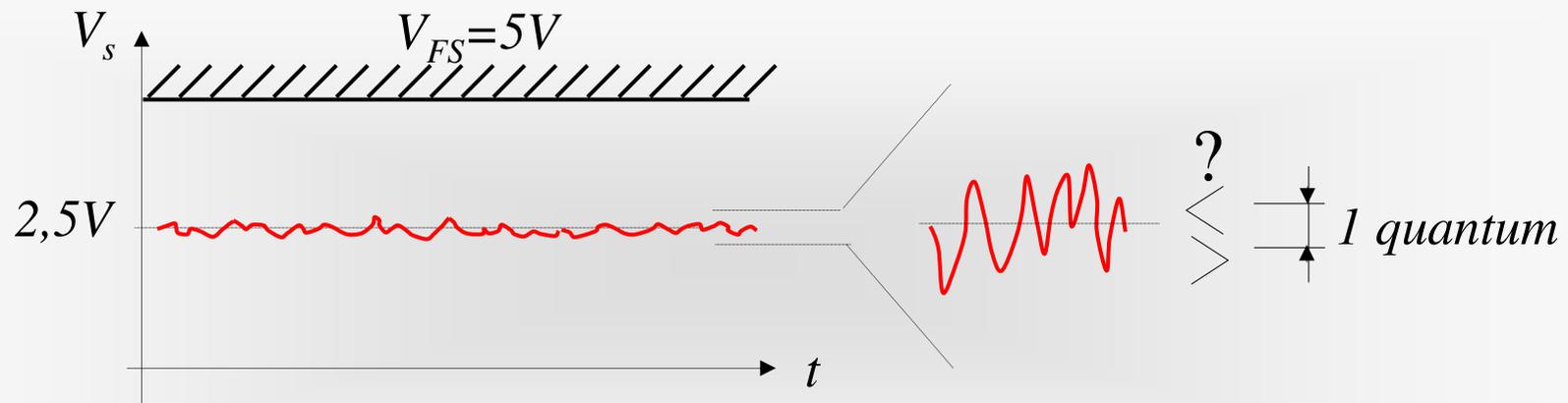
$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
 $\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

La tension de bruit est-elle inférieure ou supérieure au quantum ?

Le signal V_s à l'entrée du CAN est bruité, le bruit provient du capteur et de l'amplificateur réalisant le conditionnement.

Question : le nombre de bits imposé par la résolution est-il compatible avec le bruit du signal ? Si la tension de bruit est plus grande que le quantum le CAN est sur dimensionné.

Conclusion : il faut se familiariser avec les données constructeurs pour être en mesure d'évaluer l'ordre de grandeur du bruit.



Signal V_s pour une accélération nulle

2- Quelques capteurs et circuits intégrés de l'instrumentation

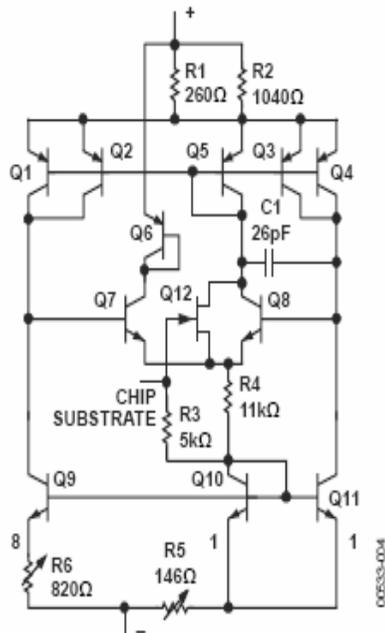
Capteur de température : AD590

Capteur de champ magnétique : AD22151

Photodiode et amplificateur intégré : OPT30

Amplificateur d'instrumentation : INA101

Multiplieur : AD534



SPECIFICATIONS

AD590J AND AD590K SPECIFICATIONS

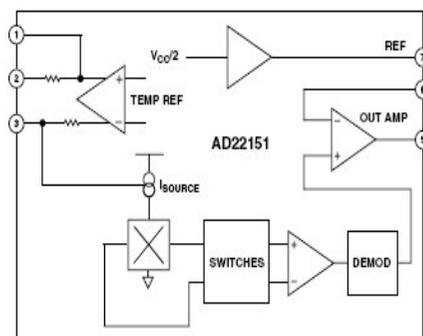
25°C and $V_S = 5\text{ V}$, unless otherwise noted.¹

Table 1.

Parameter	AD590J			AD590K			Unit
	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
POWER SUPPLY							
Operating Voltage Range	4		30	4		30	V
OUTPUT							
Nominal Current Output @ 25°C (298.2K)		298.2			298.2		μA
Nominal Temperature Coefficient		1			1		μA/K

Current Noise	40	40	pA/√Hz
---------------	----	----	--------

pA/√Hz



AD22151—SPECIFICATIONS ($T_A = 25^\circ\text{C}$ and $V_+ = 5\text{ V}$, unless otherwise noted.)

OUTPUT ² Sensitivity (External Adjustment, Gain = +1)	0.4	mV/G
<u>OUTPUT NOISE FIGURE (6 kHz BW)</u>	<u>2.4</u>	<u>mV/rms</u>

NOISE

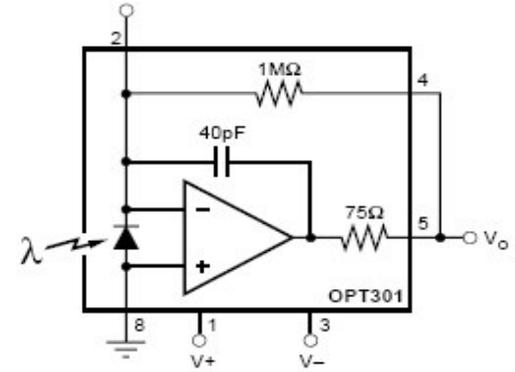
The principal noise component in the sensor is thermal noise from the Hall cell. Clock feedthrough into the output signal is largely suppressed with application of a supply bypass capacitor.

Figure 12 shows the power spectral density (PSD) of the output signal for a gain of 5 mV/Gauss. The effective bandwidth of the sensor is approximately 5.7 kHz, as shown in Figure 13. The PSD indicates an rms noise voltage of 2.8 mV within the 3 dB bandwidth of the sensor. A wideband measurement of 250 MHz indicates 3.2 mV rms (see Figure 14a).



OPT30

INTEGRATED PHOTODIODE AND AMPLIFIER



SPECIFICATIONS

ELECTRICAL

At $T_A = +25^\circ\text{C}$, $V_S = \pm 15\text{V}$, $\lambda = 650\text{nm}$, internal $1\text{M}\Omega$ feedback resistor, unless otherwise noted

PARAMETER	CONDITIONS	OPT301M			UNITS
		MIN	TYP	MAX	
RESPONSIVITY					
Photodiode Current	650nm		0.47		A/W
Voltage Output	650nm		0.47		V/ μW
vs Temperature			200		ppm/ $^\circ\text{C}$
Unit-to-Unit Variation	650nm		± 5		%
Nonlinearity ⁽¹⁾	FS Output = 10V		0.01		% of FS
Photodiode Area	(0.090 x 0.090in) (2.29 x 2.29mm)		0.008		in ²
			5.2		mm ²

Op Amp Section of OPT301⁽¹⁾

NOISE				
Input Voltage Noise				
Voltage Noise Density, f=10Hz			30	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
f=100Hz			25	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
f=1kHz			15	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
Current Noise Density, f=1kHz			0.8	$\text{fA}/\sqrt{\text{Hz}}$

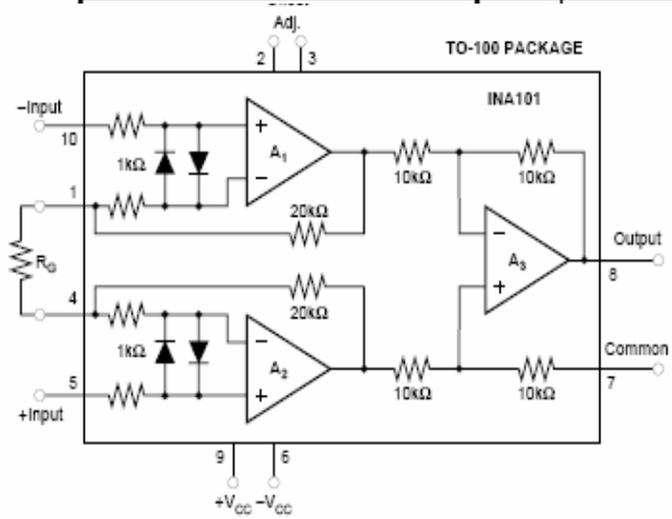
$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
 $\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$



INA101

High Accuracy INSTRUMENTATION AMPLIFIER

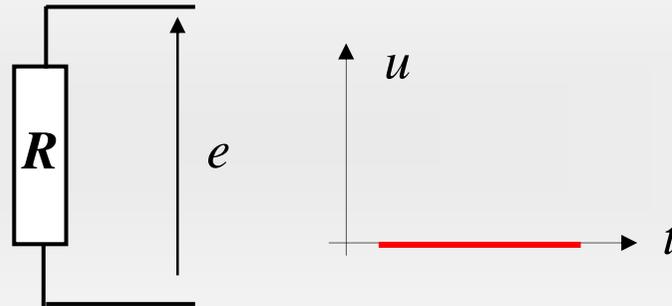
PARAMETER	INA101AM, AG			UNITS
	MIN	TYP	MAX	
INPUT NOISE				
<u>Input Voltage Noise</u>				
$f_B = 0.01\text{Hz to }10\text{Hz}$		0.8		$\mu\text{V, p-p}$
Density, $G = 1000$				
$f_0 = 10\text{Hz}$		18		$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f_0 = 100\text{Hz}$		15		$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f_0 = 1\text{kHz}$		13		$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
<u>Input Current Noise</u>				
$f_B = 0.01\text{Hz to }10\text{Hz}$		50		pA, p-p
Density				
$f_0 = 10\text{Hz}$		0.8		$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f_0 = 100\text{Hz}$		0.46		$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$
$f_0 = 1\text{kHz}$		0.35		$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$



$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
 $\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

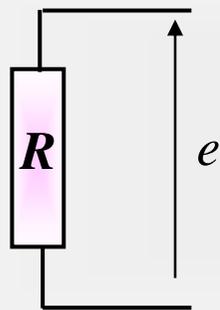
*3- Bruit des composants élémentaires :
résistances et diodes*

Bruit thermique (bruit Johnson) des résistances



Quand $T_a \rightarrow 0K$, le bruit disparaît

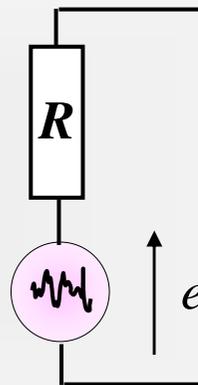
Résistance avec bruit



$T_a = 300K$



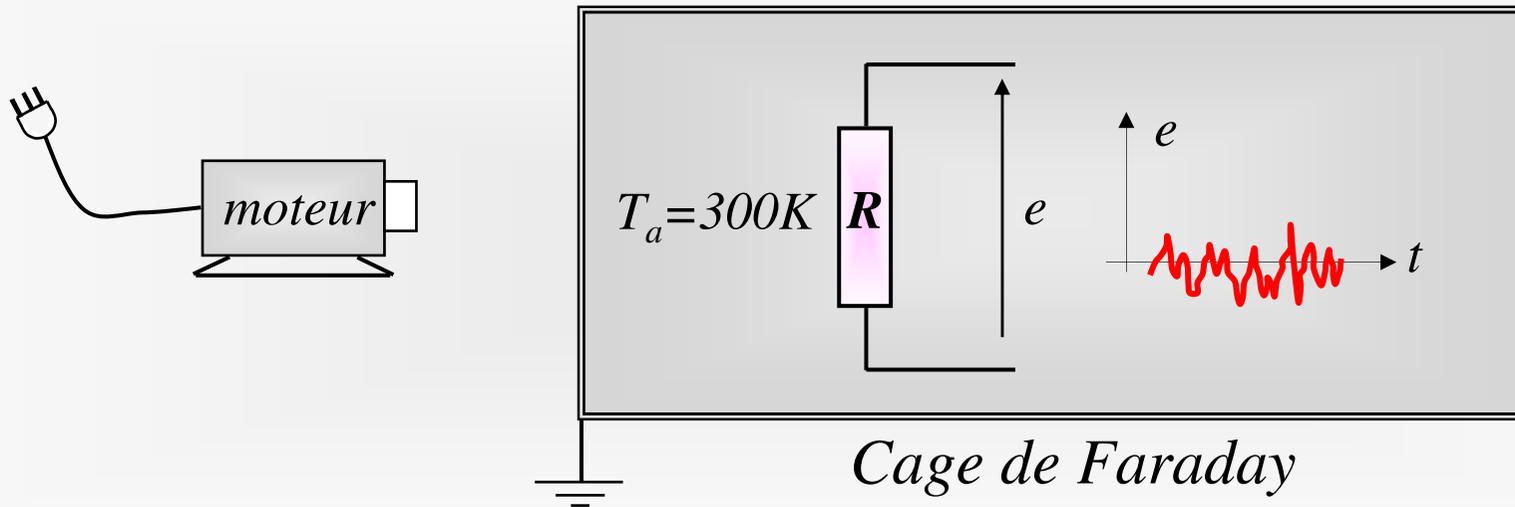
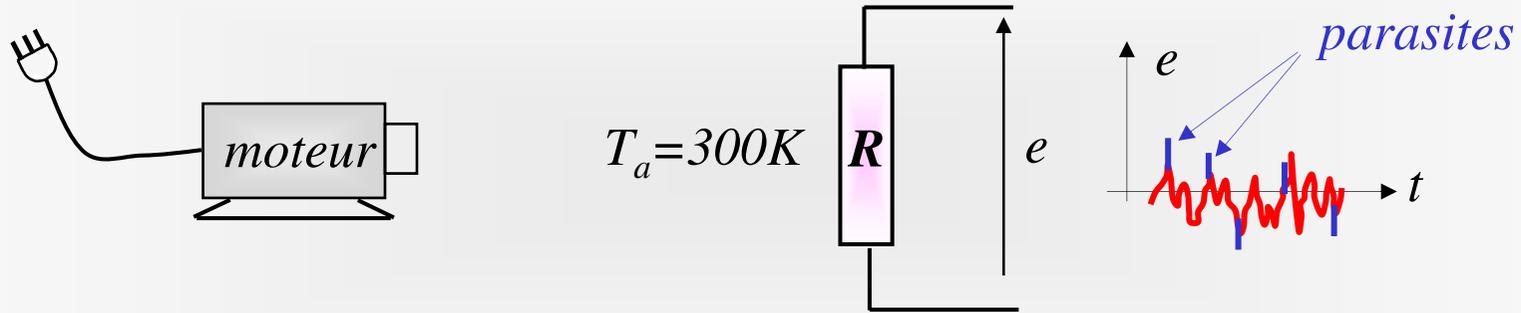
résistance sans bruit



source de bruit en tension

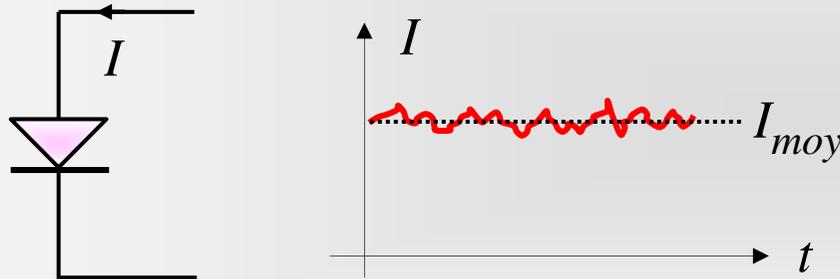
Origine physique : Dans la limite $T_a \rightarrow 0$ les atomes sont immobiles. A la température ambiante ($T_a = 300K$), les atomes vibrent autour de leurs positions d'équilibre. La vibration des atomes entraîne une fluctuation spatiale de la densité électronique générant ainsi une fluctuation de tension.

On peut supprimer les parasites électromagnétiques mais pas le bruit.

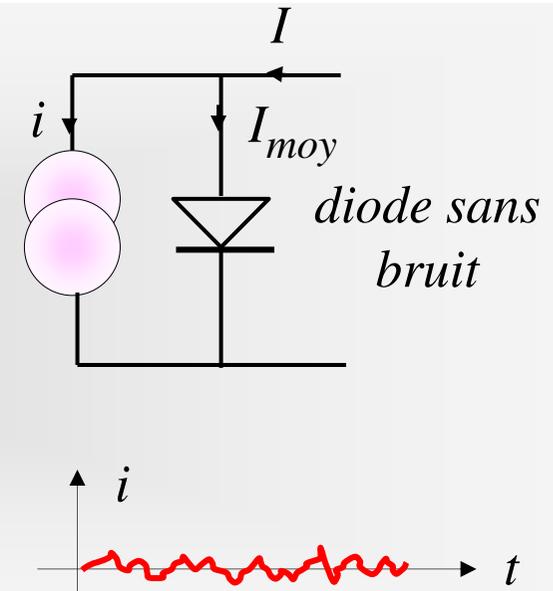


Bruit de grenaille (shot noise) d'une diode à jonction polarisée en directe

diode avec bruit



source de bruit en courant



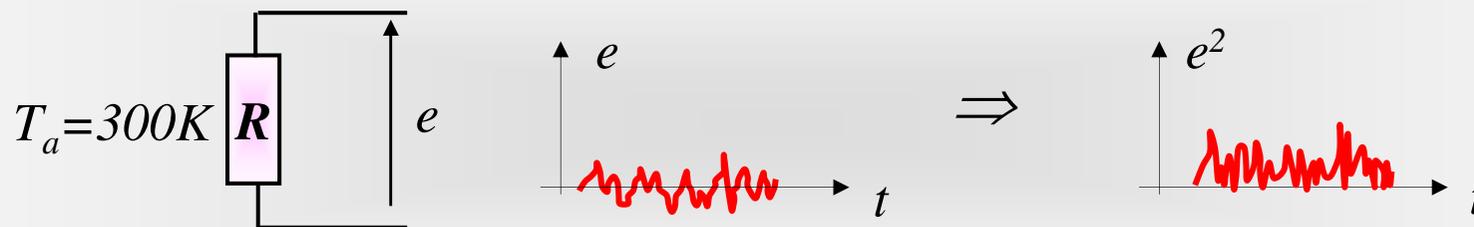
Origine physique : Le bruit de grenaille est dû à la fluctuation dans le temps du flux de porteurs passant d'un côté à l'autre de la jonction ($I=dQ/dt$). Le courant est à l'image du peloton du tour de France : le nombre de coureurs passant, par seconde, devant un observateur immobile fluctue dans le temps.

*4- Répartition du bruit dans le domaine des
fréquences : introduction de la densité
spectrale*

Dans le cas des signaux périodiques non sinusoidaux, les coefficients de la série de Fourier renseignent sur la répartition de la puissance dans le domaine des fréquences.

Question : comment obtenir une information sur la répartition en fréquence d'un bruit, encore appelé signal aléatoire ?

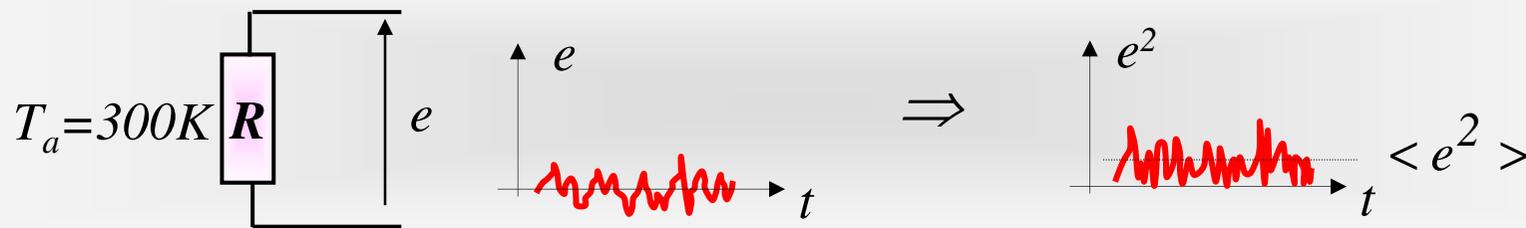
Problème : le bruit n'est pas périodique et on ne dispose pas d'une expression analytique dans le domaine temporel. Intuitivement, la valeur moyenne d'un bruit est nulle, par contre le carré de la valeur moyenne est différent de zéro.



La valeur quadratique moyenne $\langle e^2 \rangle$, encore notée $\overline{e^2}$, est une information intéressante mais ne renseigne pas sur la répartition du bruit dans le domaine des fréquences.

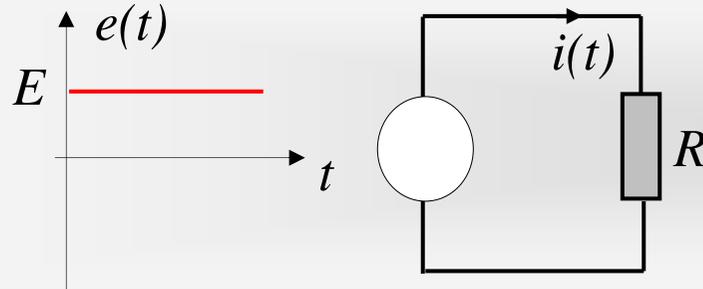
$$\text{Valeur quadratique moyenne de bruit} = \langle e^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt$$

T est la durée d'observation



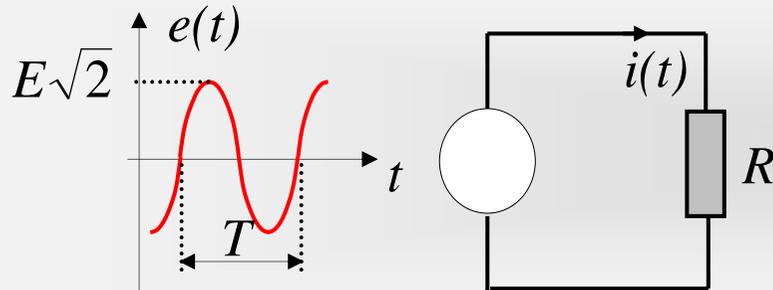
On peut par contre chercher la répartition de la valeur quadratique dans le domaine des fréquences. Pour cela il suffit de s'inspirer de l'expérience suivante, faite sur des signaux classiques.

