Corrigé de : Chapitre6. Exercice 8
« Transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal»

<u>I Hypothèse du circuit magnétique linéaire:</u> *(B = μ.H avec μ=constante)*

En régime alternatif sinusoïdal, si on néglige la chute de tension aux bornes de la résistance r_1 par rapport à la tension d'alimentation, on peut utiliser la formule de Boucherot : $U_{1eff} = 4{,}44.N_1.f.S.B_{\max}$

Sachant que le transformateur est alimenté sous sa tension primaire nominale, la valeur maximale de l'induction à laquelle il est soumis est donc 1,6 T.

Pour déterminer la force magnétomotrice nécessaire à l'obtention de cette induction, on utilise le théorème d'Ampère :

$$N_1 \,.\, I_{1o_{\max}} = H_{fer_{\max}} .\ell_{fer} + H_{joints_{\max}} .\ell_{joints} = 250\,.\,2{,}2 + 41 = 591\ A$$

Le courant est alternatif sinusoïdal $\Rightarrow N_1 \,.\, I_{1o_{eff}} = \dfrac{591}{\sqrt{2}} = 418\ A$

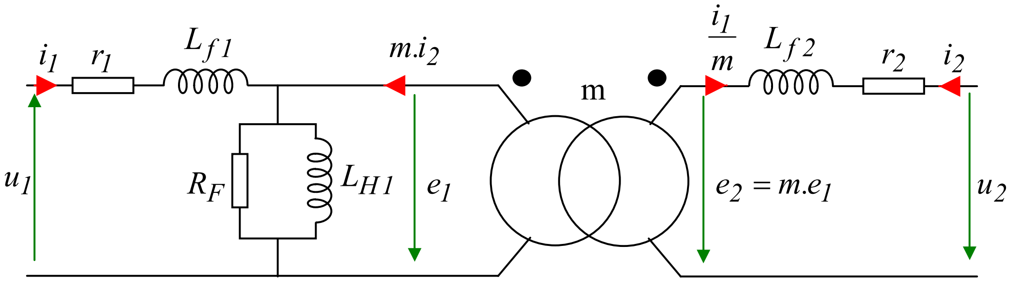
<u>II Circuit magnétique sans hypothèse particulière:</u>
(On ne conserve pas l'hypothèse simplificatrice B = μ.H avec μ=constante)

2.a) A vide, $r_1 \,.\, I_{1o_{eff}} = 2{,}7\,.\,0{,}29 = 0{,}783\ V \ll 10000\ V$. On peut donc négliger la chute de tension aux bornes de r_1 par rapport à la tension d'alimentation (Attention, on ne néglige jamais dans l'absolu, mais toujours « **par rapport à** »)
A vide , la résistance r_2 est sans influence

2.b) On peut donc toujours utiliser la formule de Boucherot : $U_{1eff} = 4{,}44.N_1.f.S.B_{\max}$ (car celle-ci est indépendante du comportement du circuit magnétique).

$$\Rightarrow N_1 = \frac{U_{1eff}}{4{,}44..f.S.B_{\max}} = \frac{10000}{4{,}44\,.\,50\,.\,0{,}018\,.\,1{,}6} = 1564\ spires$$

En régime alternatif sinusoïdal, on peut retenir le modèle suivant :



Plusieurs modélisations sont possibles pour décrire le comportement du transformateur : on peut globaliser les fuites au primaire (dans ce cas $L_{f_2} = 0$) ou les globaliser au secondaire (dans ce cas $L_{f_1} = 0$) ou encore les répartir entre le primaire et le secondaires.

Mais quel que soit le choix retenu, le rapport de transformation reste sensiblement $m = \dfrac{N_2}{N_1}$ pour un transformateur industriel (car les flux de fuites sont très faibles par rapport au flux principal dans le circuit magnétique).

« à vide », par définition, le courant secondaire est nul, donc $u_2(t) = m.e_1(t)$. Le courant primaire à vide est faible par rapport au courant nominal (en charge « nominale »), donc pour un transformateur industriel usuel : à vide : $u_1(t) = r_1.i_1(t) + L_{f1}.\dfrac{d(i_1(t))}{dt} - e_1(t) \approx -e_1(t)$.

