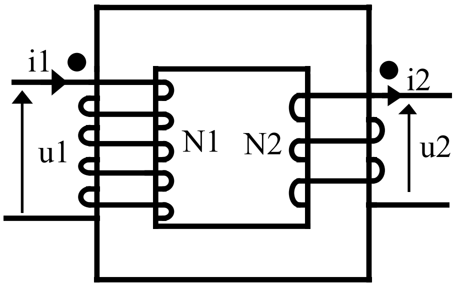
Corrigé de : Chapitre6. Exercice 7
« Transformateur monophasé usuel en régime alternatif sinusoïdal »



Informations concernant le transformateur:

Section droite du circuit magnétique: S = 30 cm^2.
Nombre de spires primaire: N1 = 276.

Conditions nominales:

Tension primaire $U1_n$ = 220 V, 50 Hz ([1]).
Courant secondaire $I2_n$ = 16 A.

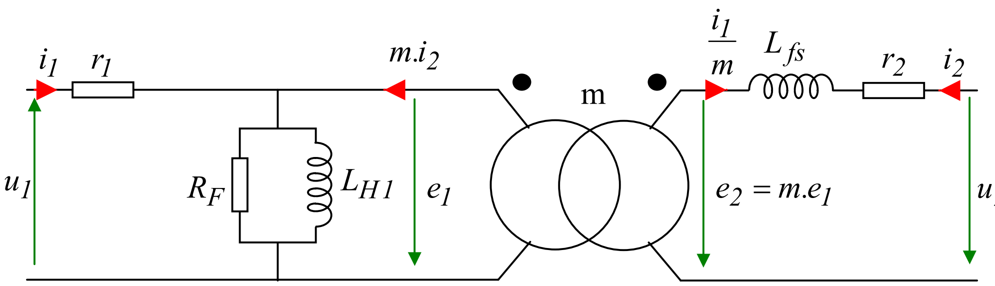
Résultats d'un essai à vide:

Tension primaire $U1_v = U1_n$ = 220 V, 50 Hz. Courant primaire $I1_v$ = 0,32 A.
Tension secondaire $U2_v$ = 33,5 V. Puissance primaire $P1_v$ = 29 W.

Résultats d'un essai en court-circuit (sous tension primaire réduite)**:**

Tension primaire $U1_{cc}$ = 20 V, 50 Hz. Courant secondaire $I2_{cc} = I2_n$ = 16 A.
Puissance primaire $P1_{cc}$ = 43 W.

En régime alternatif sinusoïdal, on peut retenir le modèle suivant :



a) Par définition, le courant secondaire est nul « à vide », donc $u_2(t) = m.e_1(t)$. Le courant primaire à vide est faible par rapport au courant nominal (en charge « nominale »), donc pour un transformateur industriel usuel : à vide : $u_1(t) = r_1.i_1(t) - e_1(t) \approx -e_1(t)$.

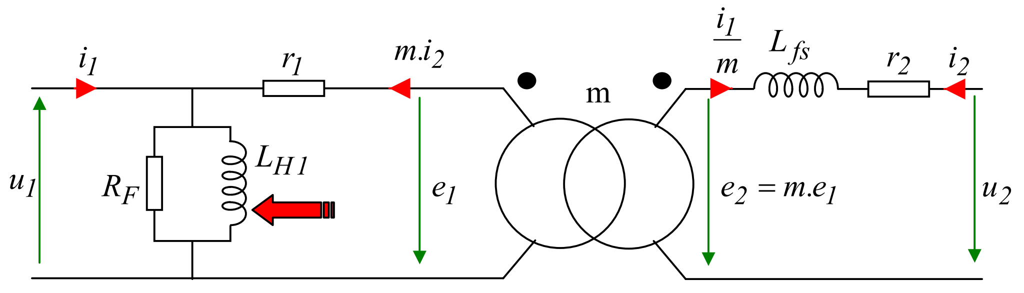
En conclusion : à vide : $\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{m.e_1(t)}{-e_1(t)} = -m = -\frac{N_2}{N_1}$

$$\Rightarrow \frac{U2_{eff\,à\,vide}}{U1_{eff\,à\,vide}} = m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{33,5}{220} = 0,152 = \frac{N_2}{276}$$

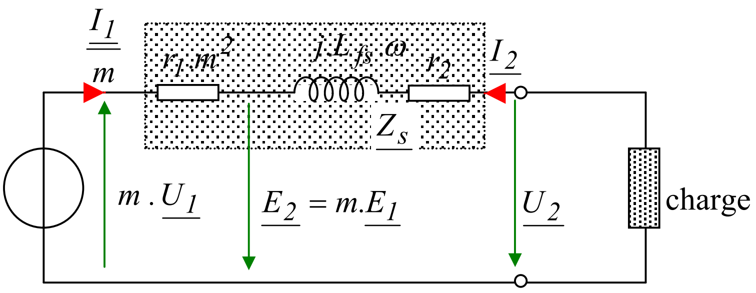
Donc $N_2 = 42$ spires

([1]) Si rien n'est spécifié, il s'agit des valeurs efficaces.

b) Avec l'hypothèse de Kapp, on modifie légèrement le modèle du transformateur (voir le cours)



On peut ensuite établir un « modèle équivalent ramené au secondaire » (voir le cours) :



Ce modèle est représenté en complexe car le régime est alternatif sinusoïdal.