Rappel sur la notion de valeur efficace et quadratique moyenne



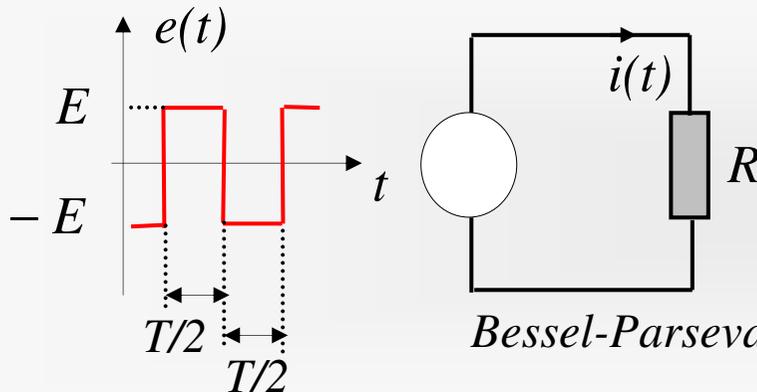
$$P = \text{puissance moy. dissipée ds. } R = \frac{E^2}{R}$$

$$\text{Val. quad. moy. de } e(t) = E^2$$



$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e(t)i(t)dt = \frac{E^2}{R}$$

$$\text{Val. quad. moy. de } e(t) = \frac{1}{T} \int_0^T e^2(t)dt = E^2$$



$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e(t)i(t)dt = \frac{E^2}{R}$$

$$\text{Val. quad. moy. de } e(t) = \frac{1}{T} \int_0^T e^2(t)dt = E^2$$

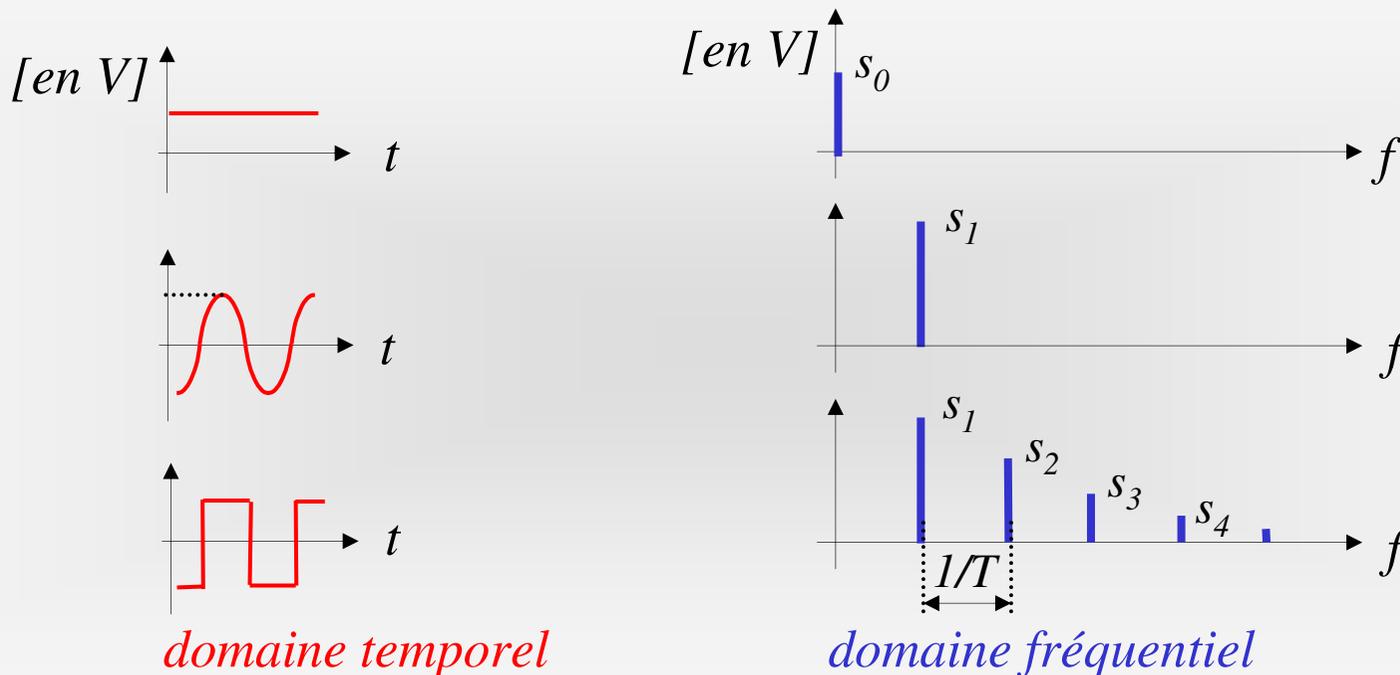
$$\text{Bessel-Parseval} \Rightarrow \text{Val. quad. moy. de } e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s_n^2}{2}$$

Conclusion : Les 3 sources ont même valeur efficace car elles produisent la même puissance dans la charge R .

Les 3 sources ont effectivement la même valeur quadratique moyenne (carré de la valeur efficace) et pourtant la répartition de la puissance dans le domaine des fréquences est très différente dans les 3 cas. La répartition en puissance dépend de la distribution du signal $e(t)$ dans le domaine des fréquences. La décomposition en série de Fourier de $e(t)$ renseigne sur la distribution :

$$e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$

Avec $\omega=2\pi/T$, s_n et φ_n sont respectivement l'amplitude et la phase de l'harmonique de rang n .



La valeur quadratique moyenne d'un signal peut s'écrire soit dans le domaine temporel soit encore dans le domaine fréquentiel :

$$\text{Val. quad. moy.} = \frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\sum_{n=0}^{\infty} s_n \cos(n\omega t - \varphi_n) \right)^2 dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s_n^2}{2}$$

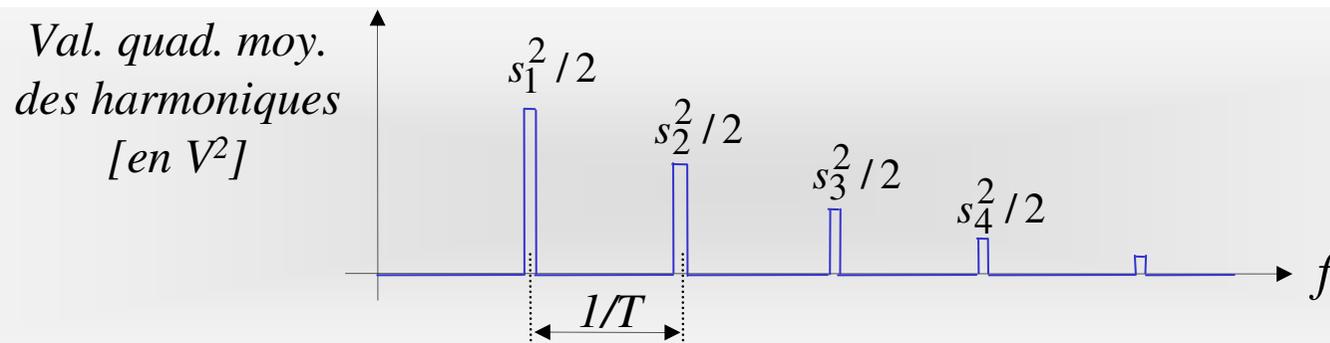
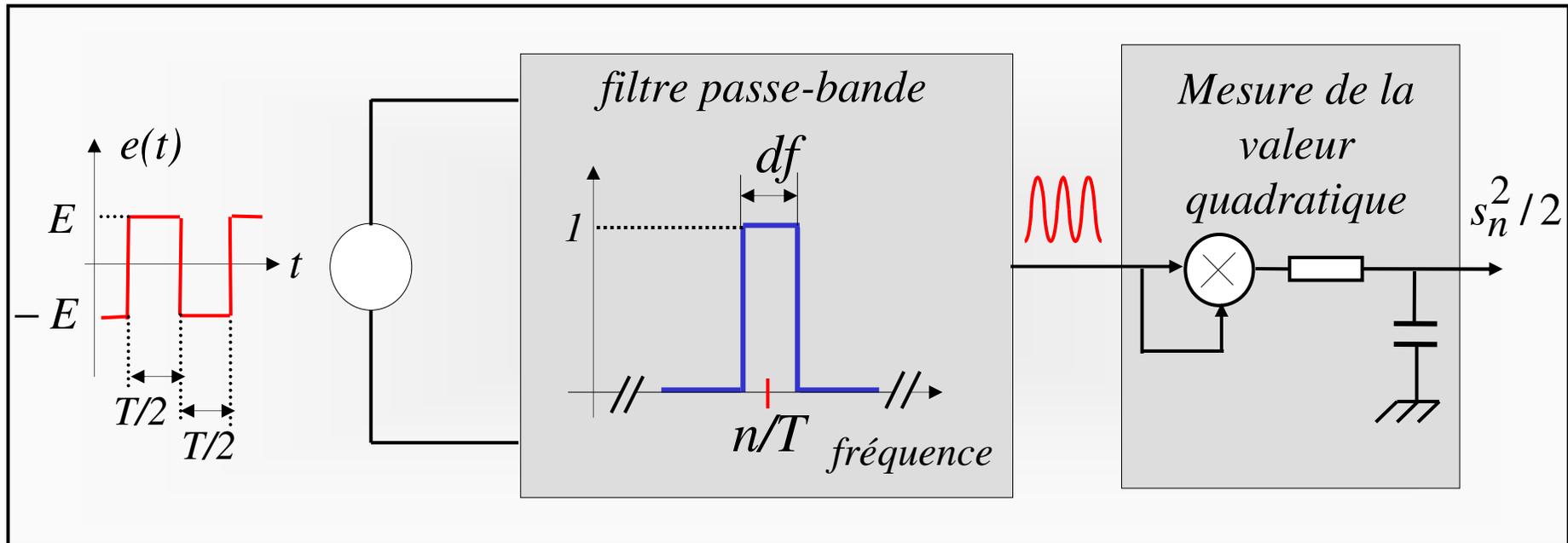
La puissance dissipée dans la résistance R se met sous la forme :

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s_n^2}{2}$$

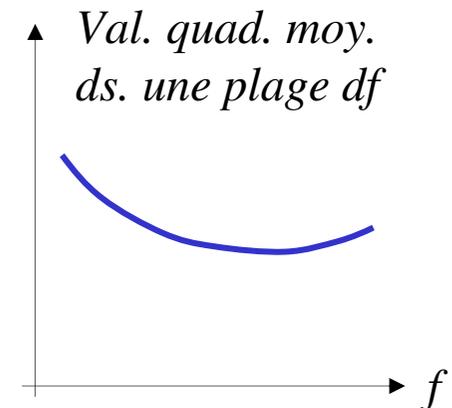
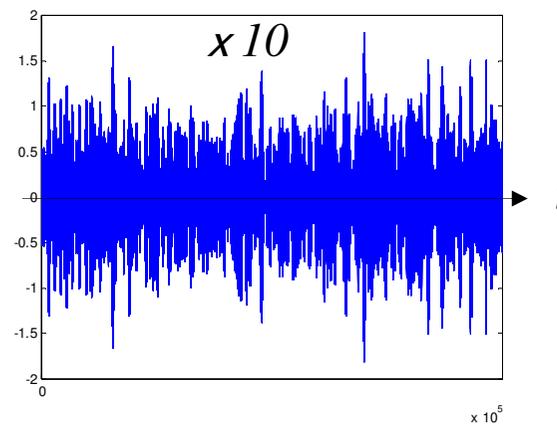
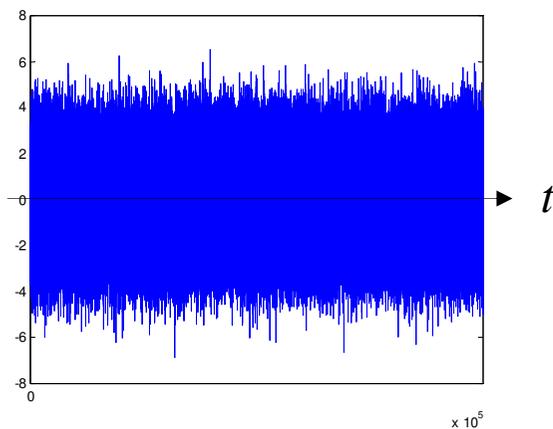
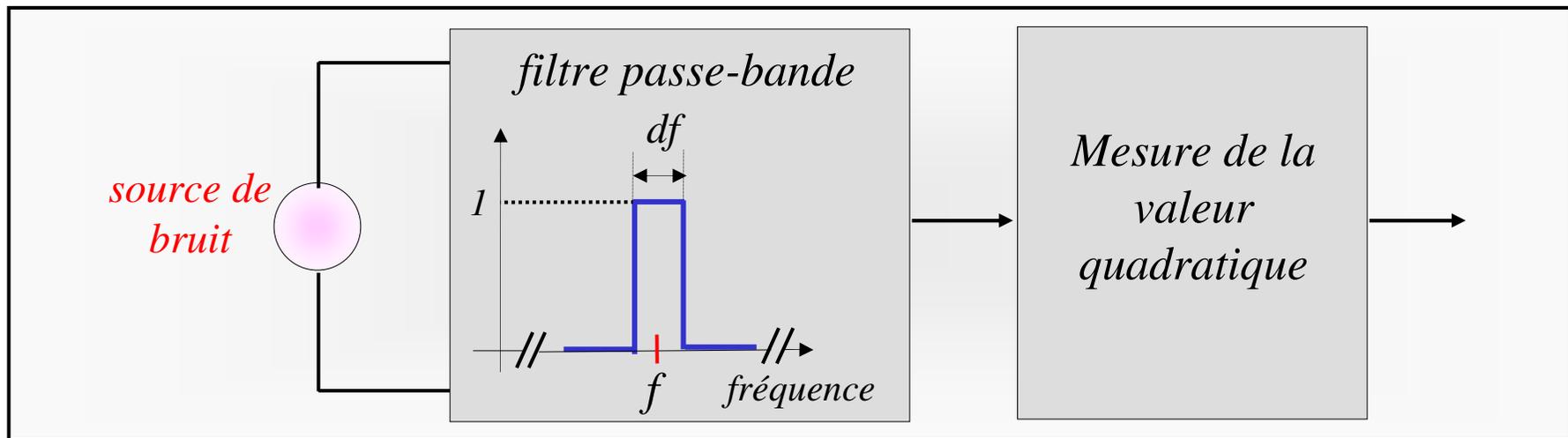
La quantité $s_n^2 / 2$ est la val. quad. moy. de l'harmonique de rang n , $s_n / \sqrt{2}$ est la valeur efficace.

Question : Comment accéder aux val. quad. moy. $s_n^2/2$?

Réponse : en mesurant la val. quad. moy en sortie d'un filtre passe-bande de fréquence centrale variable.



Quand on remplace le signal périodique, de période T , par un bruit électronique non périodique, c'est à dire de période $T \rightarrow \infty$, l'écart entre deux raies tend vers zéro et le signal de sortie du mesureur de val. quad. moy. devient un signal continu en fonction de la fréquence.



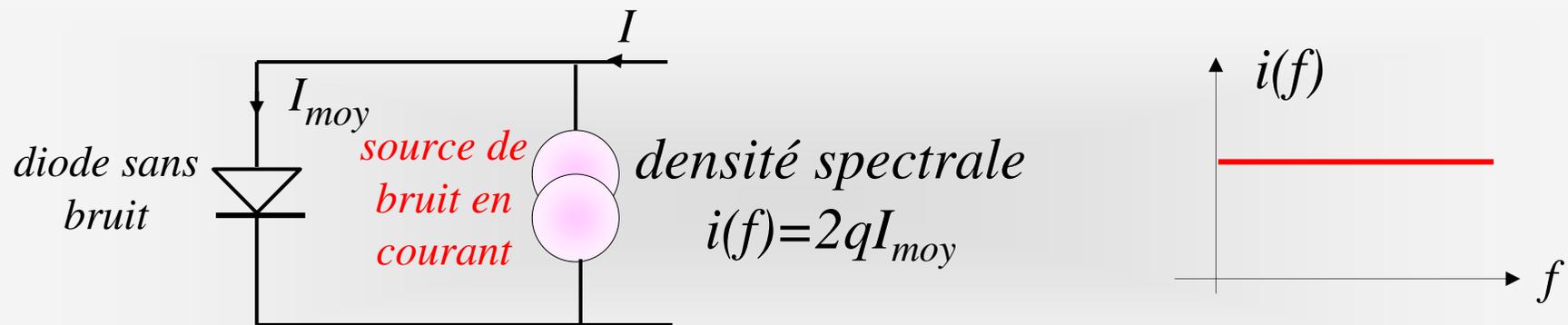
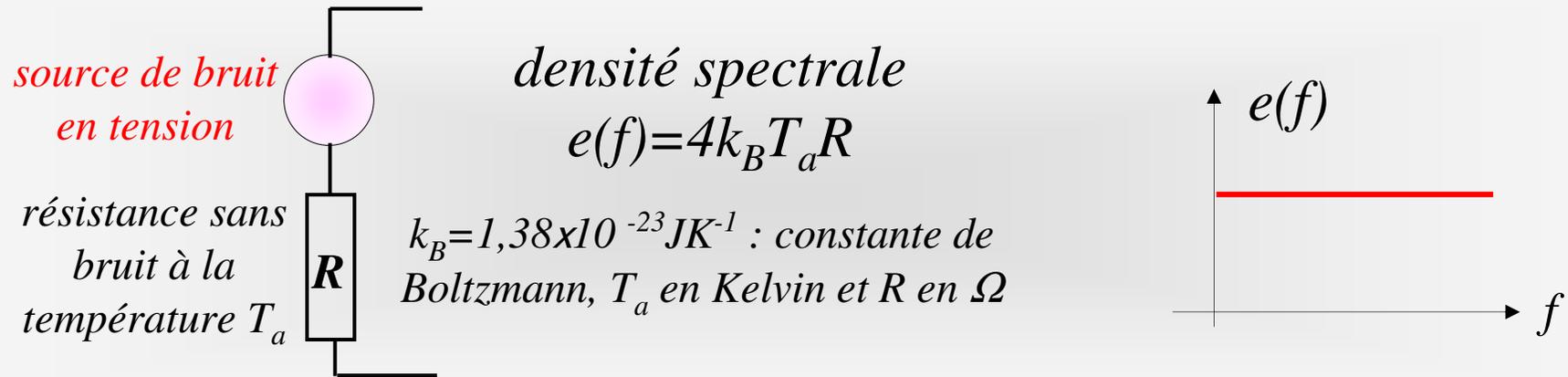
On écrit que la valeur quadratique moyenne de bruit mesurée en sortie est proportionnelle à : 1) la largeur de bande df et 2) une grandeur appelée *densité spectrale* :

$$\underbrace{\text{Val. quad. moy. de bruit dans une plage } df \text{ située en } f}_{\text{Les unités } \Rightarrow [V^2]} = \underbrace{e(f)}_{[V^2/Hz]} \underbrace{df}_{[Hz]}$$

La densité spectrale $e(f)$ d'une source de bruit est donc la valeur quadratique moyenne de bruit par unité de fréquence, c'est à dire pour une largeur de bande 1 Hertz.

Si la source de bruit est un générateur de courant, cas de la diode, la densité spectrale s'exprime en $[A^2/Hz]$.

Densités spectrales des résistances et diodes (sans démonstration à ce niveau d'étude)

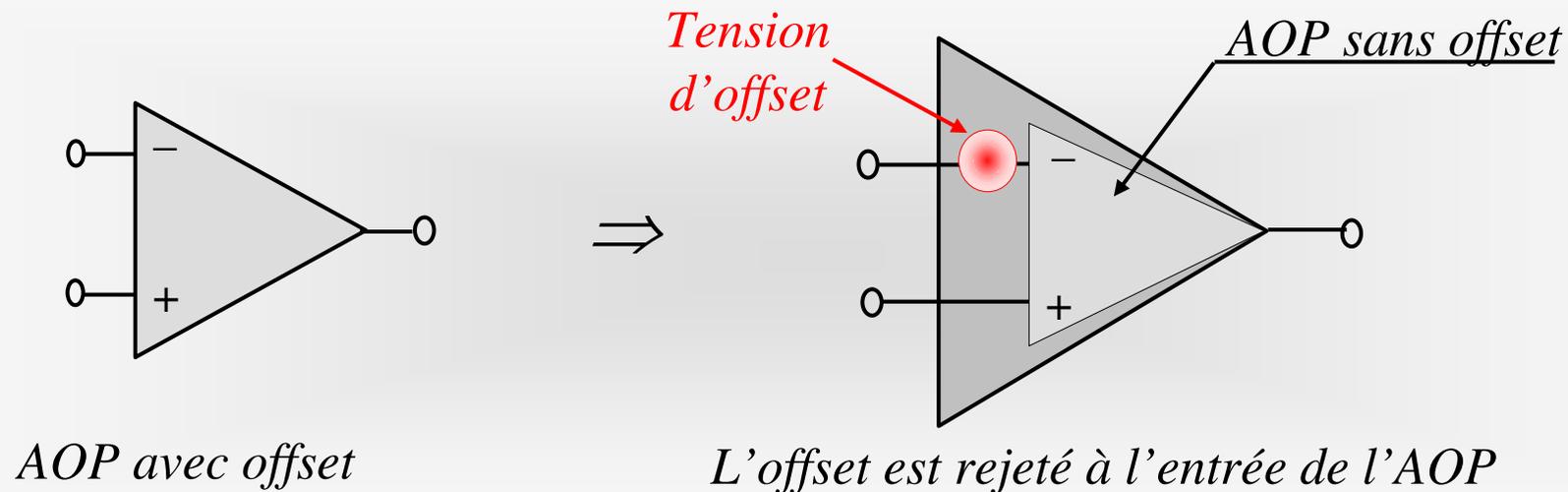


NB : En toute rigueur, les densités spectrales $e(f)$ et $i(f)$ ne sont pas constantes, elles diminuent aux fréquences très élevées.

5- Bruit dans les transistors

Bruit dans les transistors

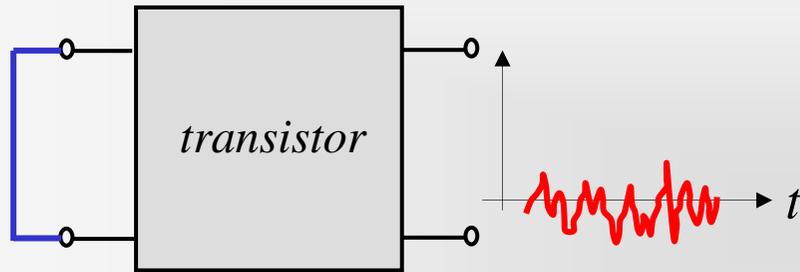
Un transistor c'est au minimum 2 diodes et trois résistances d'accès, en conséquence il n'est pas envisageable, pour obtenir le bruit en sortie d'un transistor de le calculer à partir des densités spectrales de chaque source. En pratique, on adopte une méthode similaire à celle utilisée pour traiter par exemple l'offset d'un AOP



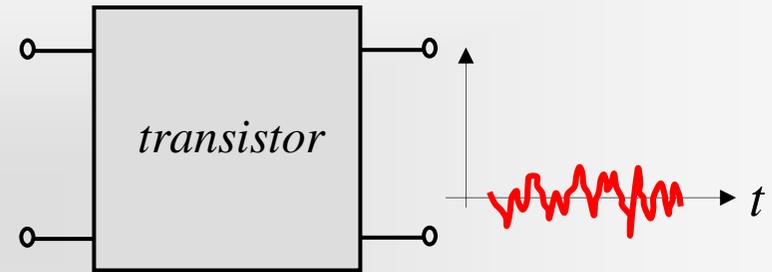
Transistors = diodes + résistances d'accès \Rightarrow sources de bruit

Bruit dans les transistors

Question : combien de sources de bruit pour représenter le bruit d'un transistor ?

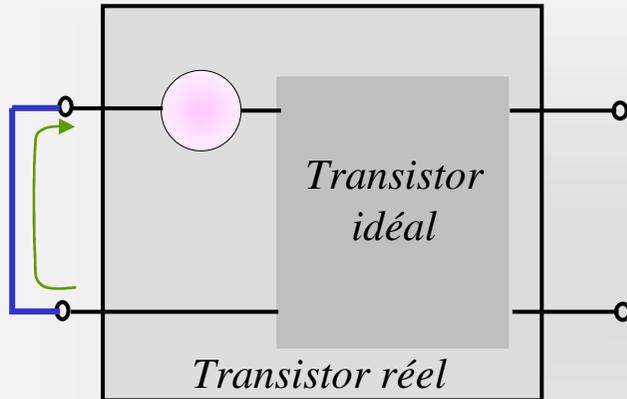


Avec un court-circuit à l'entrée, on observe du bruit en sortie

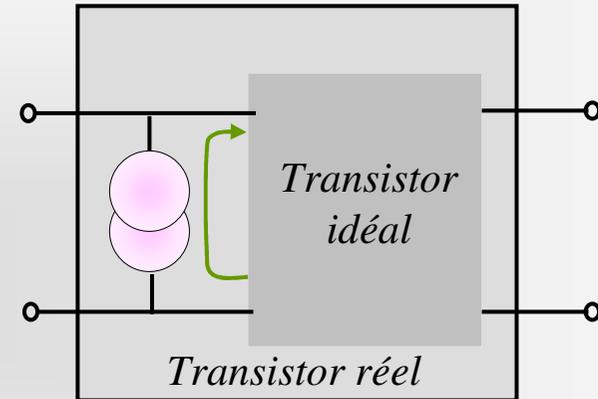


Avec un circuit ouvert à l'entrée, on observe du bruit en sortie

Bruit dans les transistors

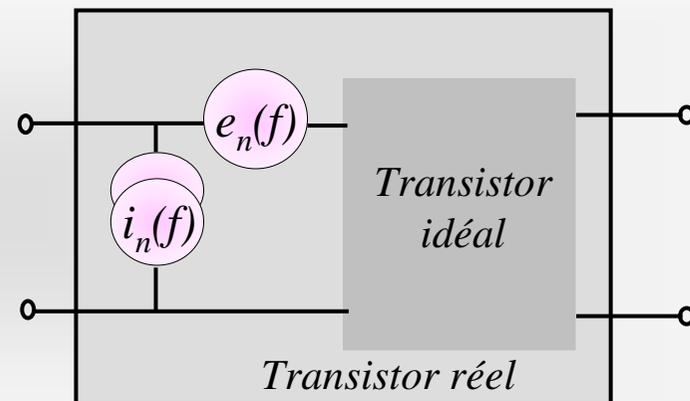


Un générateur de bruit en tension permet d'expliquer le bruit de sortie



Un générateur de bruit en courant permet d'expliquer le bruit de sortie

Conclusion : 2 générateurs de bruit, un de tension et un de courant, de densité spectrale $e_n(f)$ et $i_n(f)$, sont nécessaires pour modéliser le bruit d'un transistor.



