Corrigé de : Chapitre7. Exercice 3
« Flux et courants dans un transformateur triphasé étoile zig-zag »

Transformateur monophasé à 2 secondaires : $\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \\ \phi'_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & M_{12} & M_{12} \\ M_{12} & L_2 & M_{22} \\ M_{12} & M_{22} & L_2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \\ -i_{2c} \end{pmatrix}$

Transformateur triphasé à couplage zig-zag :

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{1B} \\ \phi_{1C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AB} \\ M_{AB} & L_A & M_{AB} \\ M_{AB} & M_{AB} & L_A \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Aa} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Ab} & M_{Aa} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Aa} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Ab} & M_{Aa} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -i_{2c} \\ -i_{2a} \\ -i_{2b} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{2a} \\ \phi_{2b} \\ \phi_{2c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ab} \\ M_{ab} & L_a & M_{ab} \\ M_{ab} & M_{ab} & L_a \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{aa} & M_{ab} & M_{ab} \\ M_{ab} & M_{aa} & M_{ab} \\ M_{ab} & M_{ab} & M_{aa} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -i_{2c} \\ -i_{2a} \\ -i_{2b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Aa} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Ab} & M_{Aa} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \phi'_{2a} \\ \phi'_{2b} \\ \phi'_{2c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ab} \\ M_{ab} & L_a & M_{ab} \\ M_{ab} & M_{ab} & L_a \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -i_{2c} \\ -i_{2a} \\ -i_{2b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{aa} & M_{ab} & M_{ab} \\ M_{ab} & M_{aa} & M_{ab} \\ M_{ab} & M_{ab} & M_{aa} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Aa} & M_{Ab} \\ M_{Ab} & M_{Ab} & M_{Aa} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix}$$

Sachant que $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$:

$$\phi_{1A} = L_A . i_{1A} + M_{AB} . (i_{1B} + i_{1C}) + M_{Aa} . i_{2a} + M_{Ab} . (i_{2b} + i_{2c}) + M_{Aa} . (-i_{2c}) + M_{Ab} . (-i_{2a} - i_{2b})$$

$$\Rightarrow \phi_{1A} = L_A . i_{1A} + M_{AB} . (-i_{1A}) + M_{Aa} . (i_{2a} - i_{2c}) + M_{Ab} . (i_{2b} + i_{2c} - i_{2a} - i_{2b})$$

$$\Rightarrow \phi_{1A} = (L_A - M_{AB}) . i_{1A} + (M_{Aa} - M_{Ab}) . (i_{2a} - i_{2c})$$

$$\phi_{2a} = L_a . i_{2a} + M_{ab} . (i_{2b} + i_{2c}) + M_{aa} . (-i_{2c}) + M_{ab} . (-i_{2a} - i_{2b}) + M_{Aa} . i_{1A} + M_{Ab} . (i_{1B} + i_{1C})$$

$$\Rightarrow \phi_{2a} = L_a . i_{2a} + M_{ab} . (i_{2b} + i_{2c} - i_{2a} - i_{2b}) - M_{aa} . i_{2c} + M_{Aa} . i_{1A} + M_{Ab} . (-i_{1A})$$

$$\Rightarrow \phi_{2a} = (L_a - M_{ab}) . i_{2a} + (M_{Aa} - M_{Ab}) . i_{1A} + (M_{aa} - M_{ab}) . (-i_{2c})$$

$$\phi'_{2a} = L_a . (-i_{2c}) + M_{ab} . (-i_{2a} - i_{2b}) + M_{aa} . i_{2a} + M_{ab} . (i_{2b} + i_{2c}) + M_{Aa} . (i_{1A}) + M_{Ab} . (i_{1B} + i_{1C})$$

$$\Rightarrow \phi'_{2a} = L_a . (-i_{2c}) + M_{ab} . (i_{2b} + i_{2c} - i_{2a} - i_{2b}) + M_{aa} . i_{2a} + M_{Aa} . (i_{1A}) + M_{Ab} . (-i_{1A})$$

$$\Rightarrow \phi'_{2a} = (L_a - M_{ab}) . (-i_{2c}) + (M_{Aa} - M_{Ab}) . (i_{1A}) + (M_{aa} - M_{ab}) . i_{2a}$$

Les relations précédentes peuvent être regroupées sous forme d'une équation matricielle de même type que celle du transformateur monophasé à deux secondaires précédent :

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \\ \phi'_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underbrace{L_A - M_{AB}}_{L_1} & \underbrace{M_{Aa} - M_{Ab}}_{M_{12}} & \underbrace{M_{Aa} - M_{Ab}}_{M_{12}} \\ \underbrace{M_{Aa} - M_{Ab}}_{M_{12}} & \underbrace{L_a - M_{ab}}_{L_2} & \underbrace{M_{aa} - M_{ab}}_{M_{22}} \\ \underbrace{M_{Aa} - M_{Ab}}_{M_{12}} & \underbrace{M_{aa} - M_{ab}}_{M_{22}} & \underbrace{L_a - M_{ab}}_{L_2} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \\ -i_{2c} \end{pmatrix}$$

La relation entre les flux dans les bobinages d'une colonne du transformateur triphasé et les courants dans ces mêmes bobinages est la même que pour un transformateur monophasé à deux bobinages secondaires.

Pour chaque bobinage, la relation entre tension, flux et courant est la même (de type $u(t) = r.i(t) + \frac{d(\phi(t))}{dt}$).

Donc l'ensemble des relations qui traduisent le comportement des tensions, flux et courant dans les bobinages d'une même colonne sont de même type que pour un transformateur monophasé à deux bobinages secondaires.

Nous avons donc montré que pour un transformateur triphasé Yz, dont le circuit magnétique a un comportement linéaire, chaque colonne se comporte comme un transformateur monophasé à deux secondaires.