

Corrigé de : Chapitre 6. Exercice 6
« Transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal »

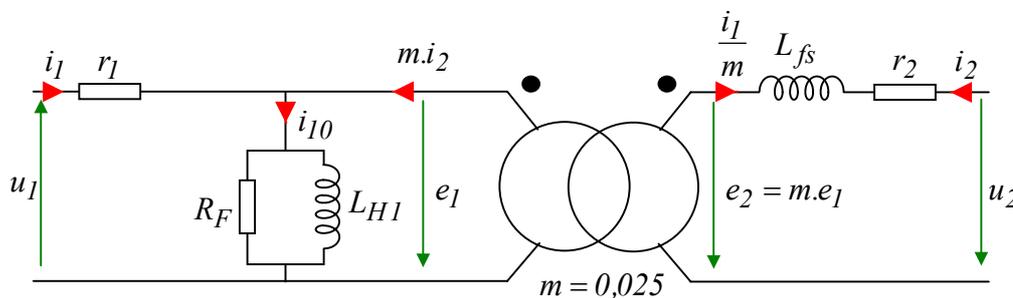
a) $m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{50}{2000} = 0,025$ (Voir le paragraphe 4.4.4 du chapitre 6)

b) A vide : $r_1 \cdot I_{10\text{eff}} = 7 \cdot 0,2 = 1,4 \text{ V} \ll 5000 \text{ V}$. Dans ces conditions, on peut négliger l'influence de r_1 .

$$P_{\text{vide}} = \frac{U_{1\text{eff}}^2}{R_F} \Leftrightarrow R_F = \frac{U_{1\text{eff}}^2}{P_{\text{vide}}} = \frac{5000^2}{500} = 50 \text{ k}\Omega$$

$$Q_{\text{vide}} = \sqrt{S_{\text{vide}}^2 - P_{\text{vide}}^2} = \sqrt{(5000 \cdot 0,2)^2 - 500^2} = 866 \text{ VAR}$$

et $Q_{\text{vide}} = \frac{U_{1\text{eff}}^2}{L_{H1} \cdot \omega} \Leftrightarrow L_{H1} = \frac{U_{1\text{eff}}^2}{Q_{\text{vide}} \cdot \omega} = \frac{5000^2}{866 \cdot 100 \cdot \pi} = 91,9 \text{ H}$



c) Supposons que, à vide ou en charge : $\|r_1 \cdot \underline{I}_1\| \ll \|U_1\|$
 $\Rightarrow \|E_1\| \approx \|U_1\|$
 $\Rightarrow I_{10\text{eff charge}} \approx I_{10\text{eff à vide}}$
 $I_{10\text{eff}} \approx 0,2 \text{ A}$

$$m \cdot I_{2\text{eff}} = 0,025 \cdot 200 = 5 \text{ A} \Rightarrow m \cdot I_{2\text{eff}} \gg I_{10\text{eff}}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} - m \cdot \underline{I}_2 \Rightarrow I_{1\text{eff}} \approx m \cdot I_{2\text{eff}} = 5 \text{ A}$$

$\Rightarrow \|r_1 \cdot I_{1\text{eff}} \approx (7 \cdot 5 = 35 \text{ V})\| \ll \|U_{1\text{eff}} = 5000 \text{ V}\|$ L'hypothèse est donc vérifiée.

On peut donc déplacer le dipôle ($R_F // L_{H1}$) en amont de r_1 . On peut également le négliger en charge.

d) On obtient le schéma équivalent ramené au secondaire (voir le cours) :

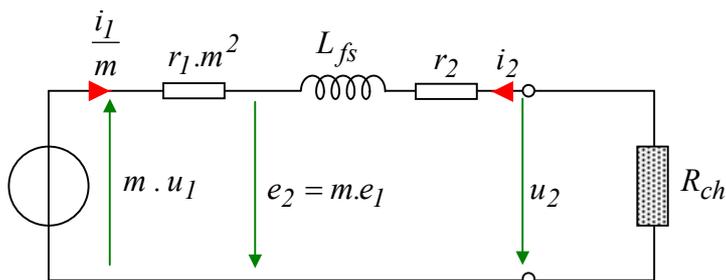
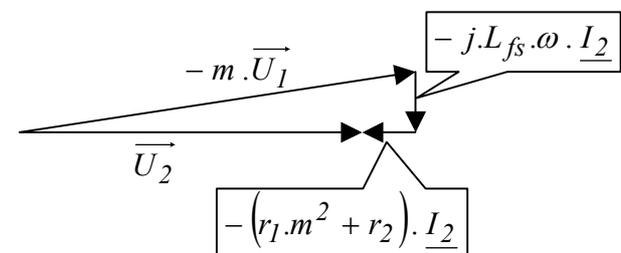


Schéma équivalent ramené au secondaire

La charge R_{ch} étant « purement résistive », la tension $u_2(t)$ et le courant $i_2(t)$ sont en phase.

$$\underline{U}_2 = -m \cdot \underline{U}_1 - (r_1 \cdot m^2 + r_2 + j \cdot L_{fs} \cdot \omega) \cdot \underline{I}_2$$



En utilisant le théorème de Pythagore : $U_{2\text{eff}} = \sqrt{(m \cdot U_{1\text{eff}})^2 - (L_{fs} \cdot \omega \cdot I_{2\text{eff}})^2} - (r_1 \cdot m^2 + r_2) = 123,3 \text{ V}$

On peut également utiliser la formule approchée du paragraphe 5.2.3.2:

$$\Delta U_2 = m \cdot U_{1\text{eff}} - U_{2\text{eff}} \approx R_s \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_2) + X_s \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \sin(\varphi_2) = R_s \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \cos(0) + X_s \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \sin(0)$$

$$\Rightarrow U_{2_{eff}} = m.U_{1_{eff}} - \Delta U_2 \approx m.U_{1_{eff}} - (r_1.m^2 + r_2)I_{2_{eff}}$$