Bruit dans les transistors

ON Semiconductor™

<http://onsemi.com>



Low Noise Transistor NPN Silicon



MMBT2484LT1

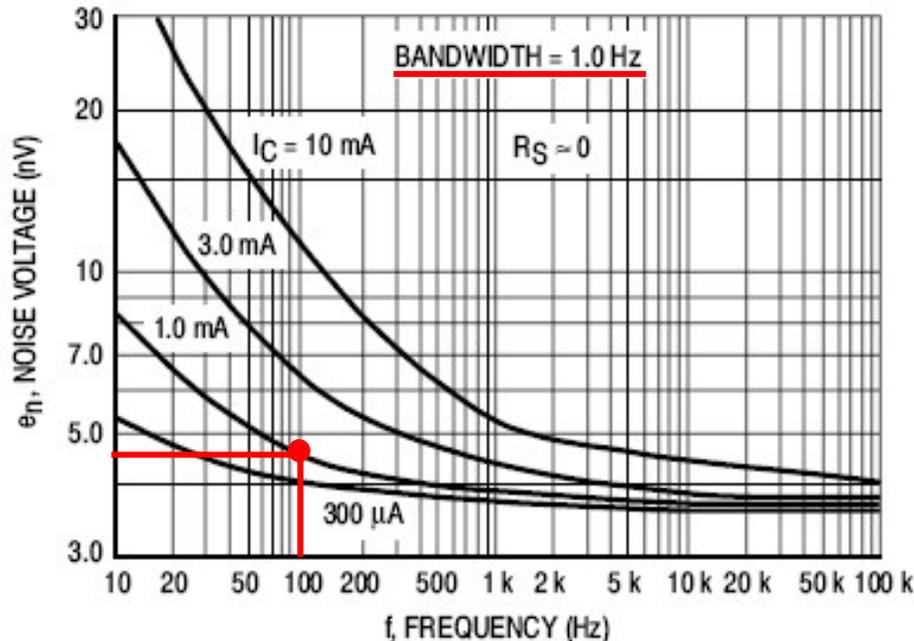


Figure 2. Effects of Frequency

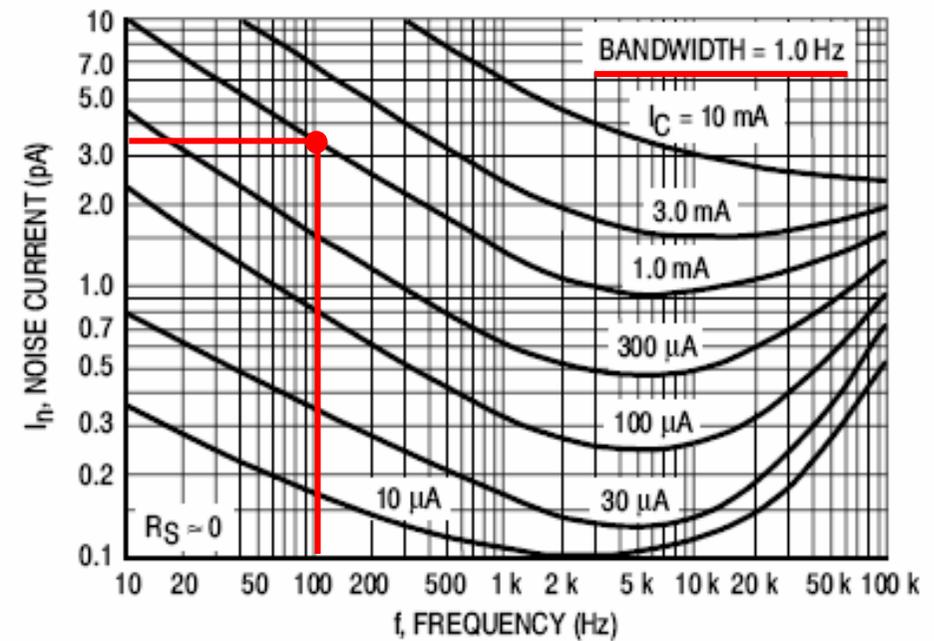


Figure 4. Noise Current

Attention : les unités verticales (nV et pA) et l'information BANDWIDTH=1.0Hz nous disent que les graphes donnent les racines carrées des densités spectrales $e_n(f)$ et $i_n(f)$.

Exemple : $I_C = 1\text{mA}$, $f = 100\text{Hz}$ $\Rightarrow e_n \approx 2 \times 10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$ et $i_n \approx 11 \times 10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz}$

Bruit dans les transistors

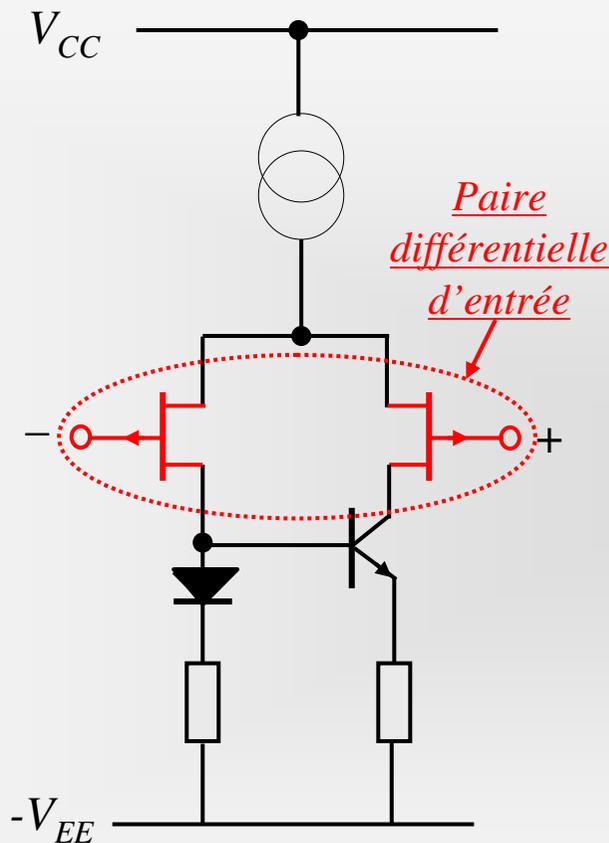
Remarque : Les graphes de e_n et i_n en fonction de la fréquence mettent en évidence une remontée de bruit aux basses fréquences. Le bruit thermique des résistances et le bruit de grenaille (shot noise) ont des densités spectrales indépendantes de la fréquence, en conséquence, ils ne peuvent donc expliquer à eux seuls la dépendance en fréquence des sources e_n et i_n .

Il existe effectivement d'autres sources de bruit en particulier le '' **flicker noise** '' dont la densité spectrale varie à peu près comme l'inverse de la fréquence. Ce bruit est souvent appelé '' **bruit en $1/f$** ''.

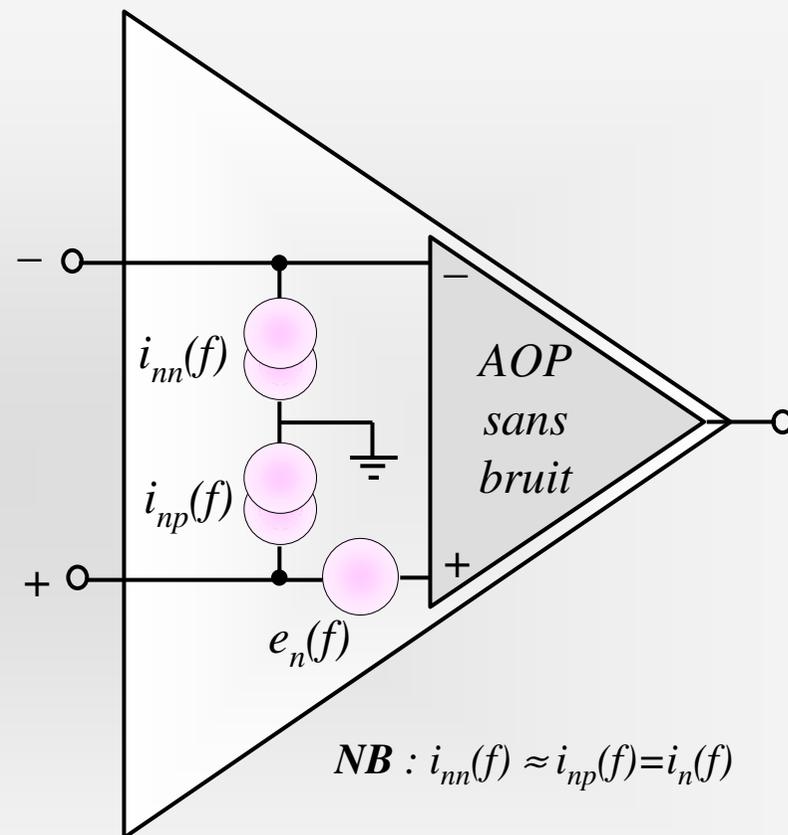
6- Modélisation du bruit dans les AOP

Modélisation du bruit dans les AOP

Le bruit des AOP est modélisé par trois générateurs de bruit : deux de courant, de densités spectrales $i_{nn}(f)$ et $i_{np}(f)$ dus à la paire différentielle d'entrée, et un de tension de densité spectrale $e_n(f)$.



Entrée d'un AOP JFET (ex : TL081)



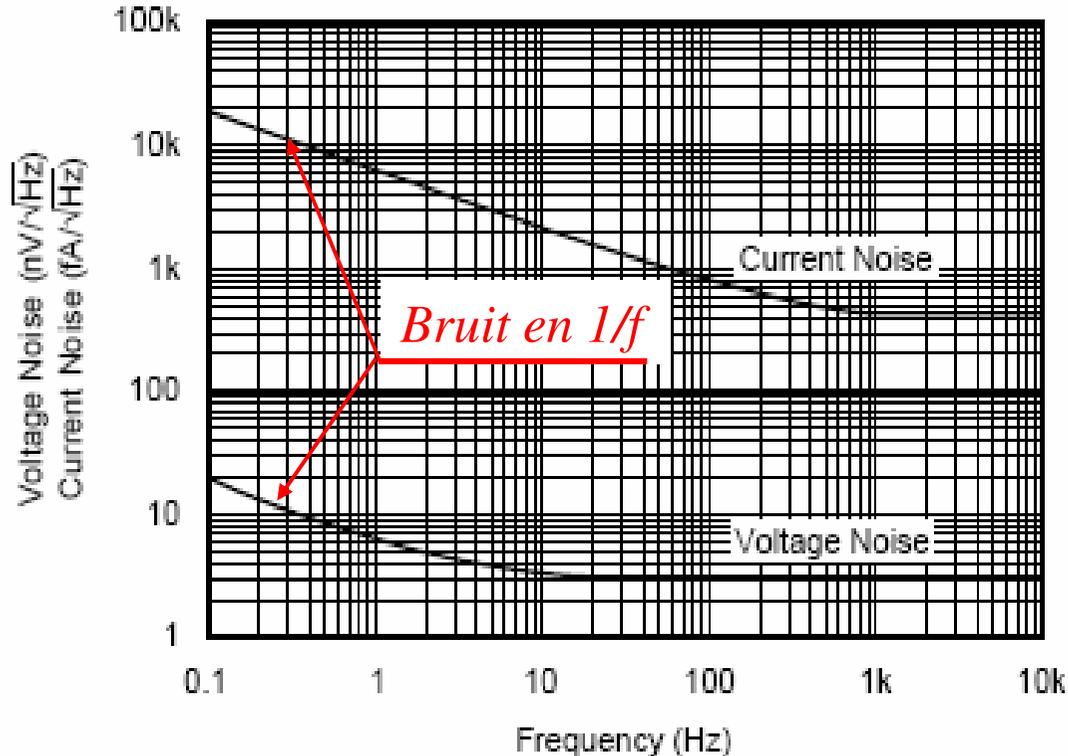
Modélisation du bruit dans un AOP

Modélisation du bruit dans les AOP



OPA227
OPA2227
OPA4227
OPA228
OPA2228
OPA4228

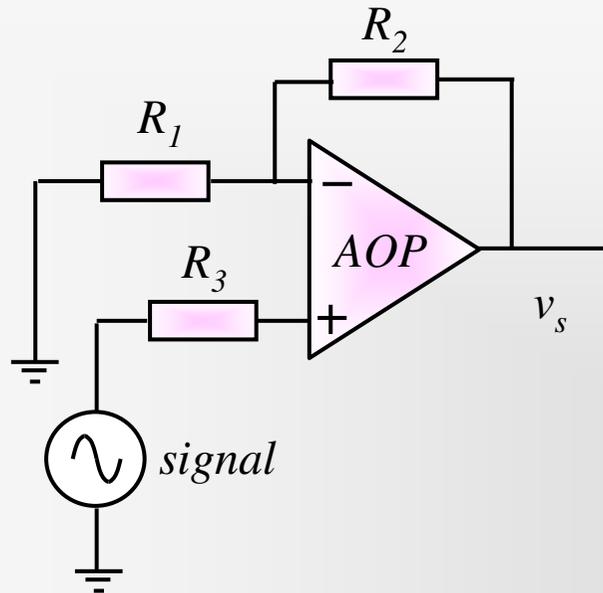
INPUT VOLTAGE AND CURRENT NOISE
SPECTRAL DENSITY vs FREQUENCY



Attention : le graphe donne les racines carrées des densités spectrales $e_n(f)$ et $i_n(f)$ et non les densités spectrales.

Exemple : $f=100\text{Hz} \Rightarrow e_n \approx 9 \times 10^{-18} \text{ V}^2/\text{Hz}$ et $i_n \approx 8 \times 10^{-25} \text{ A}^2/\text{Hz}$

Modélisation du bruit Bruit en sortie d'un montage non-inverseur



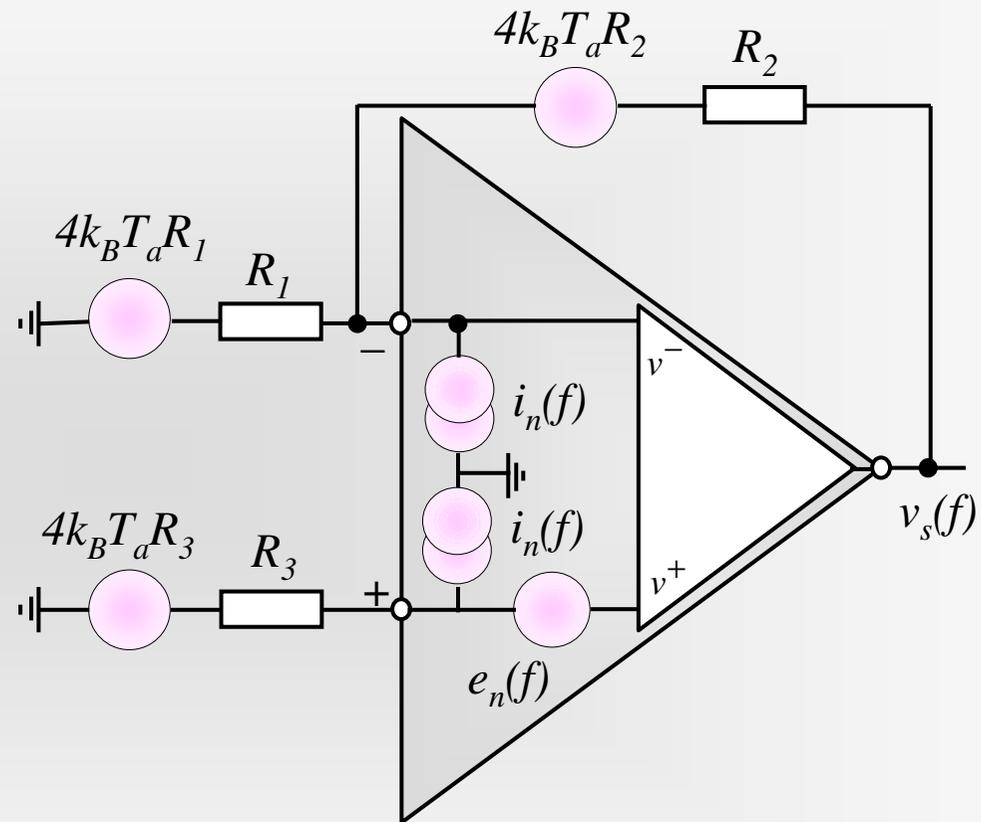
$$v_s = A_d (v^+ - v^-)$$

$A_d = \text{gain mode différence}$

Gain aux basses fréquences :

$$G_m = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

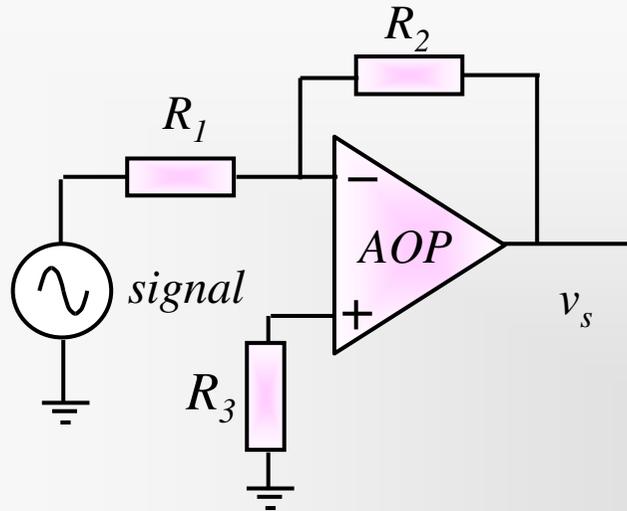
Montage non-inverseur



Sources de bruit du montage non-inverseur

Question : quelle est la valeur efficace de bruit en sortie de l'amplificateur ?

Modélisation du bruit Bruit en sortie d'un montage inverseur



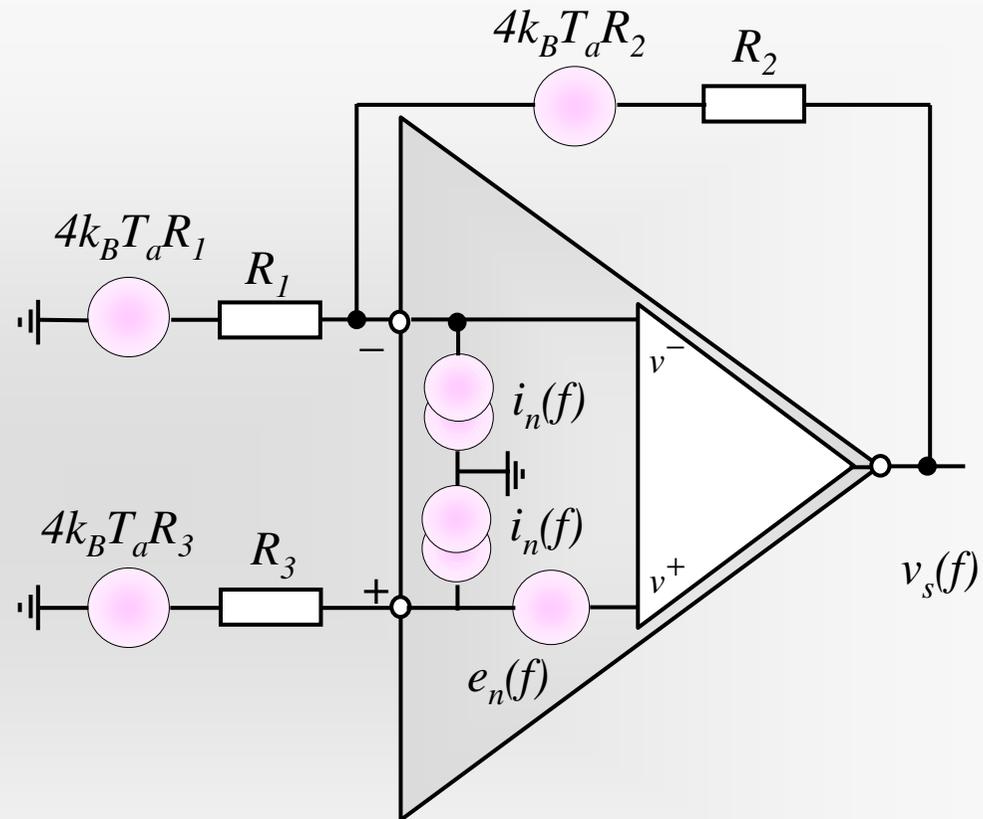
$$v_s = A_d (v^+ - v^-)$$

A_d = gain mode différence

Gain aux basses fréquences :

$$G_m = -\frac{R_2}{R_1}$$

Montage inverseur



Sources de bruit du montage inverseur

Remarque : la valeur efficace de bruit en sortie de l'amplificateur est identique à celle du montage non-inverseur.

Modélisation du bruit dans les AOP

Le fait que les densités spectrales de bruit des composants électroniques ne sont pas constantes en fonction de la fréquence complique quelque peu le calcul de la valeur efficace de bruit en sortie d'un composant, heureusement nous disposons aujourd'hui d'outils logiciels capables de faire ces calculs. Avant d'utiliser ces outils, il est bon cependant de s'être initié au calcul en utilisant les datasheets des constructeurs et ...un crayon. Avant de se lancer dans un tel calcul il faut apprendre à manipuler les densités spectrales, c'est que nous faisons maintenant. Nous en profitons aussi pour introduire : la bande passante équivalente de bruit, le facteur de bruit d'un amplificateur, le facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs et la température équivalente de bruit d'un amplificateur.

7- Manipulation des densités spectrales

Bande passante équivalente de bruit d'un amplificateur

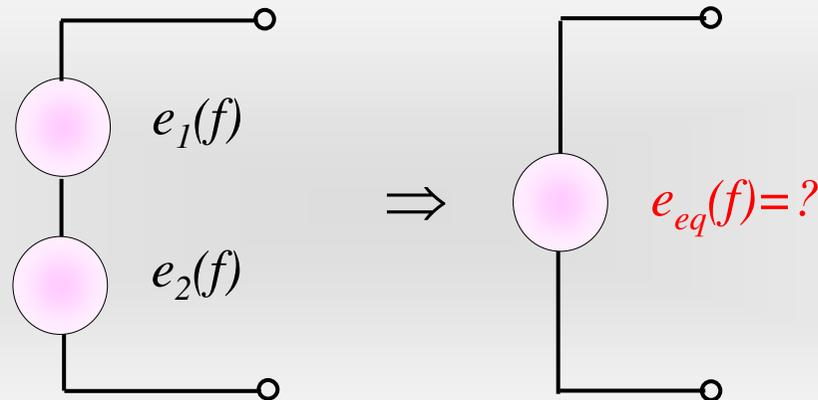
Facteur de bruit d'un amplificateur

Facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs

Température équivalente de bruit

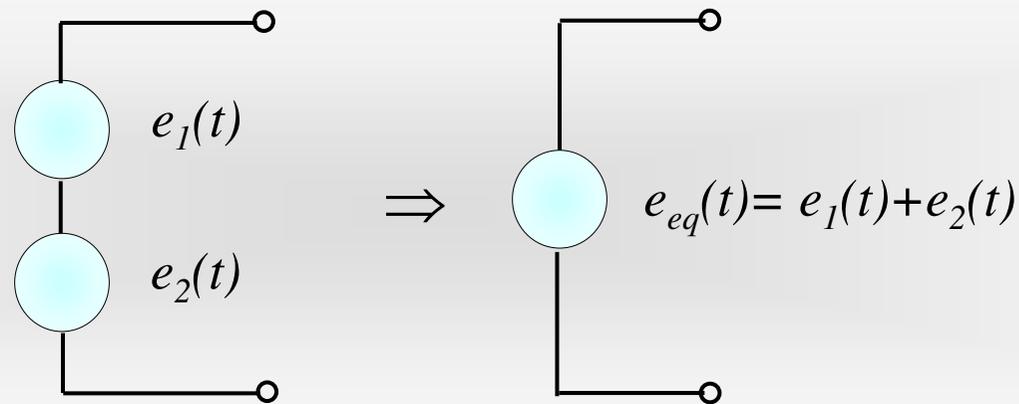
Manipulation des densités spectrales : exemple n°1

Nous avons appris à manipuler les générateurs de tension et de courant, maintenant il nous faut apprendre à manipuler les densités spectrales. Pour aborder simplement ce problème prenons le cas de deux sources de bruit en tension et montées en série dont les densités spectrales sont respectivement $e_1(f)$ et $e_2(f)$ et cherchons la densité spectrale équivalente $e_{eq}(f)$



Manipulation des densités spectrales : exemple n°1

Pour résoudre ce problème, on introduit momentanément deux générateurs de tension $e_1(t)$ et $e_2(t)$ dont les densités spectrales sont égales à $e_1(f)$ et $e_2(f)$. Nous ne disposons pas bien entendu d'expression analytique pour $e_1(t)$ et $e_2(t)$, ce sont juste des intermédiaires de calcul qui disparaîtront dans le résultat final.