En conclusion : à vide : $\dfrac{u_2(t)}{u_1(t)} = \dfrac{m.e_1(t)}{-e_1(t)} = -m = -\dfrac{N_2}{N_1}$

$$\Rightarrow \frac{U_{2eff\,à\,vide}}{U_{1eff\,à\,vide}} = m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{224}{10000} = 0{,}0224$$

$$\Rightarrow m = 0{,}0224 = \frac{N_2}{1564} \Leftrightarrow N_2 = 35\ spires$$

(On retrouve le même résultat en appliquant la formule de Boucherot au bobinage secondaire :

$$N_2 = \frac{U_{2eff}}{4{,}44..f.S.B_{\max}} = \frac{224}{4{,}44\,.\,50\,.\,0{,}018\,.\,1{,}6} = 35\ spires$$

2.c) A vide, on peut donc négliger la chute de tension aux bornes de r_1 par rapport à la tension d'alimentation.

$\Rightarrow P_{1o}$ est la puissance active dissipée dans R_F

La valeur efficace de la composante active du courant I_{1o} qui traverse R_F vaut :

$$I_{1o_{a\,eff}} = \frac{P_{1o}}{U_{1eff}} = \frac{1200}{10000} = 0{,}12\ A$$

La valeur efficace de la composante réactive du courant I_{1o} qui traverse L_{H1} vaut :

$$I_{1o_{r\,eff}} = \frac{Q_{1o}}{U_{1eff}} = \frac{\sqrt{\left(U_{1eff}.I_{1oeff}\right)^2 - P_{1o}{}^2}}{U_{1eff}} = \frac{\sqrt{(10000\,.\,0{,}29)^2 - 1200^2}}{10000} = 0{,}264\ A$$

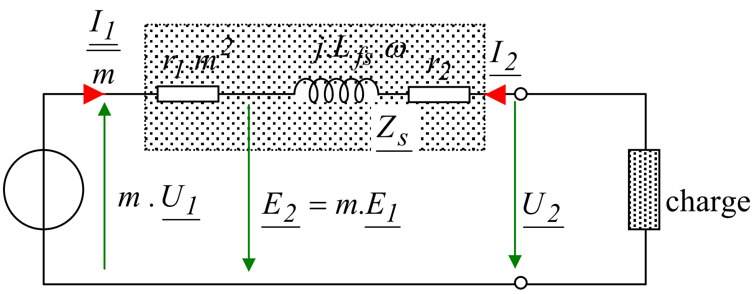
On peut également trouver $I_{1o_{r\,eff}}$ en remarquant que $\overrightarrow{I_{1o_a}}$ et $\overrightarrow{I_{1o_r}}$ sont en quadrature.

$$\Rightarrow I_{1o_{r\,eff}} = \sqrt{I_{1oeff}{}^2 - I_{1o_{r\,eff}}{}^2} = = \sqrt{0{,}29^2 - 0{,}12^2} = 0{,}264\ A$$

On en déduit : $R_F = \dfrac{U_{1o}}{I_{1o_{a_{eff}}}} = \dfrac{10000}{0{,}12} = 83{,}3\ k\Omega$ ou $R_F = \dfrac{{U_{1o}}^2}{P_{1o}} = \dfrac{10000^2}{1200} = 83{,}3\ k\Omega$

Et $L_{H1}.\omega = \dfrac{U_{1o}}{I_{1o_{r_{eff}}}} = \dfrac{10000}{0{,}264} = 37{,}87\ k\Omega$ ou $L_{H1}.\omega = \dfrac{{U_{1o}}^2}{Q_{1o}} = \dfrac{10000^2}{2640} = 37{,}87\ k\Omega$

2.d) En se plaçant dans l'**hypothèse de Kapp**, on peut ensuite établir un « modèle équivalent ramené au secondaire » (voir le cours) :



Ce modèle est représenté en complexe car le régime est alternatif sinusoïdal.