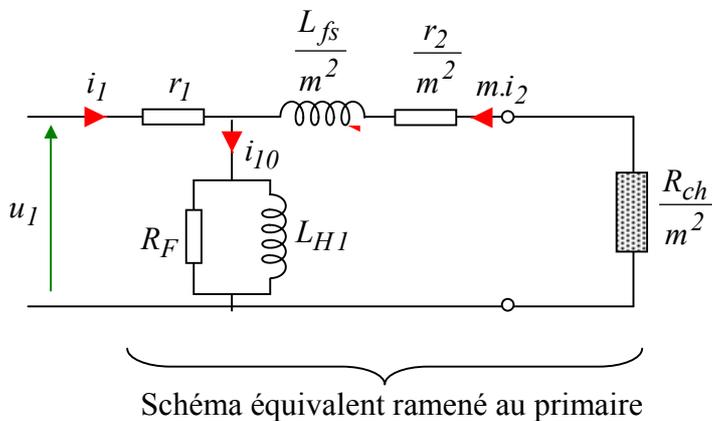
$$\Rightarrow U_{2_{eff}} = 0,025 \cdot 5000 - (7 \cdot 0,025^2 + 4 \cdot 10^{-3}) \cdot 200 = 123,3 \text{ V}$$

La charge R_{ch} est donc une résistance $R_{ch} = \frac{U_{2_{eff}}}{I_{2_{eff}}} = \frac{123,3}{200} = 0,6165 \Omega$

Pour calculer le courant efficace au primaire, en général, on **ne peut pas** dire $I_{1_{eff}} = m \cdot I_{2_{eff}} + I_{10_{eff}}$ car les différents courants ne sont pas en phase. Et dans ce cas, la valeur efficace d'une somme n'est pas la somme des valeurs efficaces.

on peut procéder de plusieurs façons :

- On néglige le courant à vide i_{10} . Dans ce cas : $I_{1_{eff}} = m \cdot I_{2_{eff}} = 0,025 \cdot 200 = 5 \text{ A}$
- Si on souhaite être plus précis, on peut utiliser le schéma équivalent ramené au primaire :



$$I_1 = \frac{U_1}{r_1 + \left[R_F // j.L_{H1}.\omega // \left(j.\frac{L_{fs}}{m^2}.\omega + \frac{r_2}{m^2} + \frac{R_{ch}}{m^2} \right) \right]}$$

Par le calcul ci-dessous avec le logiciel libre Scilab, on trouve $I_{1_{eff}} = 5.12 \text{ A}$

Comme souvent le calcul grossier (en négligeant i_{10}) est suffisant pour pouvoir valider un éventuel calcul informatique plus précis.

```

j=%i;
w=100*%pi;
U1=5000;
m=0.025;
m2=m^2;
RF=5e4;
LH1=91.9;
R1=7;
R2=4e-3;
Rch=0.6165;
Lfs=0.23e-3;
Zsp=j*Lfs*w/m2+R2/m2+Rch/m2;
Zeq=(RF^(-1)+(j*LH1*w)^(-1)+Zsp^(-1))^(-1)
I1=U1/Zeq
module=abs(I1)
    
```

Réponses :
 $I1 = 5.0688812 - 0.7518042i$
 module=5.1243308

$$e) u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) + \frac{d(\phi_1(t))}{dt}$$

$U_{1eff} = 5000 V$ alors que à vide : $r_1 \cdot I_{1eff} = 1,4 V$ et en charge : $r_1 \cdot I_{1eff} = 35 V$.

$$\text{Donc } u_1(t) \approx \frac{d(\phi_1(t))}{dt}.$$

Avec un même $u_1(t)$ à vide et en charge, la dérivée du flux est donc quasiment la même à vide et en charge.

En régime alternatif sinusoïdal, le flux est donc quasiment le même à vide et en charge.

Donc B_{max} est le même à vide et en charge (Le nombre et la section des spires sont constants !).

f) Les pertes fer dépendent du volume du matériau ferromagnétique (qui est constant), de l'aire du cycle d'hystérésis (constante car B_{max} est constant) et de la fréquence (qui est constant). Donc les pertes fer sont constantes (les mêmes à vide et en charge).

A vide, les pertes joules sont négligeables ($P_{joule} = r_1 \cdot I_{1eff}^2 = 7 \cdot 0,2^2 = 0,3 W$) par rapport aux pertes fer et la puissance utile fournie à la charge est nulle (pas de charge !), donc $P_{vide} = 500 W = Pertes\ fer$.

g) Les pertes joules sont localisées dans les deux bobinages.

Elles sont dues aux résistances internes de ceux-ci :

$$P_{joule\ charge} = r_1 \cdot I_{1eff}^2 + r_2 \cdot I_{2eff}^2 = 7 \cdot 5,12^2 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 200^2 = 343 W$$

On pouvait simplifier la démarche en considérant $I_{1eff} = m \cdot I_{2eff}$

$$\Rightarrow P_{joule} = (r_1 \cdot m^2 + r_2) I_{2eff}^2 = (7 \cdot 0,025^2 + 4 \cdot 10^{-3}) \cdot 200^2 = 335 W \quad (2,3\% \text{ d'erreur ce qui est acceptable})$$

Rendement :

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbée}} = \frac{U_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\varphi_2)}{U_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\varphi_2) + P_{joule} + P_{fer}} = \frac{123,3 \cdot 200 \cdot 1}{123,3 \cdot 200 \cdot 1 + 343 + 500} = 0,967 = 96,7 \%$$

Le rendement des transformateurs est généralement élevé.