Calculons la val. quad. moy. de bruit de la source équivalente :

$$\begin{aligned} \text{val. quad. moy.} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_{eq}^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (e_1(t) + e_2(t))^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (e_1^2(t) + e_2^2(t)) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 2e_1(t)e_2(t) dt \end{aligned}$$

Manipulation des densités spectrales : exemple n°1

$$\text{Des égalités : } \begin{cases} \int_0^\infty e_{eq}(f)df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_{eq}^2(t)dt \\ \int_0^\infty e_1(f)df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_1^2(t)dt \\ \int_0^\infty e_2(f)df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_2^2(t)dt \end{cases}$$

$$\text{On tire : } \int_0^\infty e_{eq}(f)df = \int_0^\infty (e_1(f) + e_2(f))df + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^\infty e_1(t)e_2(t)dt$$

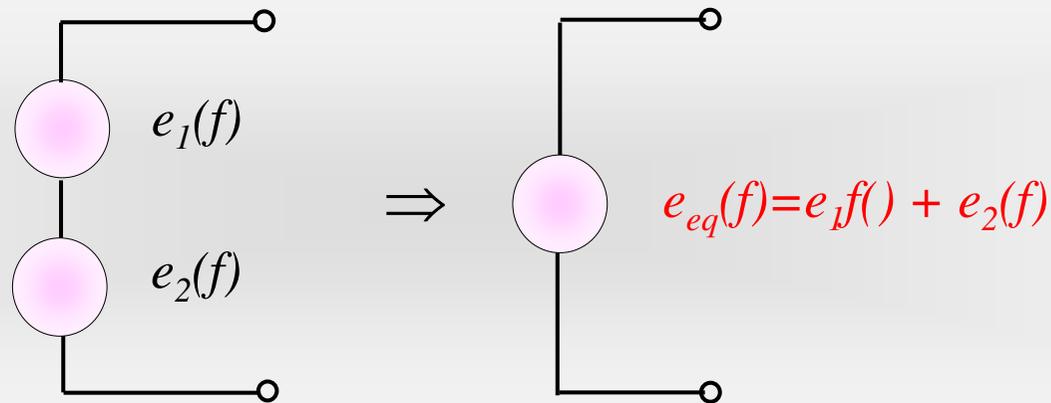
L'intégrale $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^\infty e_1(t)e_2(t)dt$ nous renseigne sur la corrélation des sources de bruit $e_1(t)$ et $e_2(t)$. Pour comprendre ce qu'est la corrélation, mettons par exemple deux résistances en série. Le bruit est, comme nous l'avons déjà dit, dû aux fluctuations spatiales de la densité électronique, dire que les sources sont corrélées revient à dire qu'elles se connaissent. Faisons l'hypothèse, non raisonnable, que les fluctuations sont les mêmes dans les deux résistances, il s'ensuit que $e_1(t) = e_2(t)$ et donc $e_1(f) = e_2(f)$.

Manipulation des densités spectrales : exemple n°1

Dans ce cas : $\int_0^\infty e_{eq}(f)df = 2\int_0^\infty e_1(f)df + 2\int_0^\infty e_1(f)df$ et $e_{eq}(f) = 4e_1(f)$

Dans la réalité, les déplacements des électrons dans les deux résistances sont totalement indépendants, autrement dit les deux sources de bruit ne sont pas corrélées et l'intégrale $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^\infty e_1(t)e_2(t)dt$ est nulle.

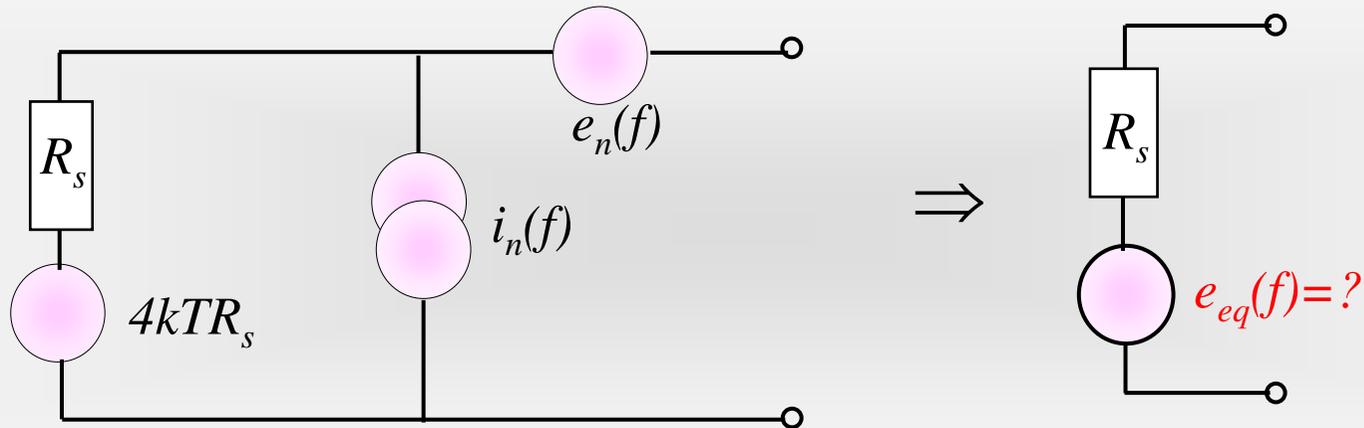
Dans le cas où les sources de bruit ne sont pas corrélées, ce qui sera toujours supposé vraie par la suite, les densités spectrales s'ajoutent.



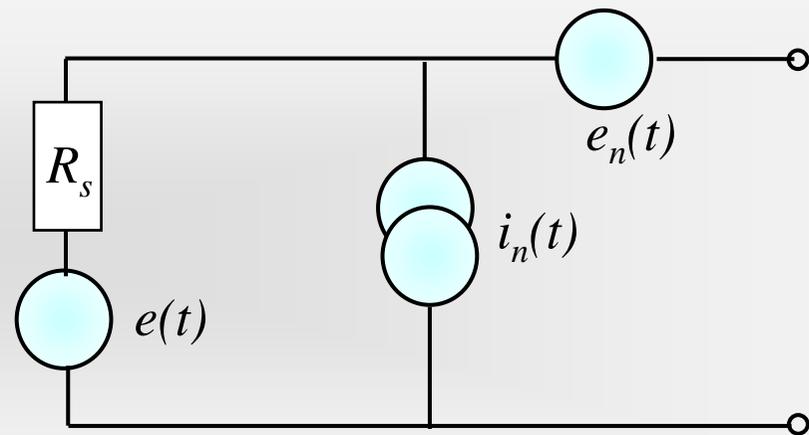
[Pour en savoir plus, voir complément 1 \(cliquez ici\)](#)

Manipulation des densités spectrales : exemple n°2

Intéressons nous maintenant au cas de deux sources de tension et d'une source de courant, c'est un cas très fréquemment rencontré.



Dans un premier temps on introduit 3 générateurs, 2 de tension $e(t)$ et $e_n(t)$ et un de courant $i_n(t)$ dont les densités spectrales sont égales à $4k_BTR_s$, $e_n(f)$ et $i_n(f)$



$$\begin{aligned}
\text{Val. quad. moy.} &= \int_0^\infty e_{eq}(f)df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_{eq}^2(t)dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (e(t) + e_n(t) + R_s i_n(t))^2 dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(e^2(t) + e_n^2(t) + R_s^2 i_n^2(t) \right) dt \\
&\quad + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T (e(t)e_n(t) + e(t)R_s i_n(t) + e_n(t)R_s i_n(t)) dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(e^2(t) + e_n^2(t) + R_s^2 i_n^2(t) \right) dt \\
&\quad + 2 \left(C_{ee_n}(\tau=0) + R_s C_{ei_n}(\tau=0) + R_s C_{e_n i_n}(\tau=0) \right) \\
\text{Val. quad. moy.} &= \int_0^\infty e_{eq}(f)df = \int_0^\infty \left(e(f) + e_n(f) + R_s^2 i_n(f) \right) df \\
&\quad + 2 \left(C_{ee_n}(\tau=0) + R_s C_{ei_n}(\tau=0) + R_s C_{e_n i_n}(\tau=0) \right)
\end{aligned}$$

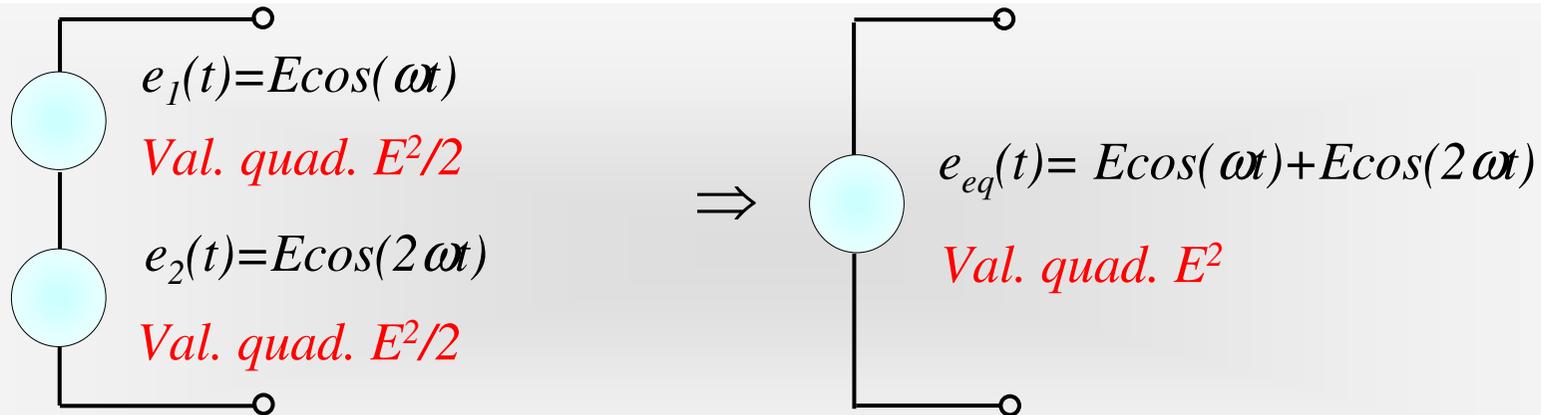
Si les 3 sources e , e_n et i_n ne sont pas corrélées :

$$C_{ee_n}(\tau=0) = C_{ei_n}(\tau=0) = C_{e_n i_n}(\tau=0) = 0$$

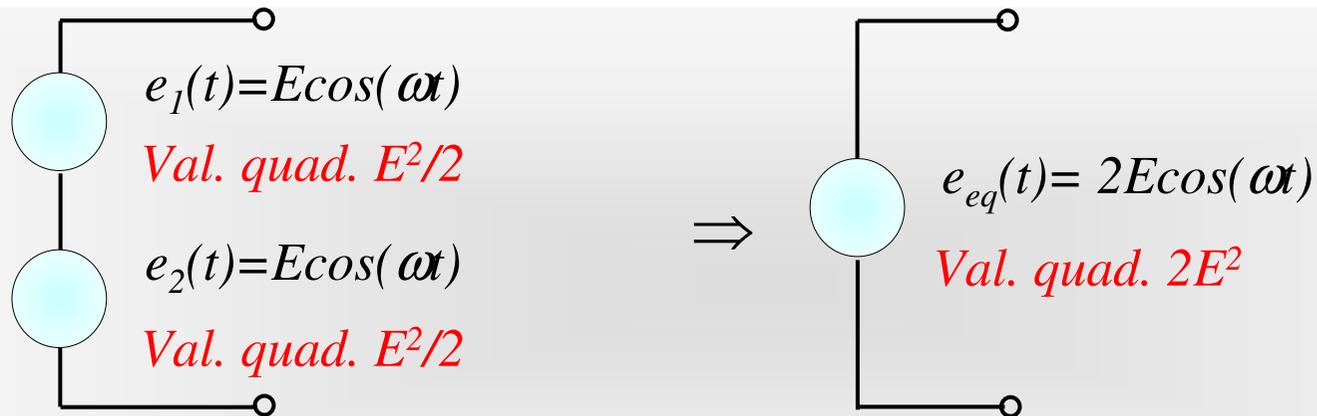
$$e_{eq}(f) = 4kTR_s + e_n(f) + R_s^2 i_n(f)$$

Remarque : valeurs quadratiques et signaux déterministes

Comme pour les sources de bruit, la val. quad. d'un signal déterministe n'est pas toujours la somme des val. quad.



Les deux signaux $e_1(t)$ et $e_2(t)$ sont indépendants, la val. quad. de $e_{eq}(t)$ est la somme des val. quad.

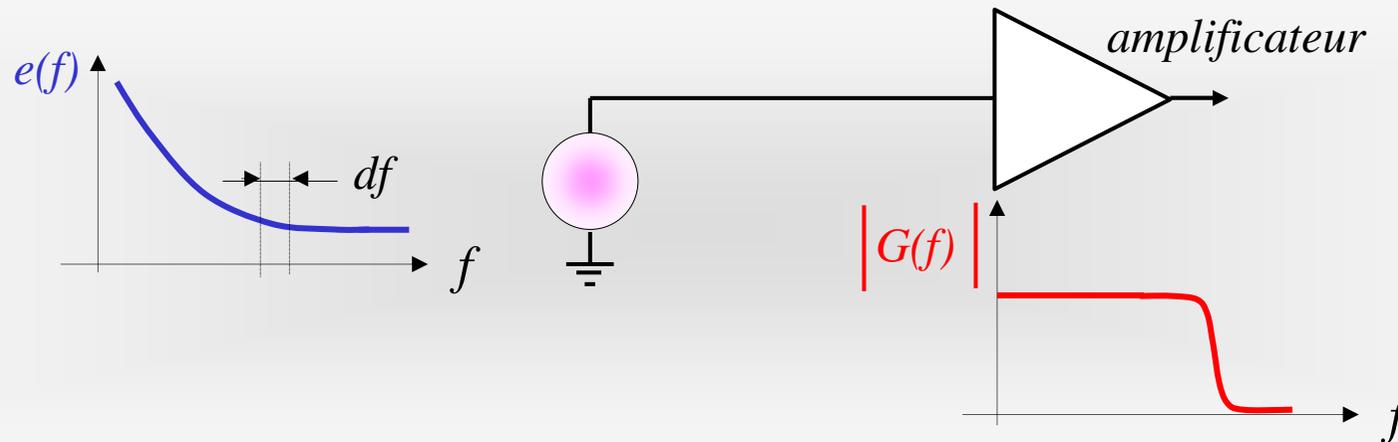


Les deux signaux $e_1(t)$ et $e_2(t)$ ne sont pas indépendants, la val. quad. de $e_{eq}(t)$ est différente de la somme des val. quad.

Bande passante équivalente de bruit d'un amplificateur

Un amplificateur, supposé sans bruit, de gain en tension $G(f)$ est attaqué par un générateur de bruit de densité spectrale $e(f)$.

Question : quelle est la valeur efficace de bruit en sortie de l'amplificateur ?



Val. eff. de la source de bruit dans une plage df : $\sqrt{e(f)df}$

Val. eff. en sortie de l'ampli. dans une plage df : $|G(f)|\sqrt{e(f)df}$

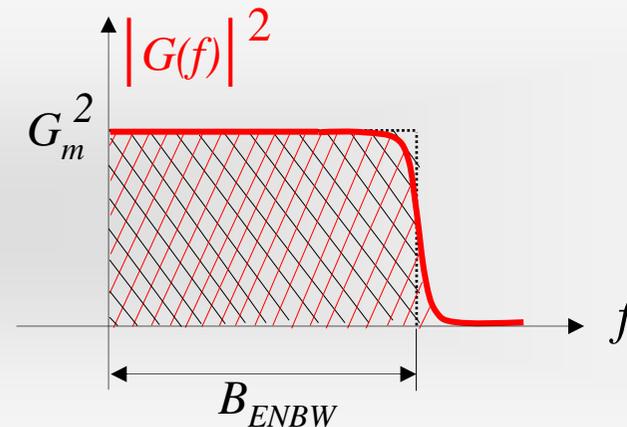
Val. quad. moy. en sortie de l'ampli. dans une plage df : $|G(f)|^2 e(f)df$

Val. quad. moy. en sortie de l'ampli. : $\int_0^\infty |G(f)|^2 e(f)df$

Bande passante équivalente de bruit d'un amplificateur

Dans le cas où la densité spectrale est indépendante de la fréquence, $e(f)=e_f$, c'est le cas par exemple d'une résistance, la val. quad. moy. de bruit s'écrit :

$$\int_0^{\infty} |G(f)|^2 e(f) df = e_f \int_0^{\infty} |G(f)|^2 df$$



L'intégrale $\int_0^{\infty} |G(f)|^2 df$, zone hachurée rouge, est encore égale à la zone hachurée noire : $\int_0^{\infty} |G(f)|^2 df = G_m^2 B_{ENBW}$ où G_m et B_{ENBW} sont le gain aux basses fréquences et la **Bande Passante Équivalente de Bruit (Equivalent Noise BandWidth)**

Bande passante équivalente de bruit d'un amplificateur

La bande passante équivalente de bruit B_{ENBW} est reliée à la bande passante à $-3dB$

➤ *Passe-bas du 1^{er} ordre de fréquence de coupure f_{-3dB} à $-3dB$*

$$G(f) = \frac{G_m}{\left(1 + j\left(\frac{f}{f_{-3dB}}\right)\right)} \quad \text{et} \quad \int_0^{\infty} \frac{G_m^2}{\left(1 + \left(\frac{f}{f_{-3dB}}\right)^2\right)} df = G_m^2 \frac{\pi}{2} f_{-3dB}$$

$$\text{d'où : } B_{ENBW} = (\pi/2)f_{-3dB}$$

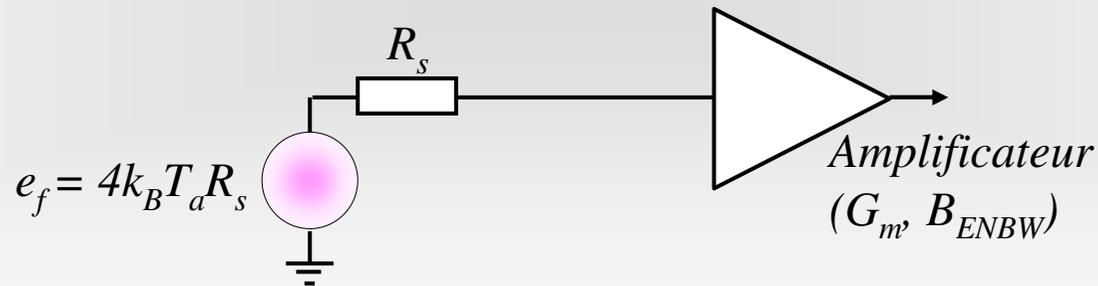
➤ *Passe-bande de fréquence centrale f_0 et de coef. de surtension Q*

$$G(f) = G_m \frac{j\left(\frac{f}{f_0} - \frac{1}{Q}\right)}{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right) + j\left(\frac{f}{f_0} - \frac{1}{Q}\right)} \quad \text{et} \quad \int_0^{\infty} G_m^2 \frac{\left(\frac{f}{f_0} - \frac{1}{Q}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{f}{f_0} - \frac{1}{Q}\right)^2} df = G_m^2 \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{Q}$$

$$\text{d'où : } B_{ENBW} = (\pi/2)(f_0/Q)$$

Facteur de bruit d'un amplificateur

Un amplificateur génère du bruit, en conséquence, la val. quad. moy. de bruit est supérieure à $\int_0^\infty |G(f)|^2 e(f) df$. Étudions le cas très fréquemment rencontré d'un amplificateur de gain G_m aux basses fréquences et de bande passante équivalente de bruit B_{ENBW} attaqué par un générateur de résistance de source R_s .



Si l'amplificateur était sans bruit, la val. quad. moy. de bruit en sortie s'écrirait :

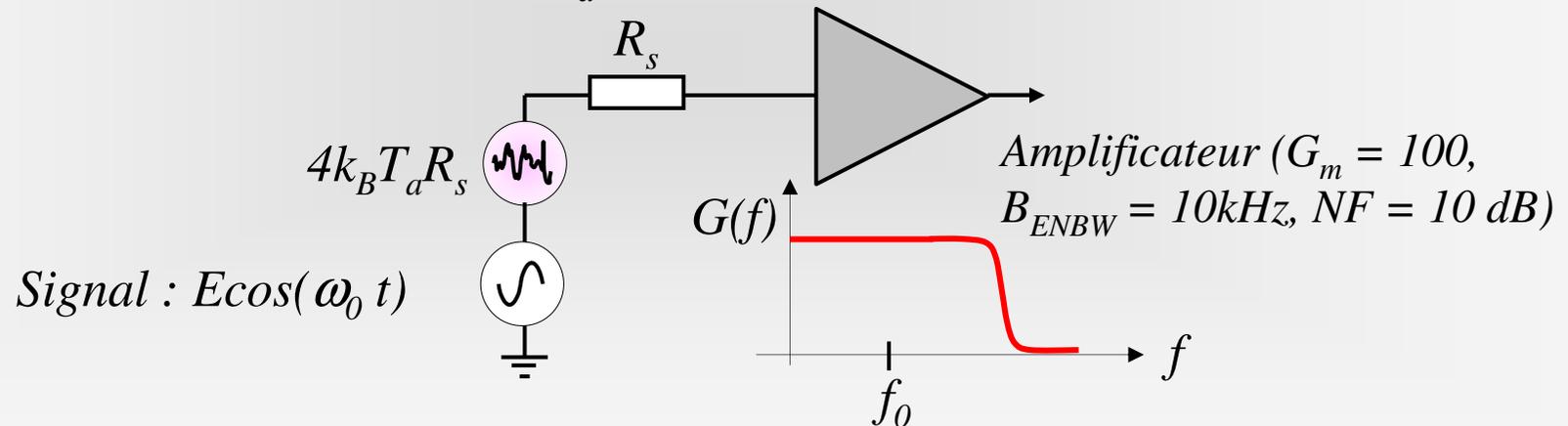
$$\int_0^\infty |G(f)|^2 4k_B T_a R_s df = G_m^2 B_{ENBW} 4k_B T_a R_s$$

Pour caractériser le bruit de l'amplificateur on introduit le facteur de bruit (NF en anglais pour Noise Figure), dont la définition est la suivante :

$$NF|_{en\ dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{val. quad. moy. de bruit}}{4k_B T_a R_s G_m^2 B_{ENBW}} \right) ; NF > 0\text{dB}$$

Facteur de bruit d'un amplificateur : exemple

Quelle doit être la valeur crête E du signal d'entrée d'un amplificateur caractérisé par $G_m=100$, $B_{ENBW}=10\text{kHz}$ et $NF=10\text{dB}$ pour obtenir en sortie un rapport Signal/Bruit de 80 dB par exemple. La résistance de source R_s du générateur est égale à $1\text{k}\Omega$ et est à la température $T_a=300\text{K}$.



On écrit le rapport Signal/Bruit : $80\text{dB} = 10\log_{10} \left(\frac{G_m^2 (E/\sqrt{2})^2}{4k_B T_a R_s G_m^2 B_{ENBW} 10^{NF/10}} \right)$

On trouve $E \approx 18,2\text{mV}$. Avec une telle tension d'entrée, la sortie sera distordue !

Conclusion : il faut réduire la bande et chercher un ampli. avec NF plus petit.

Facteur de bruit d'un amplificateur : autre définition

On donne souvent comme autre définition du facteur de bruit NF d'un amplificateur, la définition suivante :

$$NF|_{en\ dB} = 10\log_{10} \left(\frac{\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}}|_{entrée}}{\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}}|_{sortie}} \right)$$

$$\text{Soit : } NF|_{en\ dB} = 10\log_{10} \left(\frac{\frac{(E/\sqrt{2})^2}{4k_B T_a R_s B_{ENBW}}}{\frac{G_m^2 (E/\sqrt{2})^2}{\text{val. quad. moy. de bruit}}} \right)$$

Après simplification, on retrouve bien :

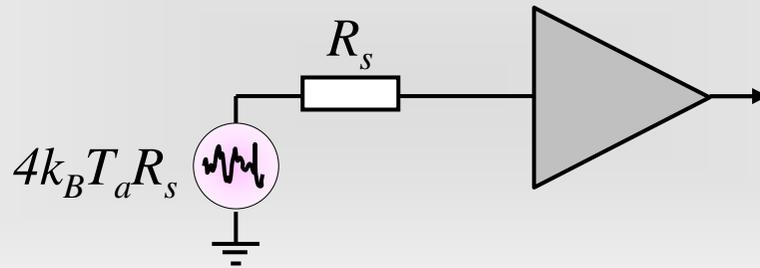
$$NF|_{en\ dB} = 10\log_{10} \left(\frac{\text{val. quad. moy. de bruit}}{4k_B T_a R_s G_m^2 B_{ENBW}} \right)$$

Facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs

On va montrer que, dans une chaîne d'amplificateurs, le facteur de bruit équivalent de la chaîne est grosso modo égal au facteur de bruit du premier amplificateur, d'où l'intérêt d'avoir un premier amplificateur performant. La démonstration se fait pour une largeur de bande de 1 Hz.