Si on établit un court-circuit au secondaire :

$$\underline{U_2} = 0 \Leftrightarrow m.\underline{U_1} = \left(r_1.m^2 + j.L_{fs}.\omega + r_2\right).\underline{I_2} = \underline{Z_s}.\underline{I_2}$$

$\Rightarrow$ En court-circuit : $\left|\underline{Z_s}\right| = \dfrac{m.\left|\underline{U_1}\right|}{\left|\underline{I_2}\right|}$. On en déduit : $\left|\underline{Z_s}\right| = \dfrac{0{,}152 \,.\, 20}{16} = 0{,}19\ \Omega$

c) $\left|\underline{Z_s}\right| = \sqrt{\left(r_1.m^2 + r_2\right)^2 + \left(L_{fs}.\omega\right)^2} = 0{,}19\ \Omega > \sqrt{\left(r_1.m^2\right)^2} = m^2.\sqrt{(r_1)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{(r_1)^2} < \dfrac{0{,}19}{m^2} = \dfrac{0{,}19}{0{,}152^2} = 8{,}22\ \Omega \qquad \Rightarrow \sqrt{(r_1)^2} = r_1 < \dfrac{0{,}19}{m^2} = \dfrac{0{,}19}{0{,}152^2} = 8{,}22\ \Omega$

Donc lors de l'essai à vide $r_1.I_{1_{eff_v}}{}^2 < 8{,}22 \,.\, 0{,}32^2 = 0{,}84\ W$ et $r_2.I_{2_{eff}}{}^2 = 0$. Les pertes Joule sont donc inférieures à 0,84 W.

La puissance absorbée par le transformateur (Pertes fer + pertes Joule) est de 29 W, donc **lors de l'essai à vide les pertes Joules sont négligeables devant les pertes fer**.

Donc lors de cet essai : $P_{fer} \approx 29\ W$

d) Cette question reprend la démonstration de la « formule de Boucherot » :
Si $B(t) = B_{\max}\sin(\omega.t)$:

$$\Rightarrow u_1(t) = r_1.i_1(t) + \frac{d\phi_1(t)}{dt} \approx N_1.\frac{d(\varphi(t))}{dt} = N_1.\frac{d(B(t).S)}{dt} = N_1.\frac{d(S.B_{\max}\sin(\omega.t))}{dt} = N_1.S.B_{\max}.\omega.\cos(\omega.t)$$

$$\Rightarrow U_{1\max} = N_1.S.B_{\max}.\omega = N_1.S.B_{\max}.2\pi.f$$

$$\Rightarrow U_{1eff} = \frac{U_{1\max}}{\sqrt{2}} = \frac{N_1.S.B_{\max}.2\pi.f}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \boxed{U_{1eff} = 4{,}44.N_1.f.S.B_{\max}}$$

$$B_{\max} = \frac{U_{1eff}}{4{,}44.N_1.f.S} = \frac{220}{4{,}44.276.50.30.10^{-4}} = 1{,}2\ T$$

e) Lors de l'essai en court-circuit: $P_{fer} \approx \frac{29\,.\,20^2}{220^2} = 0{,}24\ W << P1_{cc} = 43\ W$.

On en déduit que **lors de l'essai en court-circuit les pertes fer sont négligeables devant les pertes Joule**:

$$P_{Joule} \approx 43\ W$$

$$\left(r_1.m^2 + r_2 + j.L_{fs}.\omega\right) = \underline{Z_s} = r_s + j.L_{fs}.\omega$$

Sachant que $I_{1eff} \approx m.I_{2eff}$:

$$P_{Joule} = r_1.I_{1eff}{}^2 + r_2.I_{2eff}{}^2 = \left(r_1 m^2 + r_2\right)I_{2eff}{}^2 = r_s.I_{2cc_{eff}}{}^2 = r_s.16^2 \approx 43\ W\ .$$

On en déduit : $r_s \approx \frac{43}{16^2} = 0{,}168\ \Omega$

$$\left|\underline{Z_s}\right| = 0{,}19 = \left|\left(r_1.m^2 + r_2\right) + j.\left(L_{fs}.\omega\right)\right| = \left|r_s + j.L_{fs}.\omega\right| = \sqrt{r_s{}^2 + \left(L_{fs}.\omega\right)^2}$$

$$L_{fs}.\omega = \sqrt{0{,}19^2 - 0{,}168^2} = 0{,}089\ \Omega$$

f) En fonctionnement nominal :

$$U_{1eff} = 220\ V \Rightarrow P_{fer} = P_{1_v} = 29\ W\ ;\ I_{2eff} = 16\ A \Rightarrow P_{Joule} = P_{1_{cc}} = 43\ W$$

La chute de tension en charge obtenue par la formule approchée du cours est :

$$\Delta U_2 = m.U_{1eff} - U_{2eff} = R_s.I_{2eff}.\cos(\varphi_2) + X_s.I_{2eff}.\sin(\varphi_2) = 0{,}168\,.\,16\,.\,1 + 0{,}089\,.\,16\,.\,0 = 2{,}69\ V$$

Donc $U_{2eff} = m.U_{1eff} - \Delta U_2 = 0{,}152.220 - 2{,}69 = 30{,}75\ V$ en charge nominale résistive.

Le rendement du transformateur vaut donc :

$$\eta = \frac{P_{\sec ondaire}}{P_{\sec ondaire} + P_{Joule} + P_{fer}} = \frac{U_{2eff}.I_{2eff}.\cos(\varphi_2)}{U_{2eff}.I_{2eff}.\cos(\varphi_2) + P_{Joule} + P_{fer}}$$

$$\eta = \frac{30{,}75\,.\,16\,.\,1}{30{,}75\,.\,16\,.\,1 + 43 + 29} = 0{,}872 = 87{,}2\ \%$$

Rappelons que le rendement des transformateurs de forte puissance apparente (quelques 100 kVA à quelques 100 MVA) est plutôt de l'ordre de 97% à 99%.