Si on établit un court-circuit au secondaire :

$$\underline{U_2} = 0 \Leftrightarrow m.\underline{U_1} = \left(r_1.m^2 + r_2 + j.L_{fs}.\omega\right).\underline{I_2} = \underline{Z_s}.\underline{I_2}$$

$\Rightarrow$ En court-circuit : $\left|\underline{Z_s}\right| = \dfrac{m.\left|\underline{U_1}\right|}{\left|\underline{I_2}\right|}$. On en déduit : $\left|\underline{Z_s}\right| = \dfrac{0{,}0223\,.\,600}{500} = 0{,}02627\ \Omega$

Lors de l'essai en court-circuit les pertes fer sont négligeables devant les pertes Joule :

$$\Rightarrow P_{Joule} \approx P_{1_{cc}} = 720\ W$$

$$\underline{Z_s} = \left(r_1.m^2 + r_2\right) + j.\left(L_{fs}.\omega\right) = r_s + j.L_{fs}.\omega$$

$$P_{Joule} = r_1.{I_{1_{eff}}}^2 + r_2.{I_{2_{eff}}}^2 = \left(r_1 m^2 + r_2\right){I_{2_{eff}}}^2 = r_s.{I_{2eff}}^2.$$

Lors de l'essai en court-circuit : $P_{1_{cc}} = 720 \approx P_{Joule} = r_s.{I_{2cc_{eff}}}^2 = r_s.500^2 \Rightarrow r_s = \dfrac{720}{500^2} = 2{,}88.10^{-3}\ \Omega$

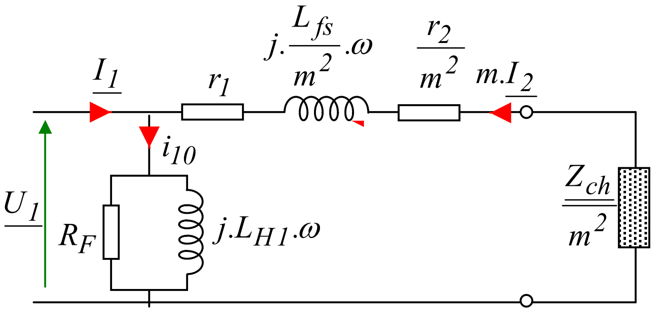
$$\left|\underline{Z_s}\right| = \sqrt{{r_s}^2 + \left(L_{fs}.\omega\right)^2} \Rightarrow L_{fs}.\omega = \sqrt{\left|\underline{Z_s}\right|^2 - {r_s}^2} = \sqrt{0{,}02627^2 - 0{,}00288^2} = 0{,}0261\ \Omega$$

La chute de tension en charge obtenue par la formule approchée du cours est :
$\Delta U_2 = m.U_{1_{eff}} - U_{2_{eff}} = R_s.I_{2_{eff}}.\cos(\varphi_2) + X_s.I_{2_{eff}}.\sin(\varphi_2)$

$\Rightarrow \Delta U_2 = 2{,}88.10^{-3}\,.\,500\,.\,1 + 0{,}0261\,.\,500\,.\,0 = 1{,}44\ V$

Donc $U_{2_{eff}} = m.U_{1_{eff}} - \Delta U_2 = 224 - 1{,}44 = 222{,}6\ V$ en charge nominale résistive.

2.e) Avec l'hypothèse de Kapp, on a établi dans le cours un schéma équivalent "ramené au primaire" :



Soit $\underline{Z_p} = \left(r_1 + \frac{r_2}{m^2}\right) + j.\left(\frac{L_{fs}.\omega}{m^2}\right) = r_p + j.L_p.\omega$

Et sachant que $\underline{Z_s} = \left(r_1.m^2 + r_2\right) + j.\left(L_{fs}.\omega\right) = r_s + j.L_{fs}.\omega$,

On en déduit : $r_p = \frac{r_s}{m^2} = \frac{2{,}88.10^{-3}}{0{,}0224^2} = 5{,}74\ \Omega$ et $L_{fp}.\omega = \frac{L_{fs}.\omega}{m^2} = \frac{0{,}0261}{0{,}0224^2} = 52\ \Omega$

L'impédance $\underline{Z_{ch}}$ constitue la charge appliquée aux bornes du secondaire.