Cherchons dans un premier temps à exprimer le bruit apporté par un amplificateur.

Rappel : Val. quad. moy de bruit = $4k_B T_a R_s G_m^2 10^{NF/10}$



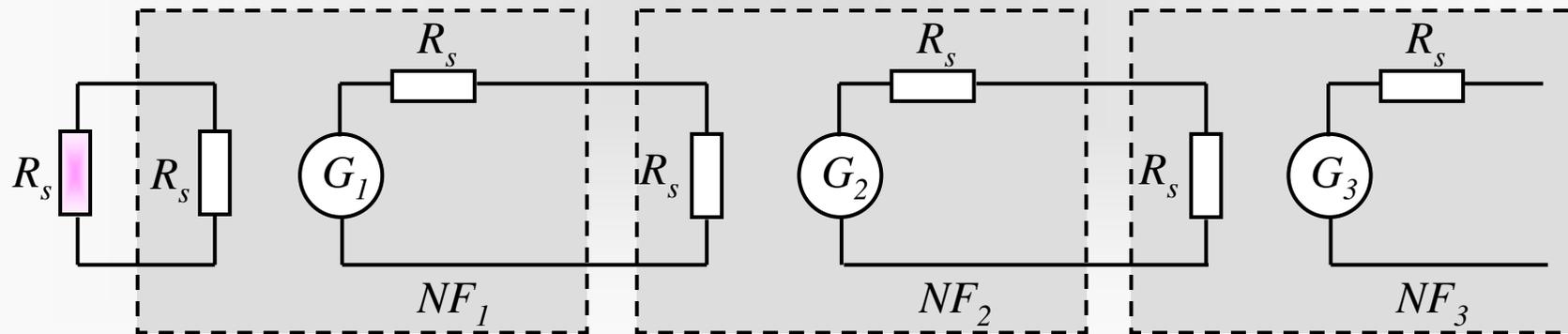
Val. quad. moy de bruit (ampli supposé sans bruit) = $4k_B T_a R_s G_m^2$

Le bruit apporté par l'amplificateur est donc la différence, soit :

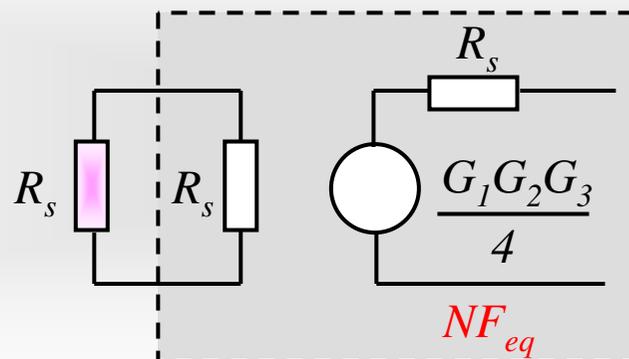
Val. quad. moy de bruit apporté par l'ampli = $4k_B T_a R_s G_m^2 (10^{NF/10} - 1)$

Facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs

Soit une chaîne de trois amplificateurs de gain en tension G_1 , G_2 et G_3 , et de facteurs de bruit NF_1 , NF_2 et NF_3 (en dB). Les amplificateurs sont adaptés, c'est à dire que les résistances de sortie et d'entrée sont toutes égales à la résistance R_s de la source.



On cherche le facteur de bruit NF_{eq} équivalent à la chaîne des trois amplificateurs.



Facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs

Val. quad. moy. de bruit en sortie du premier amplificateur :

$$4k_B T_a R_s \left(\frac{R_s}{R_s + R_s} \right)^2 G_1^2 10^{NF_1/10} = k_B T_a R_s G_1^2 10^{NF_1/10}$$

Val. quad. moy. de bruit apporté par le premier amplificateur :

$$k_B T_a R_s G_1^2 \left(10^{NF_1/10} - 1 \right)$$

Val. quad. moy. de bruit en sortie du deuxième amplificateur :

$$\left[\left[k_B T_a R_s G_1^2 10^{NF_1/10} \right] \frac{1}{4} \right] G_2^2 + k_B T_a R_s G_2^2 \left[10^{NF_2/10} - 1 \right]$$

Val. quad. moy. de bruit en sortie du troisième amplificateur :

$$\left[\left[\left[\left[k_B T_a R_s G_1^2 10^{NF_1/10} \right] \frac{1}{4} \right] G_2^2 + k_B T_a R_s G_2^2 \left[10^{NF_2/10} - 1 \right] \right] \frac{1}{4} \right] G_3^2 + k_B T_a R_s G_3^2 \left[10^{NF_3/10} - 1 \right] \quad (1)$$

Facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs

Val. quad. moy. de bruit en sortie de l'amplificateur équivalent :

$$4k_B T_a R_s \left(\frac{R_s}{R_s + R_s} \right)^2 \left(\frac{G_1 G_2 G_3}{4} \right)^2 10^{NF_{eq}/10} \quad (2)$$

La comparaison des relations (1) et (2) donne :

$$10^{NF_{eq}/10} = 10^{NF_1/10} + \frac{(10^{NF_2/10} - 1)}{\left(\frac{G_1}{2} \right)^2} + \frac{(10^{NF_3/10} - 1)}{\left(\frac{G_1}{2} \right)^2 \left(\frac{G_2}{2} \right)^2}$$

$\left(\frac{G_1}{2} \right)^2 = G_{P1}$ et $\left(\frac{G_2}{2} \right)^2 = G_{P2}$ sont les gains en puissance du premier

et deuxième étage.

Facteur de bruit d'une chaîne d'amplificateurs

On obtient finalement la relation :

$$10^{NF_{eq}/10} = 10^{NF_1/10} + \frac{(10^{NF_2/10} - 1)}{G_{P1}} + \frac{(10^{NF_3/10} - 1)}{G_{P1}G_{P2}} + \dots$$

Dans le cas où G_{P1} et $G_{P2}, \dots \gg 1$, on peut écrire en première approximation que :

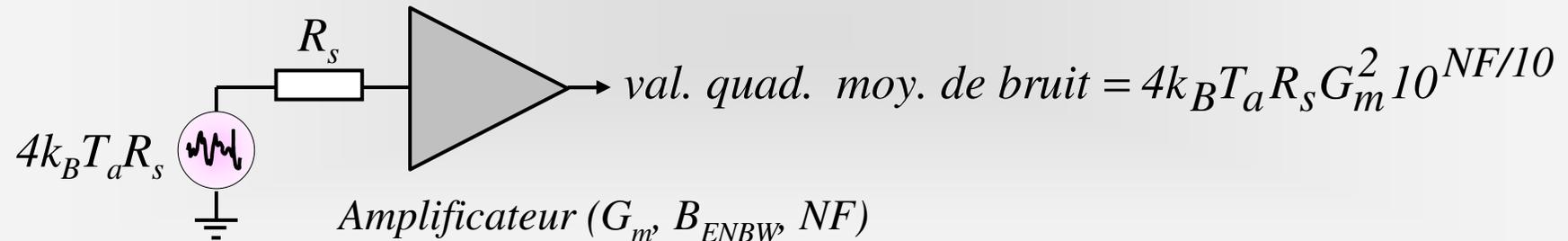
$$10^{NF_{eq}/10} \approx 10^{NF_1/10}$$

Soit encore : $NF_{eq} \approx NF_1$

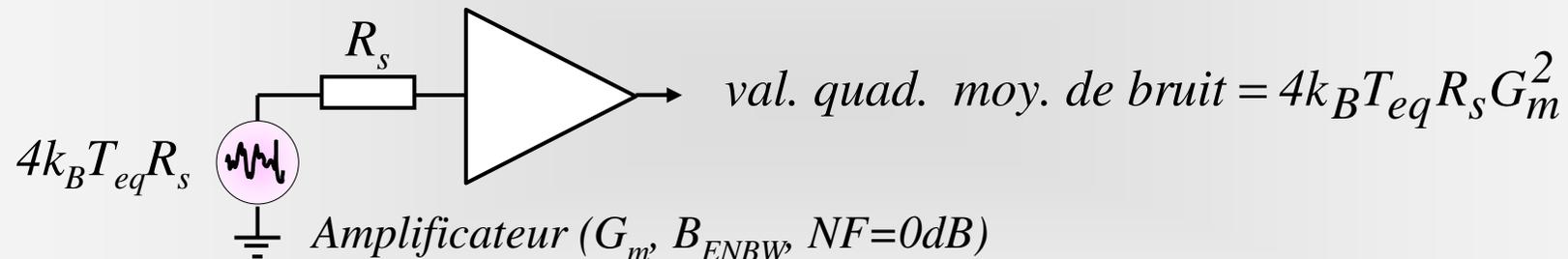
En conclusion, le facteur de bruit équivalent à une chaîne d'amplificateurs est approximativement égal au facteur de bruit du premier amplificateur, d'où l'importance de choisir un premier amplificateur faible bruit.

Facteur de bruit et température équivalente de bruit

Val. quad. moy de bruit en sortie d'un ampli. de facteur de bruit $NF > 0\text{dB}$ et attaqué par une résistance R_s à la température ambiante T_a .



On obtient la même valeur en prenant $NF = 0\text{dB}$ et une température équivalente de bruit T_{eq} de la résistance égale à : $T_{eq} = T_a 10^{NF/10}$

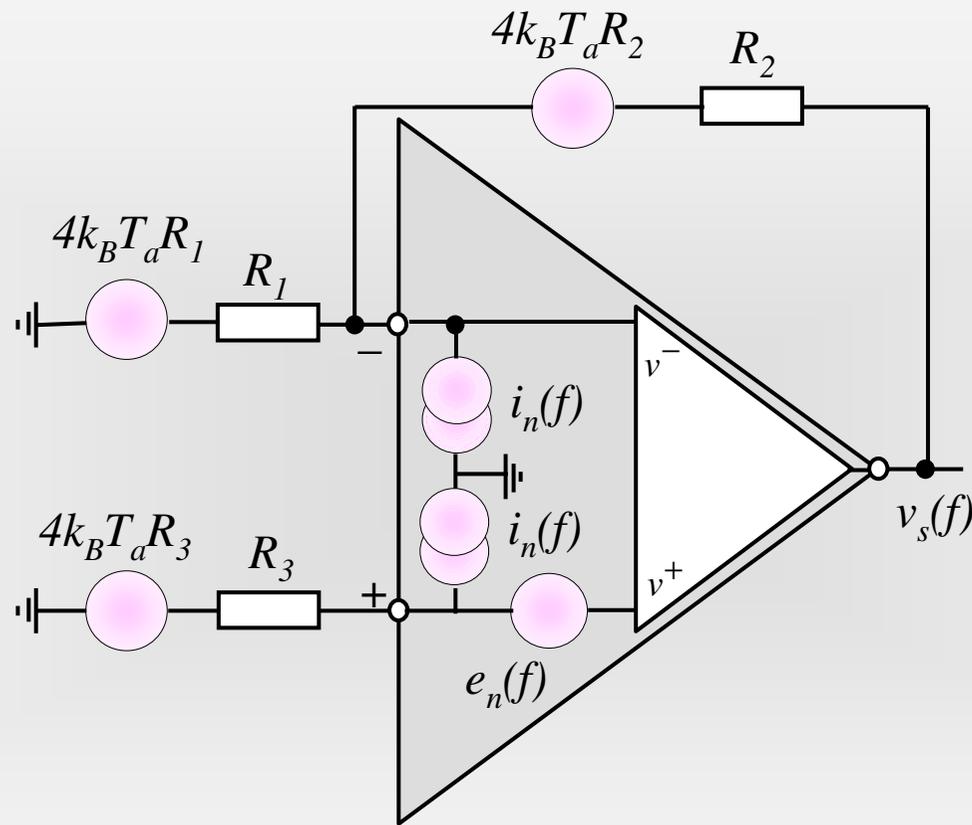


Exemple : $T_a = 300\text{K}$, $NF = 10\text{ dB}$, $T_{eq} = 3000\text{K}$

*8- Bruit en sortie des montages
non inverseur et inverseur*

Valeur efficace de bruit en sortie des montages non-inverseur et inverseur

On rappelle ci-dessous le schéma électrique pour calculer la valeur efficace de bruit en sortie d'un montage non-inverseur ou inverseur.



Sources de bruit des montages non-inverseur et inverseur

Valeur efficace de bruit en sortie des montages non-inverseur et inverseur

Une estimation de la valeur quad. moy de bruit en sortie, ou de la val. efficace, est obtenue en procédant ainsi :

1 – en appliquant les règles d'addition des densités spectrales, on calcule la densité spectrale $v_s(f)$ de bruit en sortie du montage :

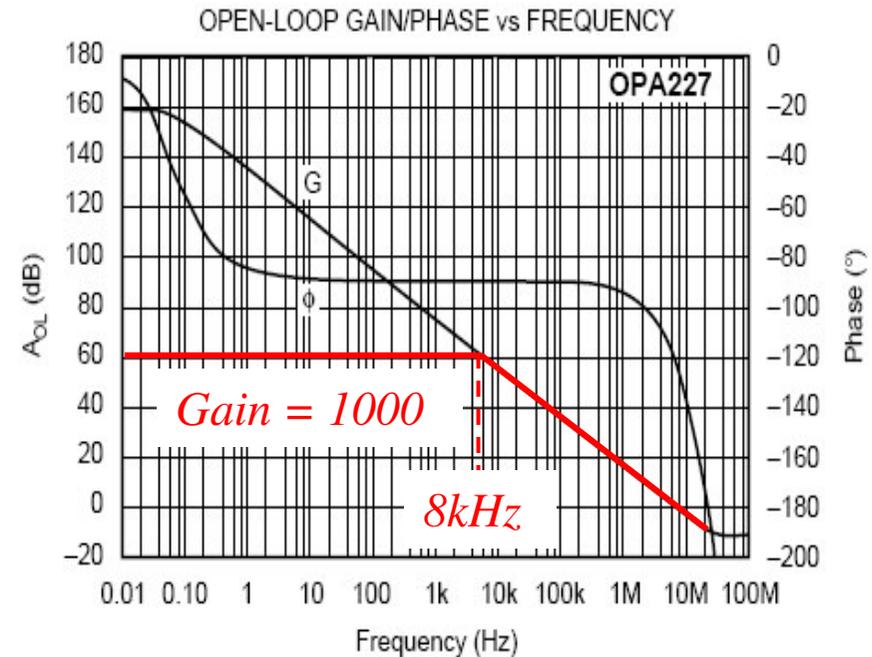
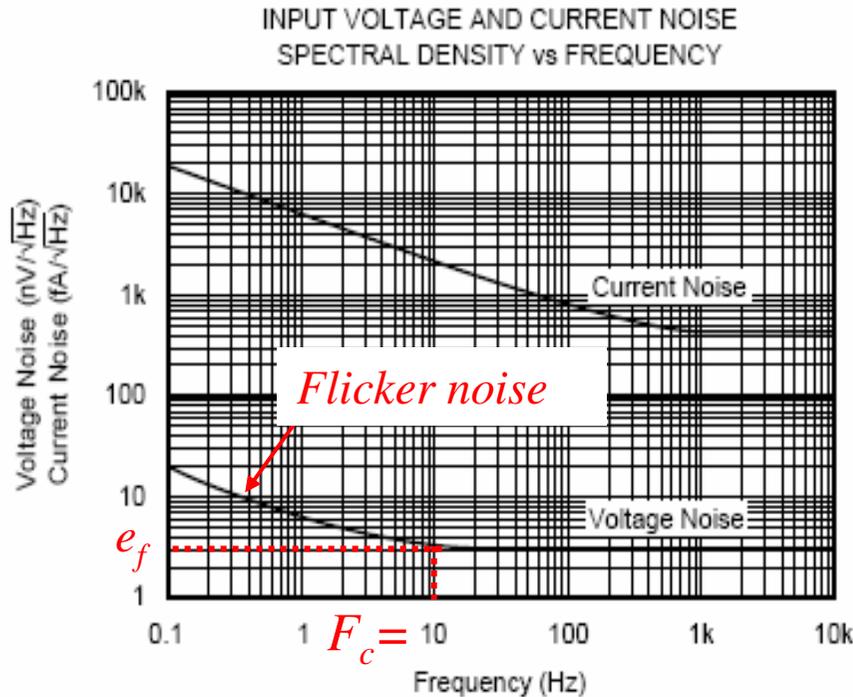
$$v_s(f) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 v_T(f) \quad \text{avec : } v_T(f) = e_n(f) + 4k_B T_a R_s + i_n \left(R_3^2 + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 \right)$$

$$\text{et } R_s = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

[Pour en savoir plus, voir complément 2 \(cliquez ici\)](#)

2- on intègre sur la bande passante de l'amplificateur, celle-ci dépend du gain en boucle ouverte de l'AOP et des résistances R_1 et R_2 .

Exemple : montage non-inverseur avec AOP 227



Pour obtenir un gain $G_m = (1 + R_2/R_1) = 1000$ par exemple, on prend $R_2 = 1M\Omega$, $R_1 = 1k\Omega$, prenons $R_3 = R_1 // R_2 = 1k\Omega$. Compte tenu des ordres de grandeur, on peut négliger l'effet du courant de bruit $i_n(f)$, c'est généralement le cas avec les AOP à entrée JFET ou MOSFET, à condition que la résistance de source R_s ne soit pas trop élevée. On obtient donc en première approximation :

$$v_T(f) \approx e_n(f) + 4k_B T_a R_s \quad \text{avec } R_s = 2k\Omega$$

Exemple : montage non-inverseur avec AOP 227

La densité spectrale $e_n(f)$ varie comme K/f du continu à $F_c \approx 10\text{Hz}$ (corner frequency), elle est constante et égale à $e_f \approx 10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$ pour $F > F_c$. D'après le graphe de $e_n(f)$, $\sqrt{e_n(f = 0,1\text{Hz})} = 20 \times 10^{-9} \text{ V}^2 / \text{Hz}$ d'où $K = 4 \times 10^{-17} \text{ V}^2$. La bande passante F_h à -3dB du montage est voisine de 8kHz , en conséquence, la val. quad. moy. de bruit en sortie du montage est approximativement donnée par :

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \int_0^{F_c} \frac{K}{f} df + (e_f + 4k_B T_a R_s) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 F_h \frac{\pi}{2}$$
$$\approx 10^6 \int_0^{10} \frac{4 \times 10^{-17}}{f} df + 541 \times 10^{-9} \text{ (V}^2 \text{)}$$

Remarque : l'intégrale du flicker noise en K/f diverge !

Question : est-ce bien raisonnable de poursuivre l'intégration jusqu'à $f \rightarrow 0$?

Autrement dit le continu existe t-il ?

Exemple : montage non-inverseur avec AOP 227

En pratique, si un montage fonctionne pendant une heure la fréquence la plus basse correspond à $1/3600 \approx 2,7 \times 10^{-4}$ Hz et la val. quad. moy. de bruit $\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \int_0^{F_c} \frac{K}{f} df$ est égale à :

$$10^6 \int_{2,7 \times 10^{-4}}^{10} \frac{4 \times 10^{-17}}{f} df = 4 \times 10^{-11} \left[\text{Ln}(f) \right]_{2,7 \times 10^{-4}}^{10} = 420 \times 10^{-12} \text{ V}^2$$

Le même calcul effectué sur une durée de 1 an (soit une fréquence de $3,17 \times 10^{-8}$ Hz) conduit à :

$$10^6 \int_{3,17 \times 10^{-8}}^{10} \frac{4 \times 10^{-17}}{f} df = 4 \times 10^{-11} \left[\text{Ln}(f) \right]_{3,17 \times 10^{-8}}^{10} = 782 \times 10^{-12} \text{ V}^2$$

Le résultat est du même ordre de grandeur

En pratique, pour des fréquences plus basses que 0,1 Hz, il y a probablement d'autres effets, comme la température par exemple, susceptibles de faire changer la tension dans le circuit.

Exemple : montage non-inverseur avec AOP 227

En prenant comme limite la plus basse de l'intégrale la fréquence de 0,1Hz , on obtient :

$$10^6 \int_{0,1}^{10} \frac{4 \times 10^{-17}}{f} df = 4 \times 10^{-11} [\ln(f)]_{0,1}^{10} = 184 \times 10^{-12} \text{ V}^2$$

La val. quad. moy. de bruit en sortie de l'amplificateur est donc égale :

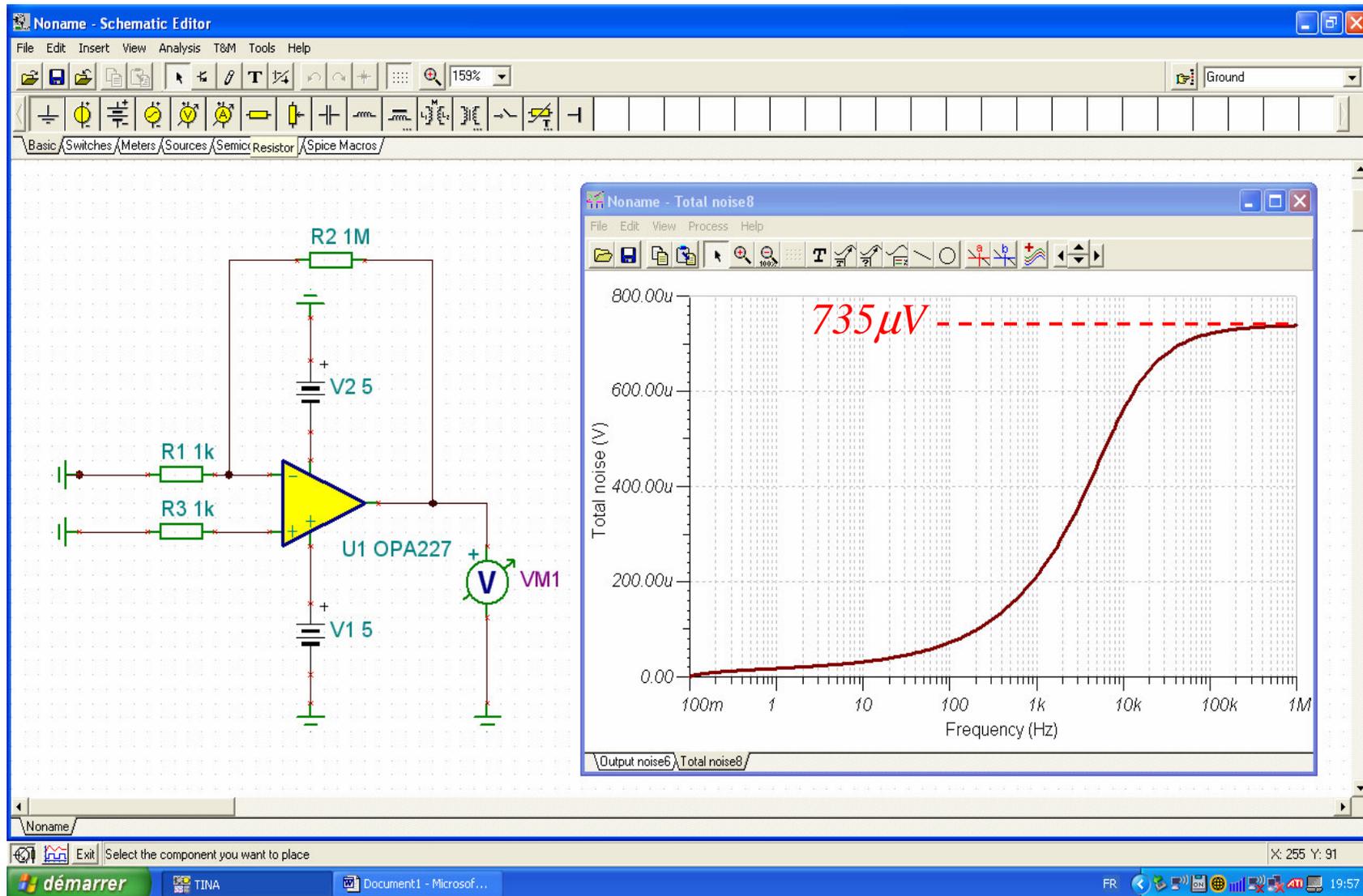
$$\approx 184 \times 10^{-12} + 541 \times 10^{-9} \approx 541 \times 10^{-9} \text{ (V}^2 \text{)}$$

La contribution du flicker noise est quasiment négligeable. La val. efficace de bruit est donc finalement égale à :

$$\sqrt{541 \times 10^{-9}} \approx 735 \mu\text{V}$$

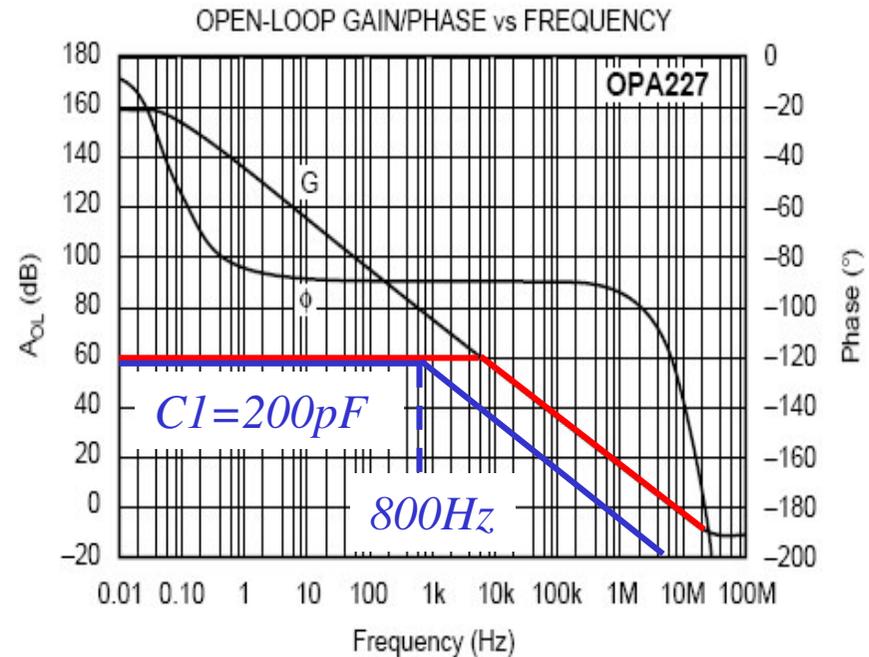
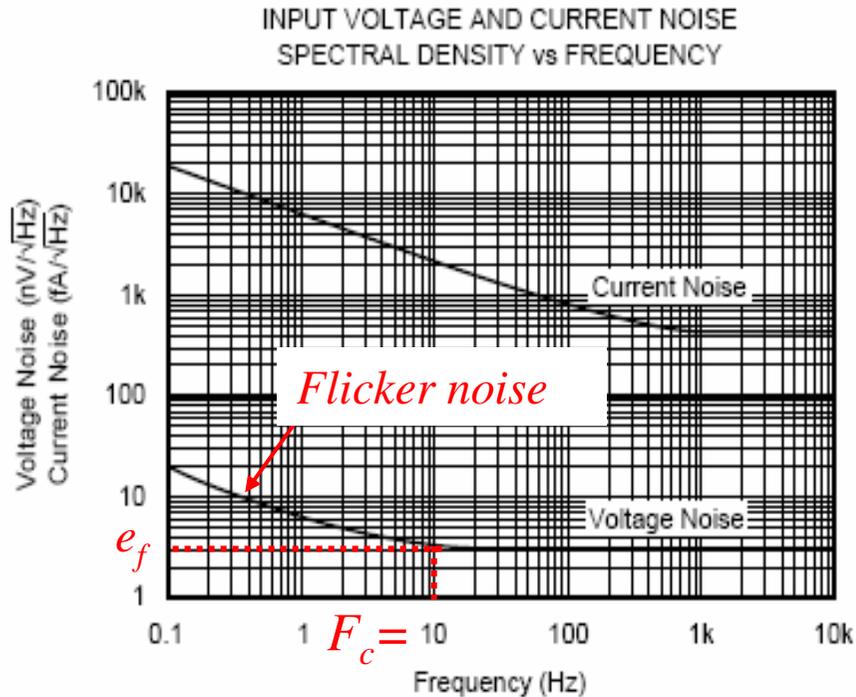
Il est intéressant de comparer cette valeur à celle donnée par une simulation utilisant les modèles SPICE. A cet effet on peut utiliser par exemple le logiciel gratuit TINA-TI de la société Texas Instruments (www.ti.com)

Résultat de simulation : montage non-inverseur avec AOP 227



Par simulation, la val. eff. de bruit est voisine de $735\mu\text{V}$.

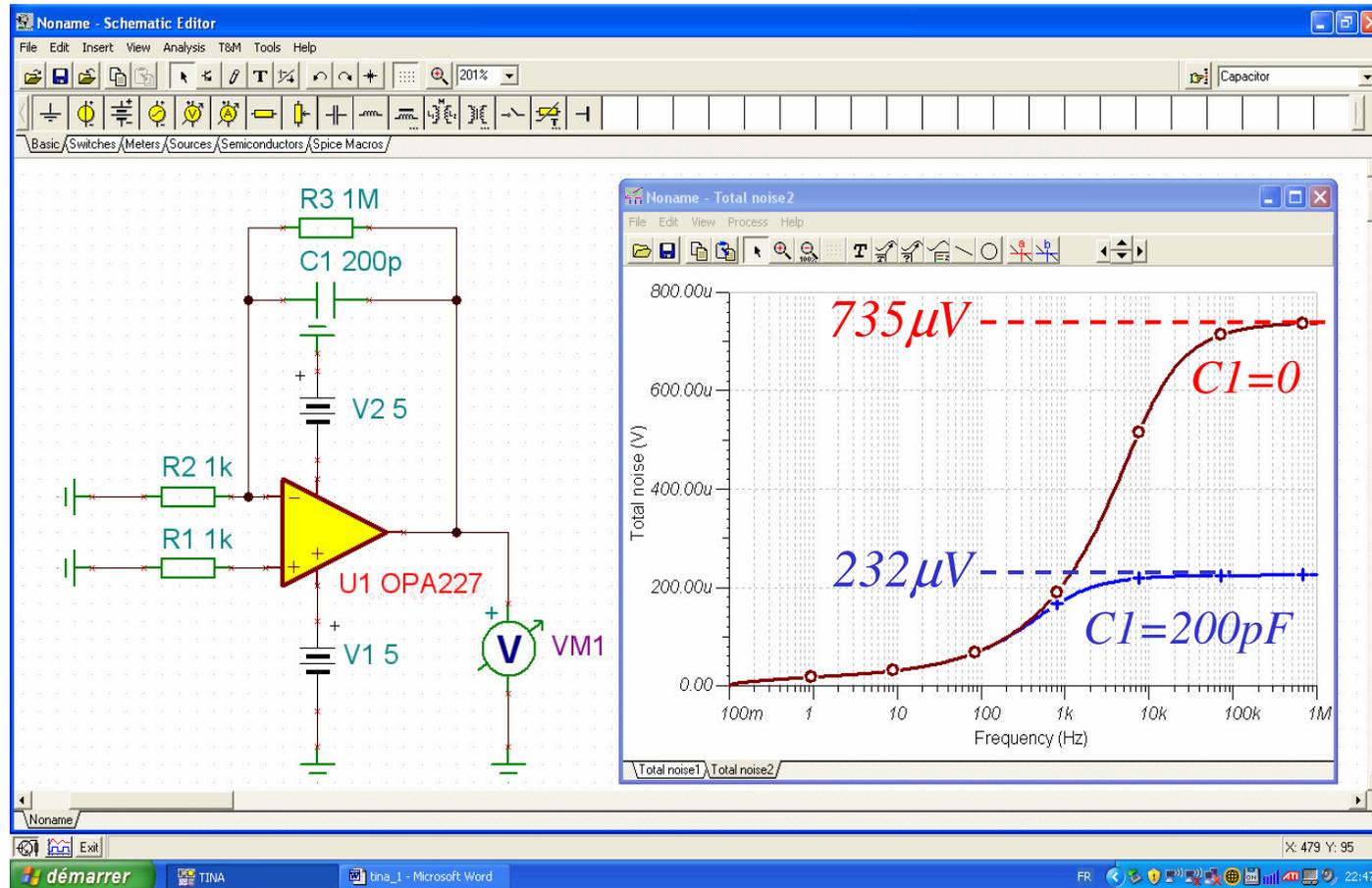
Autre exemple : montage inverseur avec AOP 227



Pour obtenir un gain $G_m = -R_2/R_1 = -1000$ par exemple, on prend $R_2 = 1M\Omega$, et $R_1 = R_3 = 1k\Omega$. Comme pour le montage non inverseur, on peut négliger l'effet du courant de bruit $i_n(f)$. On obtient donc en première approximation :

$$v_T(f) \approx e_n(f) + 4k_B T_a R_S \quad \text{avec } R_S = 2k\Omega$$

Montage inverseur avec AOP 227 : influence de la bande passante



$C1=0$, bande passante $F_h \approx 8\text{kHz}$, val. eff. de bruit $\approx 735 \mu\text{V}$

$C1=200\text{pF}$, bande passante $F_{h1} \approx 800\text{Hz}$, val. eff. de bruit $\approx 232 \mu\text{V}$,

$$\text{Le calcul donne : } 735 \frac{\sqrt{F_{h1}}}{\sqrt{F_h}} = 735 \frac{\sqrt{800}}{\sqrt{8000}} \approx 232 \mu\text{V}$$

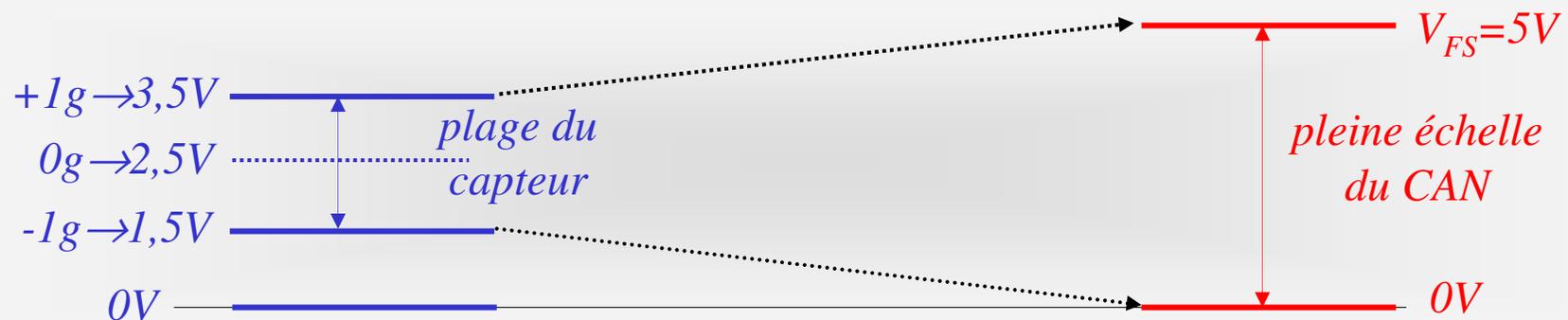
*9- Etude de cas :
l'accéléromètre et son
conditionnement*

L'accéléromètre et son conditionnement

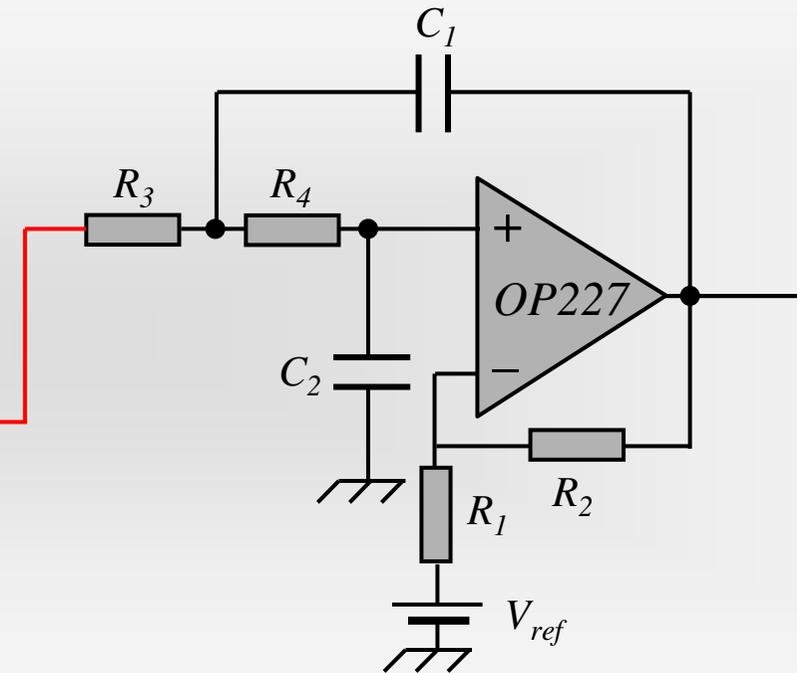
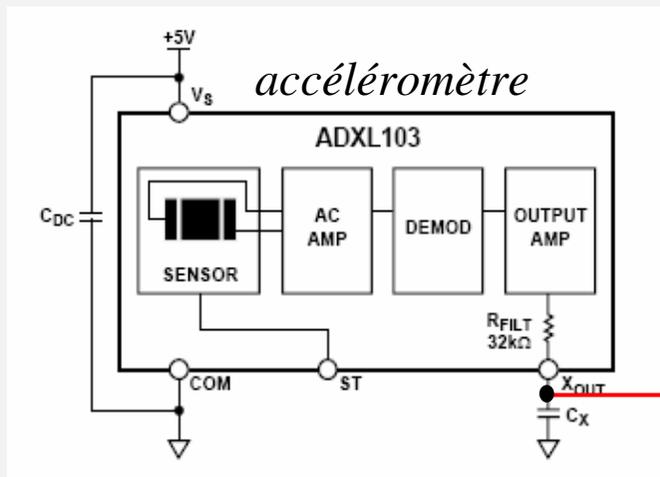
Cahier des charges : mesurer des accélérations comprises entre $-1g$ et $+1g$ et conditionner le signal pour un CAN unipolaire de pleine échelle $V_{FS}=5V$

Caractéristiques techniques de l'accéléromètre

SENSITIVITY (RATIOMETRIC) ³ Sensitivity at X_{OUT}, Y_{OUT} Sensitivity Change Due to Temperature ⁴	Each axis $V_S = 5V$ $V_S = 5V$	960	1000 ± 0.3	1040	mV/g %
ZERO g BIAS LEVEL (RATIOMETRIC) 0 g Voltage at X_{OUT}, Y_{OUT} Initial 0 g Output Deviation from Ideal 0 g Offset vs. Temperature	Each axis $V_S = 5V$ $V_S = 5V, 25^\circ C$	2.4	2.5 ± 25 ± 0.1	2.6 ± 0.8	V mg mg/ $^\circ C$
NOISE PERFORMANCE Output Noise Noise Density	<4 kHz, $V_S = 5V$		1 110	3	mV rms $\mu g/\sqrt{Hz}$ rms



L'accéléromètre et son conditionnement



Composants
pour une
bande passante
 $B_p = 50\text{Hz}$

V_{ref}	2,5V
R_1	1k Ω
R_2	1,5k Ω
R_4	47k Ω
R_3	15k Ω
C_1	56nF
C_2	82nF
C_x	100nF

Composants
pour une
bande passante
 $B_p = 500\text{Hz}$

V_{ref}	2,5V
R_1	1k Ω
R_2	1,5k Ω
R_4	47k Ω
R_3	15k Ω
C_1	5,6nF
C_2	8,2nF
C_x	10nF

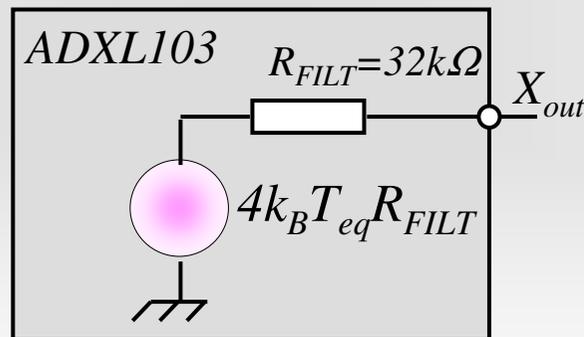
L'accéléromètre et son conditionnement

Comment simuler le bruit de l'accéléromètre ADXL103 ? d'après la caractéristique technique la densité spectrale de bruit est égale à : $(110 \times 10^{-6})^2 \text{g}^2/\text{Hz}$. La sensibilité de l'accéléromètre est égale à 1V/g , en conséquence, la densité spectrale, exprimée en V^2/Hz , est égale à : $(110 \times 10^{-6})^2 \text{V}^2/\text{Hz}$.

Pour évaluer le bruit par simulation, il suffit de ramener le bruit sur la résistance $R_{\text{FILT}} = 32\text{k}\Omega$ et d'écrire que cette résistance se trouve à une température T_{eq} telle que :

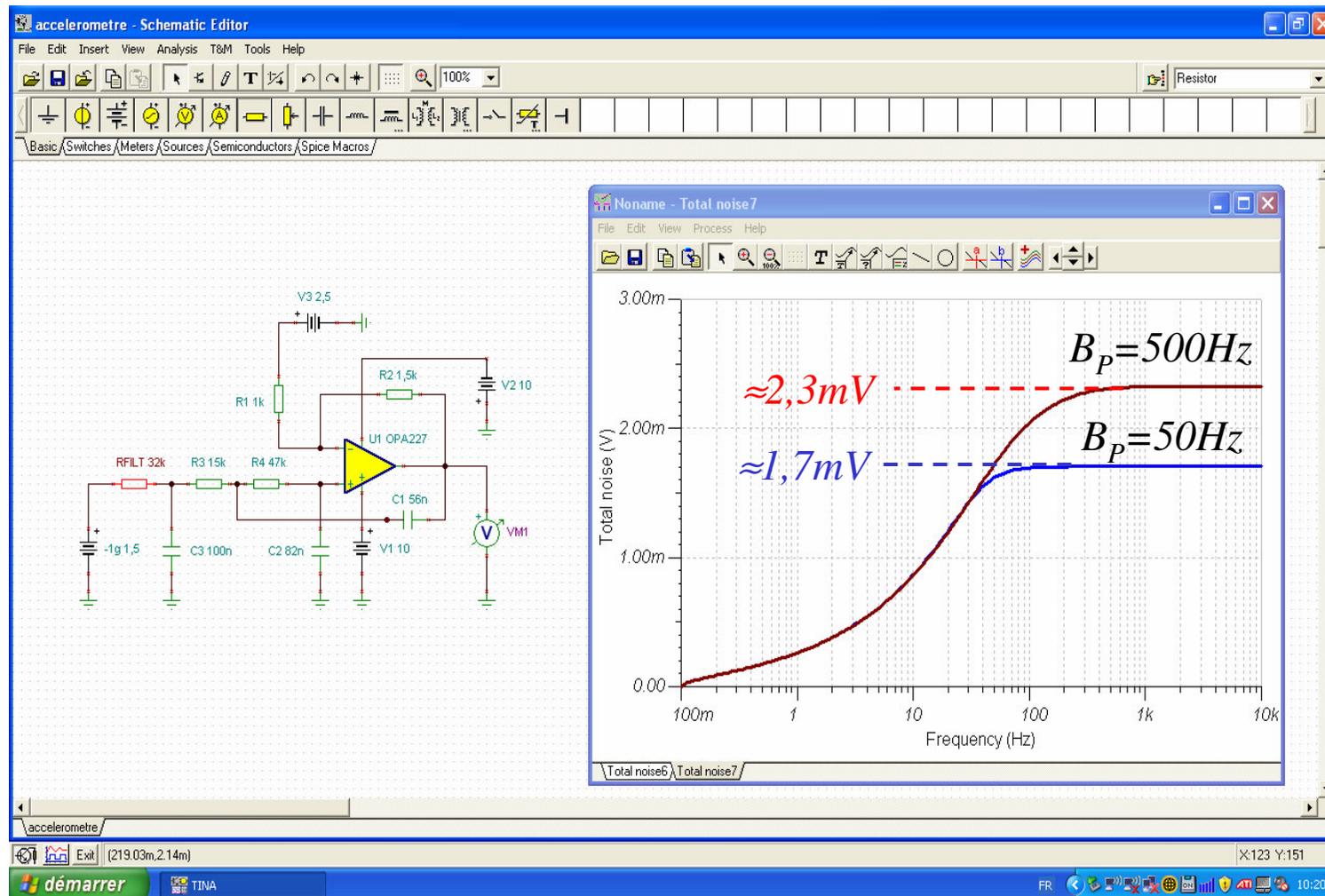
$$4k_B T_{\text{eq}} R_{\text{FILT}} = (110 \times 10^{-6})^2$$

Soit : $T_{\text{eq}} = 6,8 \times 10^9 \text{ K}$



Source de bruit équivalente de l'accéléromètre

L'accéléromètre et son conditionnement : résultat de simulation



Avec une bande passante de 50Hz, la valeur efficace de bruit est égale à 1,7mV, elle devient égale à 2,3mV pour 500Hz. L'accéléromètre est la principale source de bruit, le bruit de l'instrumentation est ici quasiment négligeable.

L'accéléromètre et son conditionnement : choix du nombre de bits du CAN

La valeur efficace de bruit est une bonne indication pour évaluer le nombre N de bits du CAN de pleine échelle $V_{FS}=5V$. En première approximation N doit vérifier l'inégalité :

$$\text{val. eff. de bruit} = 1,7 \times 10^{-3} \ll \text{quantum} = \frac{V_{FS}}{2^N} = \frac{5}{2^N}$$

En prenant comme critère que la valeur eff. de bruit doit être inférieure au 1/10 d'un quantum, on obtient :

$$N = \log_2 \left(\frac{5}{10 \times 1,7 \times 10^{-3}} \right) = 8,2 \quad \text{soit } N=8 \text{ bits}$$

Un autre indicateur plus pertinent pour le calcul de N est la valeur crête à crête du bruit.

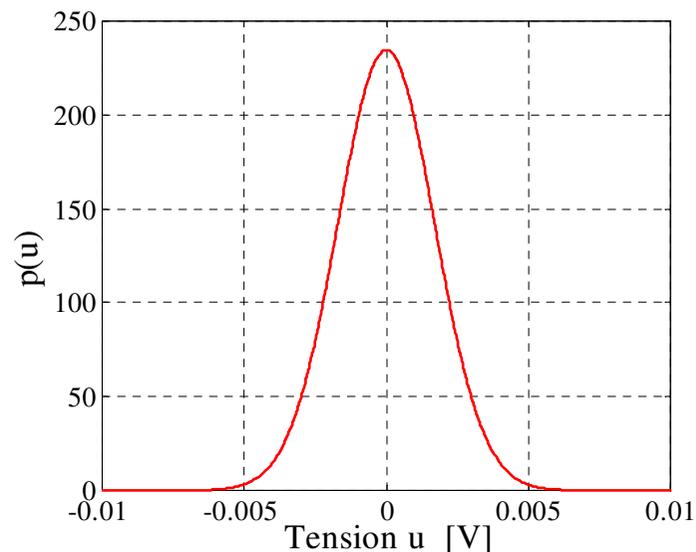
Question : comment estimer la valeur crête à crête d'un bruit ?

L'accéléromètre et son conditionnement : choix du nombre de bits du CAN

Faisons l'hypothèse raisonnable que le bruit en sortie de l'amplificateur a une densité de probabilité $p(u)$ Gaussienne, u est la valeur de la tension de bruit :

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Où m et σ^2 sont respectivement la valeur moyenne et la valeur quadratique moyenne, $\sigma^2 = (1,7 \times 10^{-3})^2$ (en V^2) pour une bande passante de 50Hz. En pratique la valeur moyenne m est égale à zéro.



L'accéléromètre et son conditionnement : choix du nombre de bits du CAN

En toute rigueur la tension u peut aller de moins l'infini jusqu'à plus l'infini, mais avec une probabilité évidemment extrêmement faible. D'un point de vue pratique, on définit une valeur crête à crête comme étant $2 \times 3,3 = 6,6$ fois la valeur efficace de bruit (Industry-standard crest factor $[CF]=3,3$). Le crest facteur est le rapport de la valeur crête sur la valeur efficace, pour un signal sinusoïdal par exemple le crest facteur est égal à $\sqrt{2}$.

Pour un bruit Gaussien, on montre qu'avec un "crest factor" $CF=3,3$, la tension de bruit est 99,9% du temps dans l'intervalle $[-\text{valeur crête} = -3,3\sigma, \text{valeur crête} = 3,3\sigma]$.

[*Pour en savoir plus, voir complément 3 \(cliquez ici\)*](#)

Si, pour calculer le nombre N de bits du CAN, on impose comme critère :

$$\text{val. crête à crête} = 6,6 \times 1,7 \times 10^{-3} = \frac{1}{10} \text{quantum} = \frac{1}{10} \frac{5}{2^N} \quad \text{on obtient : } N=5,47$$

10- Transmission numérique

et

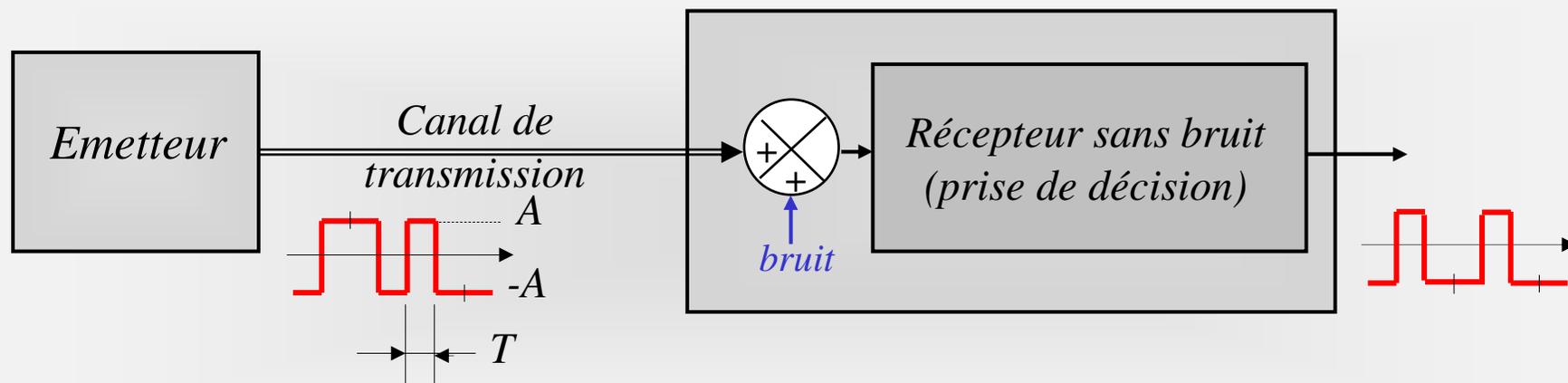
bruit :

un bref aperçu

Transmission numérique et bruit

Le bruit est au cœur des transmissions, ici on ne s'intéresse qu'aux transmissions en bande de base sans porteuse. On cherche donc à transmettre une suite d'états logiques '0' et '1' avec un débit $1/T$ (en bits/s) où T est la durée minimale d'un état. Aux états '0' est associée une tension $-A$, aux états '1' est associée une tension A . Le récepteur, muni d'une horloge de période T , doit prendre une décision sur un signal bruité : si le signal prélevé à l'instant nT est >0 alors il s'agit d'un état '1', dans le cas contraire il s'agit d'un état '0'.

Question : Quel est le taux d'erreur pour un rapport Signal/Bruit donné ?



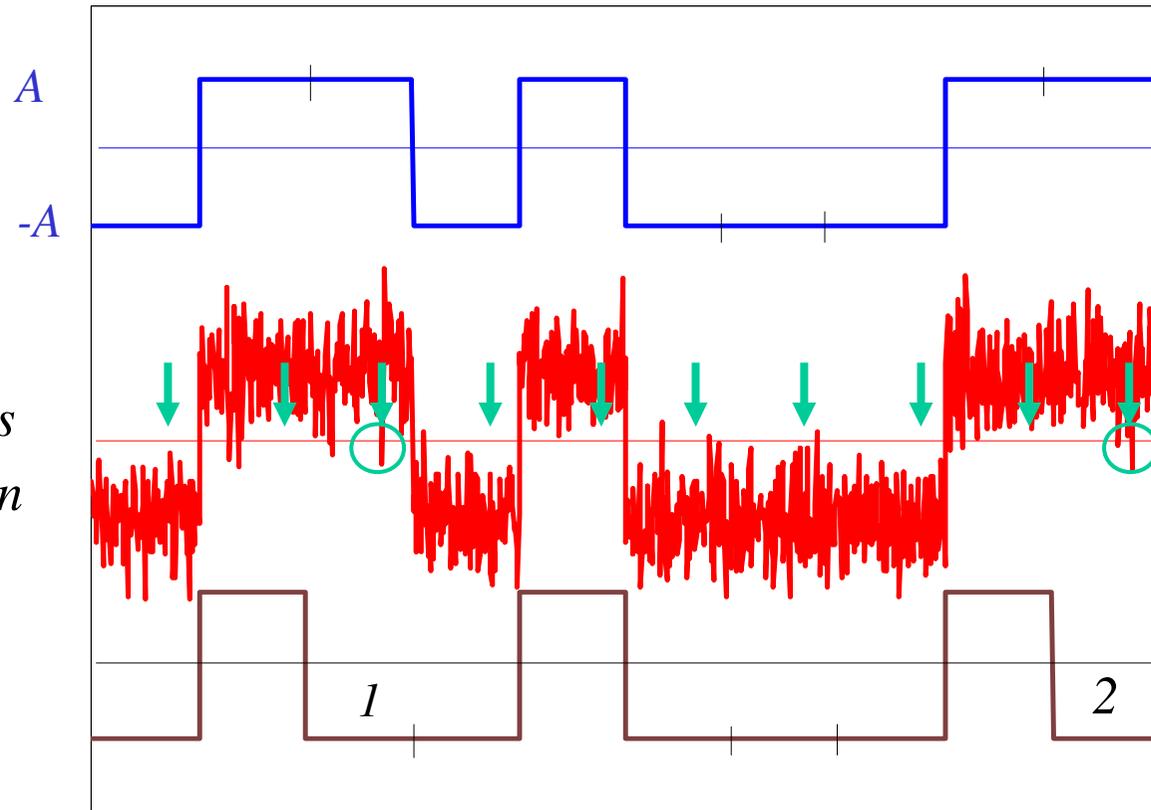
Modélisation d'une chaîne de transmission numérique

Transmission numérique et bruit

Signal émis

Signal avant prise de décision, en vert les tops de l'horloge de réception

Signal récupéré, deux erreurs notées 1 et 2



Transmission numérique et bruit

Hypothèse : le bruit est de type Gaussien, sa valeur quadratique moyenne est notée σ^2 . Soient P_0 et P_1 les probabilités d'émettre un état '0' et un état '1', la probabilité d'erreur P_e s'écrit :

$$P_e = P_{0 \rightarrow 1} + P_{1 \rightarrow 0}$$

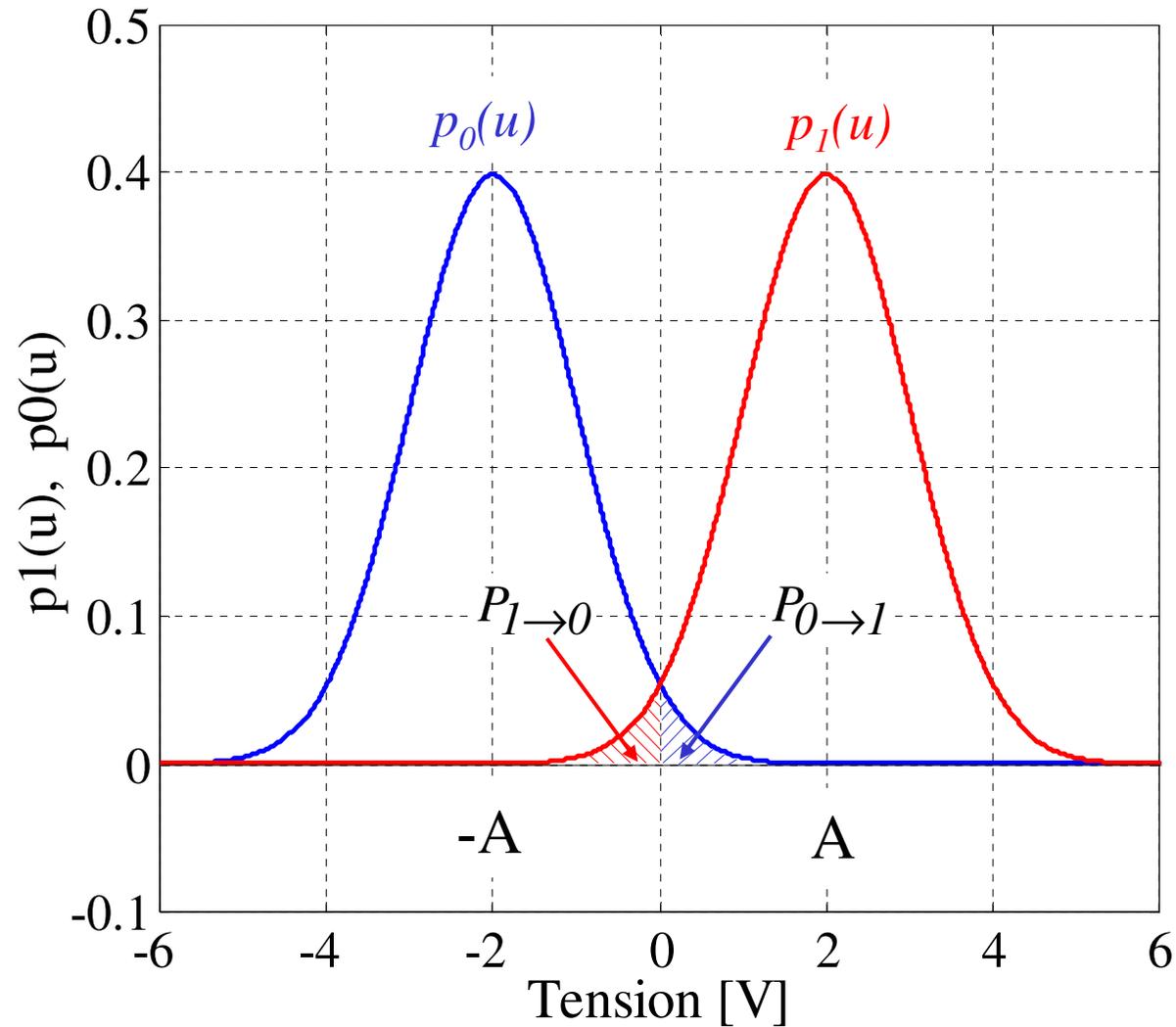
$P_{0 \rightarrow 1}$ = Prob. de récupérer un état '1' quand un état '0' a été émis

$$P_{0 \rightarrow 1} = P_0 \int_0^{\infty} p_0(u) du = P_0 \left[\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-(-A))^2}{2\sigma^2}} du \right]$$

$P_{1 \rightarrow 0}$ = Prob. de récupérer un état '0' quand un état '1' a été émis

$$P_{1 \rightarrow 0} = P_1 \int_{-\infty}^0 p_1(u) du = P_1 \left[\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-A)^2}{2\sigma^2}} du \right]$$

Transmission numérique et bruit



Les densités de probabilité de bruit $p_1(u)$ et $p_0(u)$ sont centrées respectivement autour des valeurs A et $-A$

Transmission numérique et bruit

On fait l'hypothèse que la probabilité P_0 d'émettre un état '0' est égale à la probabilité P_1 d'émettre un état '1' : $P_0 = P_1 = 1/2$.

$$P_{0 \rightarrow 1} = \frac{1}{2} \left[1 - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u+A)^2}{2\sigma^2}} du \right] = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right] \right]$$

Où la fonction *erf* est définie comme suit :

$$\int_{-\infty}^{u_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-A)^2}{2\sigma^2}} du = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{u_1 - A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right]$$

De la même manière :

$$P_{1 \rightarrow 0} = \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-A)^2}{2\sigma^2}} du \right] = \frac{1}{4} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{-A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right]$$

Transmission numérique et bruit

Finalemment :

$$P_e = P_{0 \rightarrow 1} + P_{1 \rightarrow 0} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) + \frac{1}{4} \operatorname{erf} \left(\frac{-A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right)$$

En utilisant la propriété des fonctions erf : $\operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x)$

On obtient :

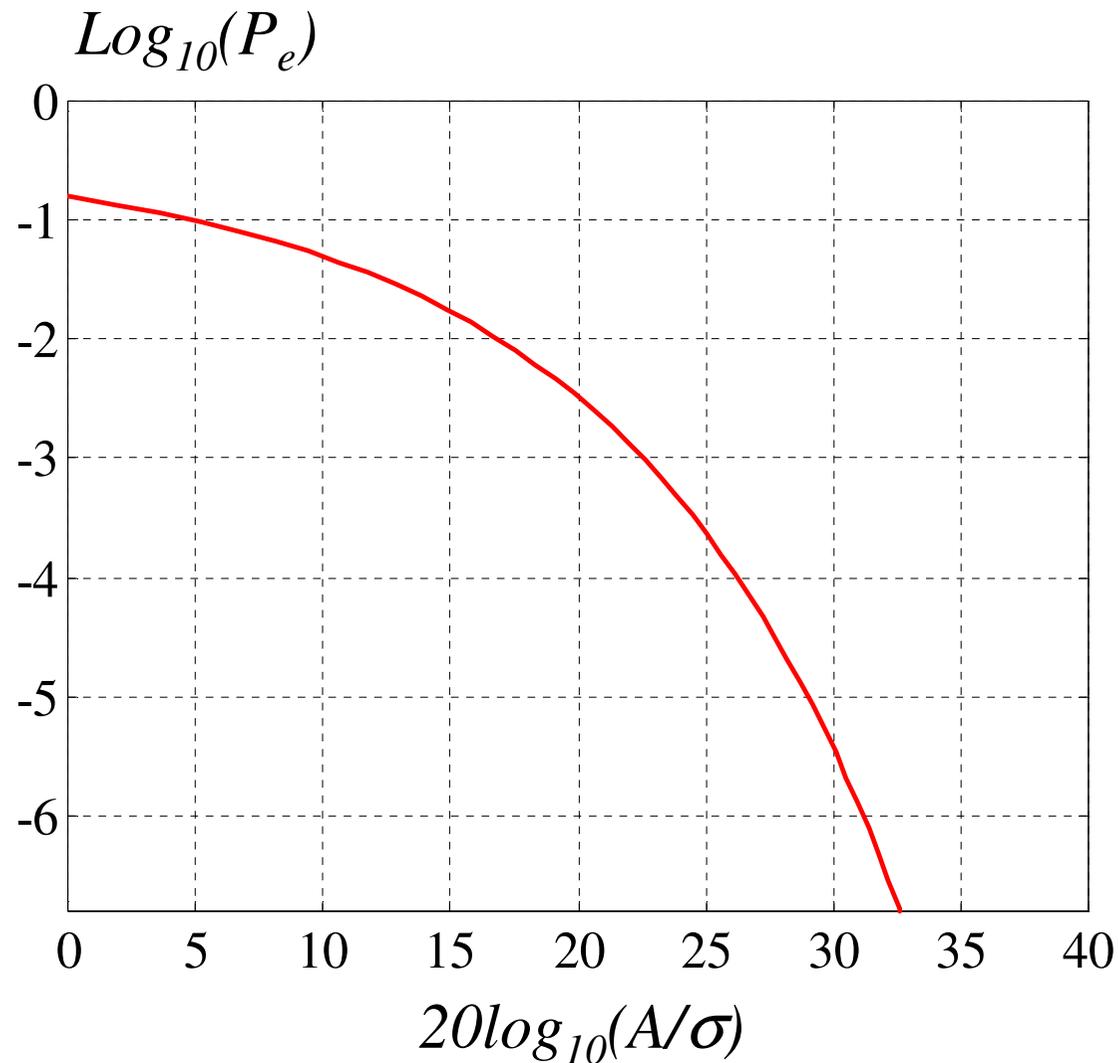
$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right)$$

En introduisant la fonction erfc : $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{A}{\sqrt{2\sigma^2}} \right)$$

Le rapport A/σ représente le rapport Signal/Bruit à l'entre du récepteur

Transmission numérique et bruit



Exemple : un rapport Signal/Bruit de 20dB génère une probabilité d'erreur $P_e \approx 3 \times 10^{-3}$, autrement dit sur 300 états reçus, un état est probablement faux.

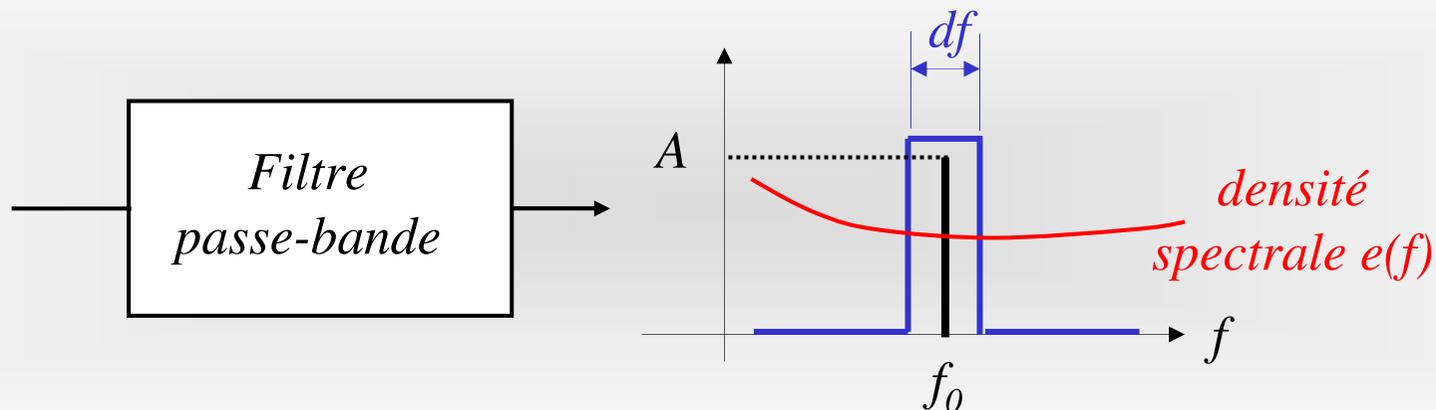
11- Détection synchrone

Détection synchrone

La détection synchrone permet d'extraire un signal de fréquence connue noyé dans le bruit.

La première méthode qui vient à l'esprit pour extraire l'amplitude A d'un signal $A\cos(\omega_0 t)$ noyé dans un bruit de densité spectrale $e(f)$ consiste à utiliser un filtre passe-bande de largeur df aussi étroite que possible. On fait l'hypothèse raisonnable que la densité spectrale $e(f)$ est quasi constante sur la largeur df . En sortie du filtre de gain supposé égal à l'unité, le rapport Signal/Bruit s'écrit :

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{dB}^{\text{filtrage}} = 20 \log_{10} \frac{A/\sqrt{2}}{\sqrt{e(f_0)df}}$$

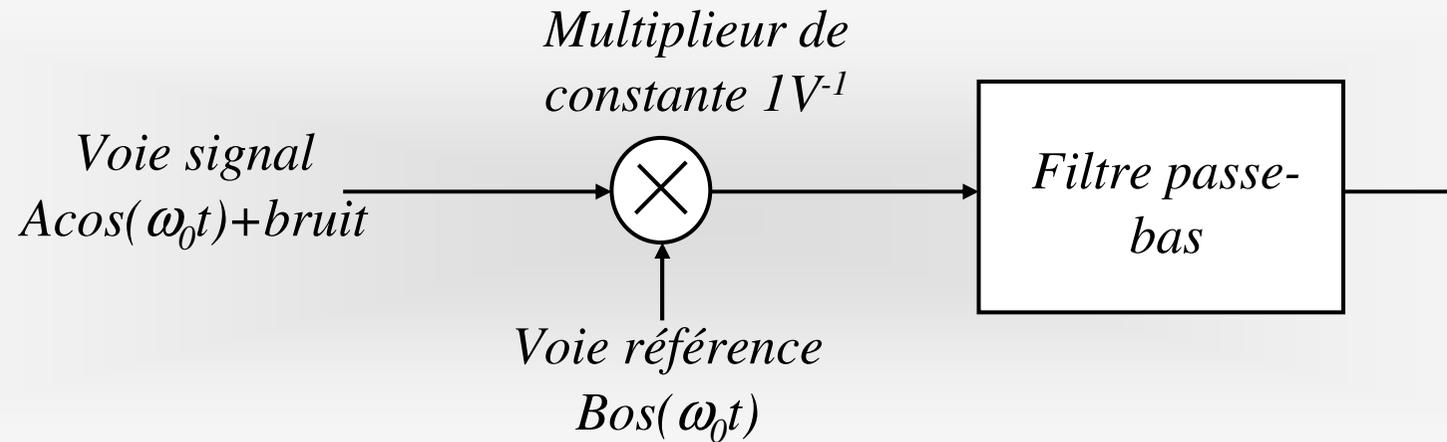


Détection synchrone

Le rapport Signal/Bruit est d'autant plus grand que la largeur de bande df est faible. D'un point de vue pratique il est difficile de réaliser un filtre passe-bande avec df très faible, en effet pour obtenir df très faible il faut un coefficient de surtension Q très élevé ($df=f_0/Q$). Si par ailleurs la fréquence f_0 du signal vient à changer, il faut déplacer la fréquence centrale du filtre passe-bande. En pratique, il est difficile de réaliser un filtre passe-bande étroit avec une fréquence centrale ajustable. Une alternative à cette difficulté consiste à transposer le signal à la fréquence zéro et utiliser alors un filtre passe-bas de faible largeur de bande.

Pour transposer le signal de fréquence f_0 à la fréquence zéro, c'est à dire en continu, il suffit de multiplier le signal $A\cos(\omega_0 t)$ par le signal de référence de fréquence f_0 .

Détection synchrone



Rapport Signal/Bruit en sortie du filtre passe-bas

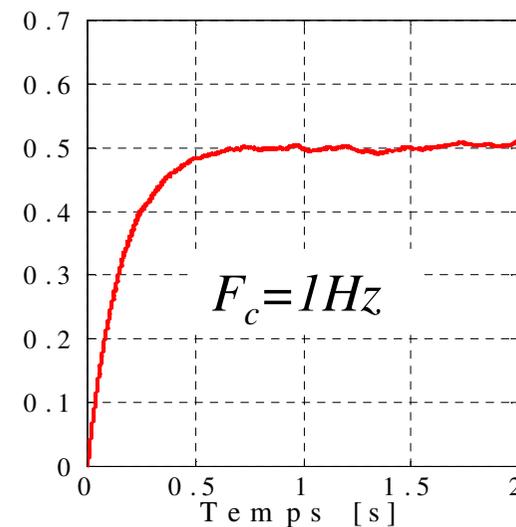
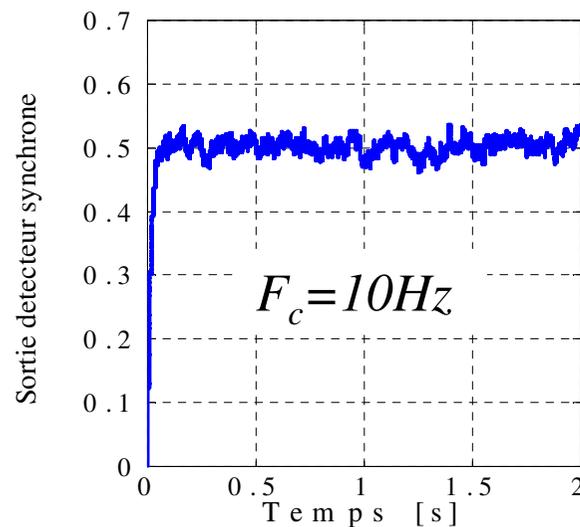
$$\left. \frac{S}{B} \right|_{dB}^{\text{détection synchrone}} = 20 \log_{10} \frac{\frac{AB}{2\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{e(f_0)B^2}{4} F_c}} = 20 \log_{10} \frac{A/\sqrt{2}}{\sqrt{e(f_0)F_c}}$$

Détection synchrone

Il est intéressant de comparer la détection synchrone avec le filtrage passe-bande, que gagne t-on ?

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{dB}^{\text{détection synchrone}} - \left. \frac{S}{B} \right|_{dB}^{\text{filtrage}} = 20 \log_{10} \frac{df}{F_c}$$

Il n'y pas a priori de limite sur la bande F_c du filtre passe-bas comme il y en a sur la bande df du passe-bande. D'un point de vue mathématiques si $F_c \rightarrow 0$, le gain est infini, mais ne rêvons pas si $F_c \rightarrow 0$, le résultat est obtenu au bout d'un temps infini Le choix de F_c résulte d'un compromis entre le rapport Signal/Bruit acceptable et le temps de réponse.



Complément 1

Fonctions de corrélation :

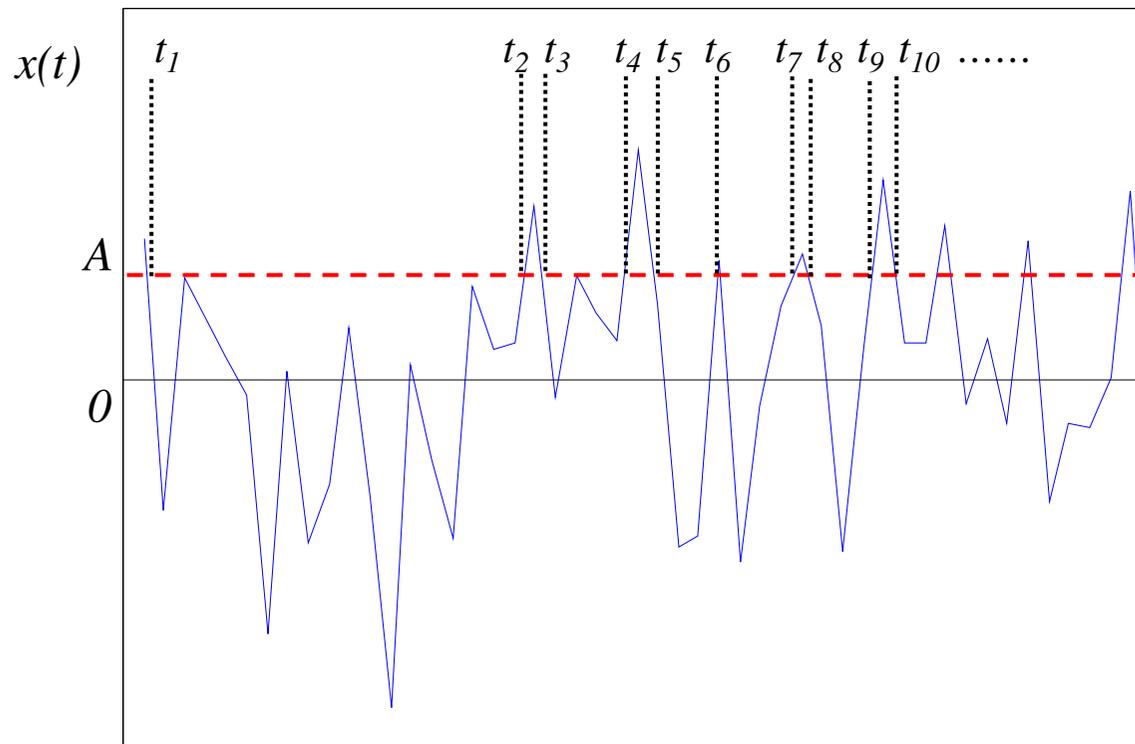
auto corrélation

et

inter corrélation

Fonction d'auto corrélation

Le signal $x(t)$ ci-dessous prend la même valeur A aux instants $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, \text{etc} \dots$ Question : les valeurs aux instants $t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t, t_3 + \Delta t, t_4 + \Delta t, t_5 + \Delta t, t_6 + \Delta t, t_7 + \Delta t, t_8 + \Delta t, t_9 + \Delta t, t_{10} + \Delta t, \text{etc}$ sont-elles prévisibles ? Si oui le signal $x(t)$ est dit déterministe, sinon il est dit aléatoire.



Fonction d'auto corrélation

Pour répondre à cette question, on introduit la fonction d'auto corrélation. La fonction d'auto corrélation $C_{xx}(\tau)$ d'un signal $x(t)$ est définie comme suit :

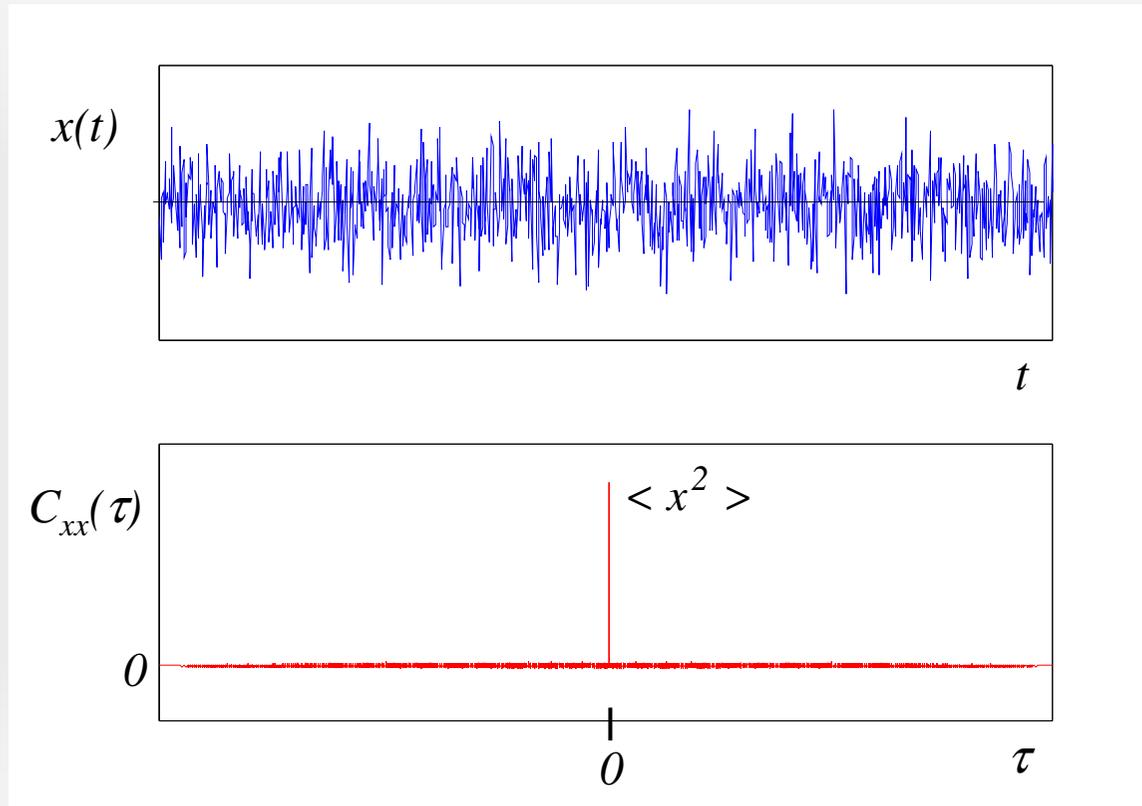
$$C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t - \tau)dt$$

$C_{xx}(\tau)$ est obtenue en calculant la val. moy. du signal $x(t)$ multiplié par le signal retardé de τ , l'opération est répétée pour les diverses valeurs de τ .

Si les valeurs prises aux instants $t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t, t_3 + \Delta t, t_4 + \Delta t, t_5 + \Delta t, t_6 + \Delta t, t_7 + \Delta t, t_8 + \Delta t, t_9 + \Delta t, t_{10} + \Delta t$, etc sont indépendantes des valeurs prises aux instants $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}$, etc, alors $C_{xx}(\tau)$ est nul partout sauf évidemment pour $\tau=0$, où $C_{xx}(\tau=0)$ est égale à la valeur quad. moy. du signal.

$$C_{xx}(\tau = 0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt$$

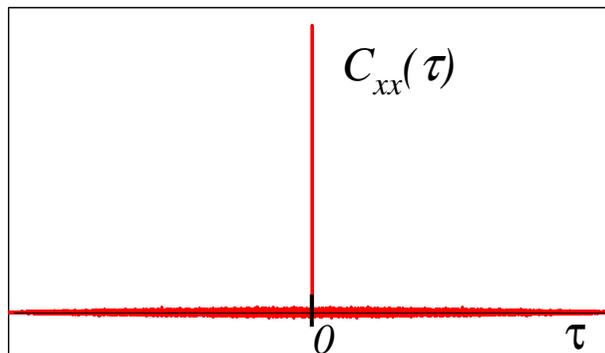
Fonction d'auto corrélation d'un bruit blanc



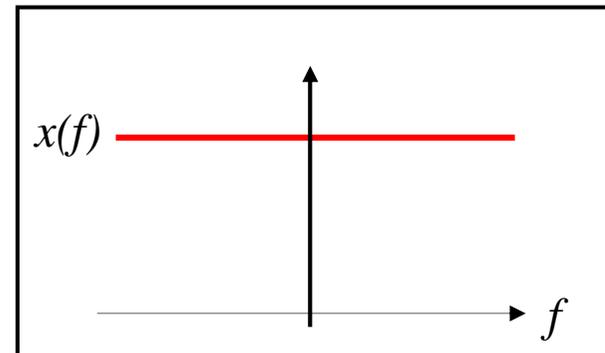
Dans cet exemple, le signal $x(t)$ a une fonction d'auto corrélation quasiment nulle partout sauf en $\tau=0$, où la fonction $C_{xx}(\tau)=\langle x^2 \rangle$. Le signal $x(t)$ est un bruit blanc, blanc fait référence a la densité spectrale de $x(t)$ qui dans ce cas particulier prend une valeur constante indépendante de la fréquence.

Fonction d'auto corrélation et densité spectrale

La densité spectrale $x(f)$ du signal $x(t)$ est la transformée de Fourier de la fonction d'auto corrélation (théorème de Wiener-Khintchine sans démonstration ici). Un signal de densité spectrale constante contient donc toutes les fréquences avec la même valeur efficace. En pratique, les bruits ne sont jamais complètement blanc, la densité spectrale décroît aux hautes fréquences. Dans le cas du bruit thermique des résistances par exemple, on peut montrer que la densité spectrale, égale à $4k_B T_a$ aux basses fréquences, est divisée par 2 à la fréquence de $\sim 10^{12}$ Hz. Pour les montages électroniques une résistance peut donc être considérée comme une source de bruit blanc.



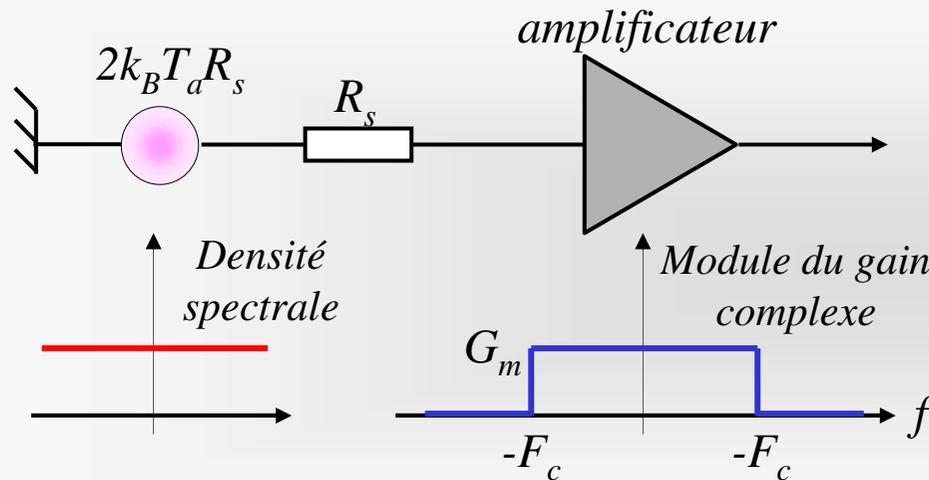
Fonction d'auto corrélation



Densité spectrale

Transformée de Fourier et fonction d'auto corrélation

L'introduction de la transformée de Fourier introduit évidemment l'apparition de "fréquences négatives" qui posent toujours un problème à nos étudiants, fallait pas introduire les nombres complexes ! Avec l'introduction de Fourier la densité spectrale devient complexe et est définie sur l'intervalle de fréquence $[-\infty, \infty]$. Avec Fourier la densité spectrale de bruit thermique n'est plus égale à $4k_B T_a R$ mais à $2k_B T_a R$. Pour calculer la val. quad. moy. de bruit en sortie d'un amplificateur il faut alors utiliser le gain complexe de l'amplificateur défini lui aussi sur l'intervalle $[-\infty, \infty]$.



Val. quad. moy. de bruit

$$\int_{-F_c}^{F_c} 2k_B T_a R_s G_m^2 df = 4k_B T_a R_s G_m^2 F_c$$

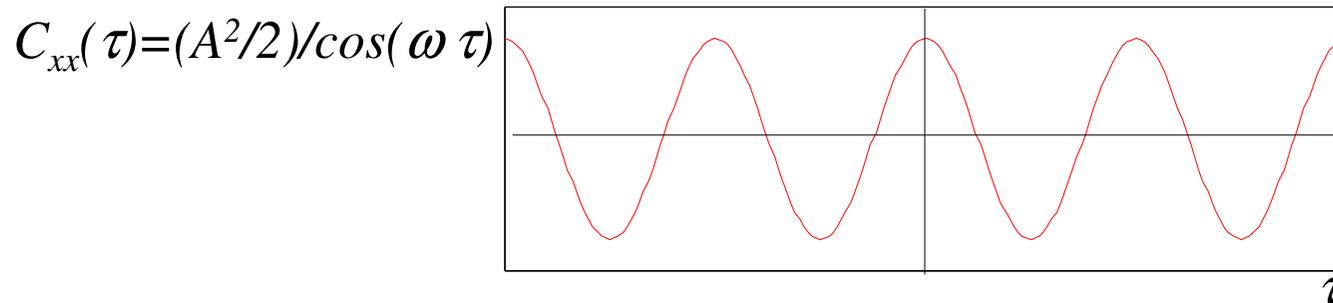
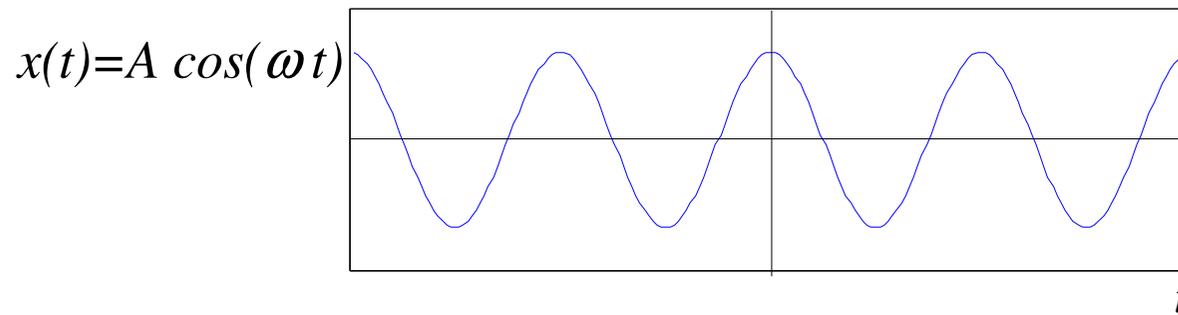
NB : on retrouve le résultat obtenu sans l'introduction des complexes. La réalité est peut être compliquée mais elle n'est pas complexe !

Fonction d'auto corrélation d'un signal périodique

Dans le cas d'un signal périodique, de période T , la fonction d'auto corrélation est définie comme suit :

$$C_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau)dt$$

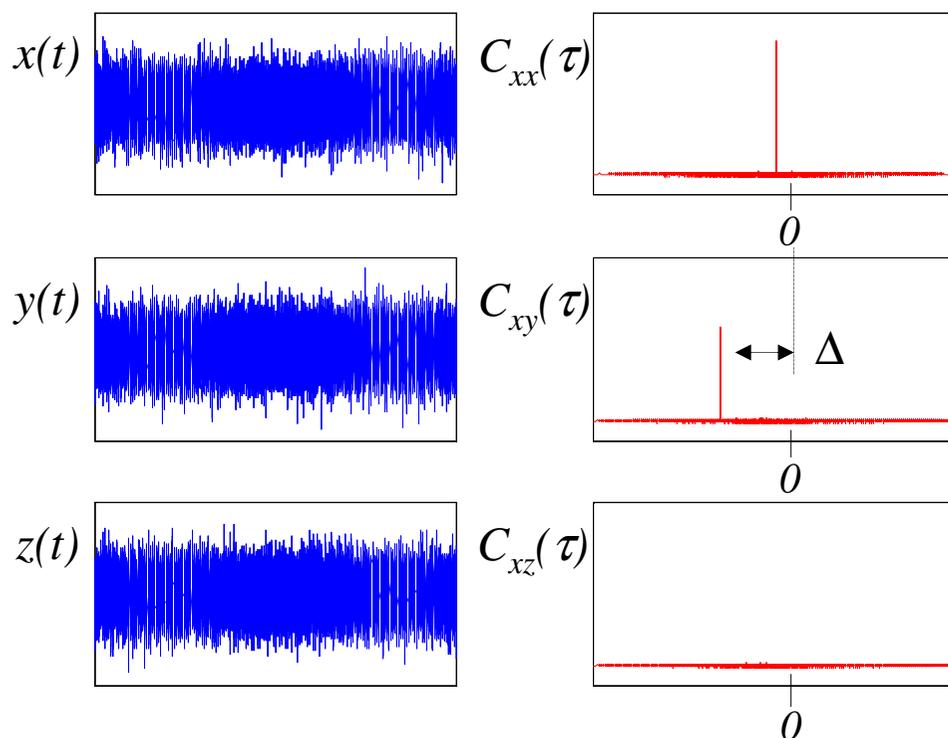
Si $x(t)$ est de la forme $A \cos(\omega t)$ par exemple, alors $C_{xx}(\tau) = (A^2/2) \cos(\omega \tau)$. C'est une fonction périodique, de même période que le signal. En effet, quand le signal est translaté de T , on retrouve le même signal.



Fonctions d'auto corrélation et d'inter corrélation

Soit 3 signaux aléatoires $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$. On cherche à savoir s'il existe des relations entre eux. Pour cela on calcule les fonctions d'inter corrélation $C_{xy}(\tau)$ et $C_{xz}(\tau)$:

$$C_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t-\tau)dt \quad \text{et} \quad C_{xz}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)z(t-\tau)dt$$



La fonction $C_{xy}(\tau)$ nous dit que le signal $y(t)$ est identique au signal $x(t)$ retardé de la quantité Δ . La fonction $C_{xz}(\tau)$ nous dit que le signal $z(t)$ est sans relation avec le signal $x(t)$, il n'existe donc pas de corrélation entre ces 2 signaux.

[Retour \(cliquez ici\)](#)

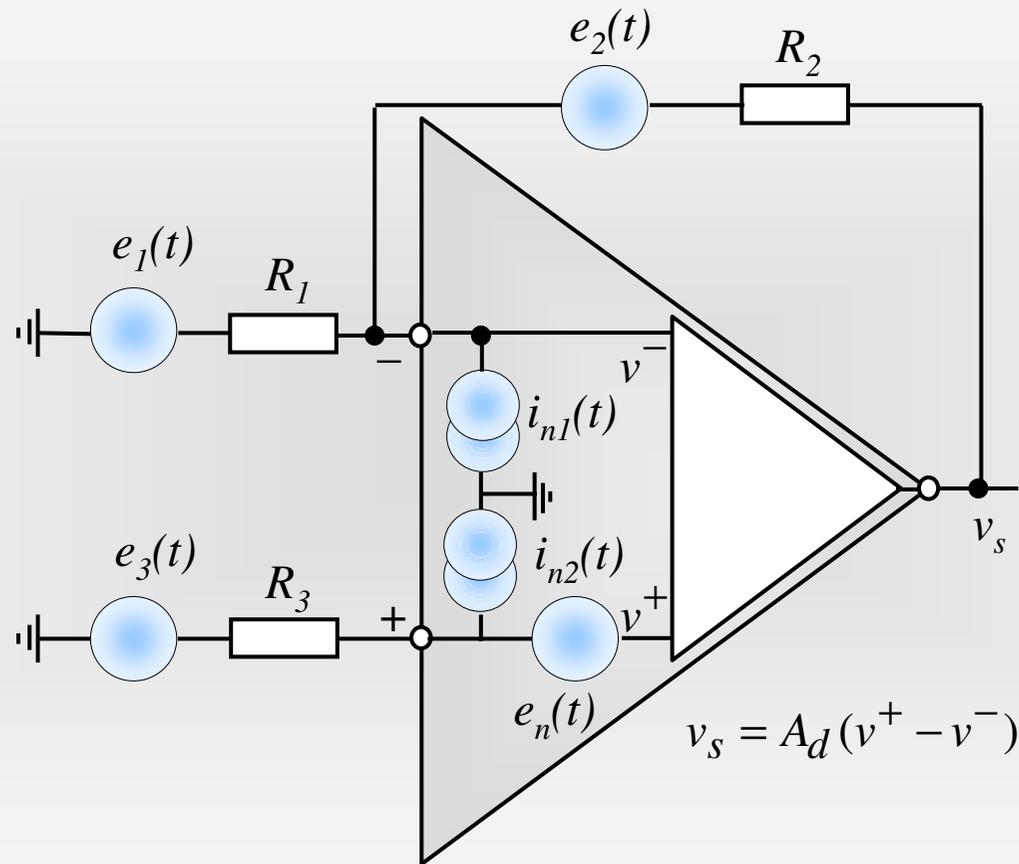
Complément 2

Densité spectrale en sortie des montages

non-inverseur

et

inverseur



Dans un premier temps on introduit 6 générateurs dépendant du temps, quatre de tension $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$ et $e_n(t)$ et deux de courant $i_{n1}(t)$ et $i_{n2}(t)$ dont les densités spectrales sont respectivement égales à $4k_B T_a R_1$, $4k_B T_a R_2$, $4k_B T_a R_3$, $e_n(f)$ et $i_n(f)$.

$$v_s(t) = A_d \left(e_n(t) + e_3(t) + R_3 i_{n2}(t) - \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} (e_2(t) + v_s(t)) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1(t) + i_{n1}(t) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \right)$$

$$v_s(t) \left(1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_d \right) = A_d \left(e_n(t) + e_3(t) + R_3 i_{n2}(t) - \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} e_2(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1(t) + i_{n1}(t) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \right)$$

$$v_s(t) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left(e_n(t) + e_3(t) + R_3 i_{n2}(t) - e_2(t) \frac{R_1}{R_1 + R_2} - e_1(t) \frac{R_2}{R_1 + R_2} - i_{n1}(t) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

On écrit les expressions des val. quad. moy. dans les domaines temporel et fréquentiel :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_s^2(t) dt = \int_0^\infty v_s(f) df$$

On fait l'hypothèse que les sources de bruit $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$, $e_n(t)$, $i_{n1}(t)$ et $i_{n2}(t)$ ne sont pas corrélées.

$$v_s(f) = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)^2 \left(e_n(f) + 4k_B T_a \left(R_3 + \left(\frac{R_2 R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} \right) + \left(\frac{R_1 R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} \right) \right) + i_n(f) \left(R_3^2 + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 \right) \right)$$

$$v_s(f) = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)^2 \left(e_n(f) + 4k_B T_a \left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) + i_n(f) \left(R_3^2 + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 \right) \right)$$

Finalemment : $v_s(f) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)^2 v_T(f)$

avec : $v_T(f) = e_n(f) + 4k_B T_a R_s + i_n(f) \left(R_3^2 + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 \right)$ où $R_s = R_3 + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$

[Retour \(cliquez ici\)](#)

Complément 3

Valeur crête d'un bruit Gaussien

et

crest factor

Probabilité pour que la tension u soit inférieure à une valeur u_1 :

$$\int_{-\infty}^{u_1} p(u) du \text{ avec : } p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} \text{ et } \int_{-\infty}^{\infty} p(u) du = 1$$

En introduisant la fonction erf, on obtient : $\int_{-\infty}^{u_1} p(u) du = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{u_1}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right]$

Probabilité pour que la tension u soit comprise entre $-u_1$ et u_1 :

$$\int_{-\infty}^{u_1} p(u) du - \int_{-\infty}^{-u_1} p(u) du = \operatorname{erf} \left(\frac{u_1}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \text{ car : } \operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x)$$

Industry-standard crest factor [CF] = 3,3 $\Rightarrow \frac{u_1}{\sigma} = 3,3$

Probabilité pour que la tension u soit comprise entre $-3,3\sigma$ et $3,3\sigma$:

$$\operatorname{erf} \left(\frac{3,3}{\sqrt{2}} \right) = 0,999$$

[Retour cliquez ici](#)

Bibliographie

Sites Web constructeurs www.ti.com, www.analog.com

Bonnie C. Baker, Matching the noise performance of the operational amplifier to the ADC, Analog Applications Journal, 2006, Texas Instruments

James Karki, Calculating noise figure in op amps, Analog Applications Journal, 2005, Texas Instruments

Ron Mancini, Op Amps for everyone, August 2002, Texas Instruments

A. Glavieux et M. Joindot, Communications numériques, Introduction, Masson (1996)

M. et F. Biquard, Signaux systèmes linéaires et bruit en électronique, Ellipses (1992)

D. Ventre, Communications analogiques, Ellipses (1991)