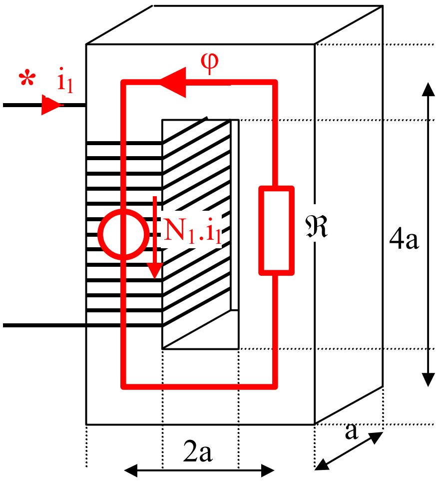
Corrigé de : Chapitre6. Exercice 4 « Inductances et transformateur »



1.1 Voir ci-contre.

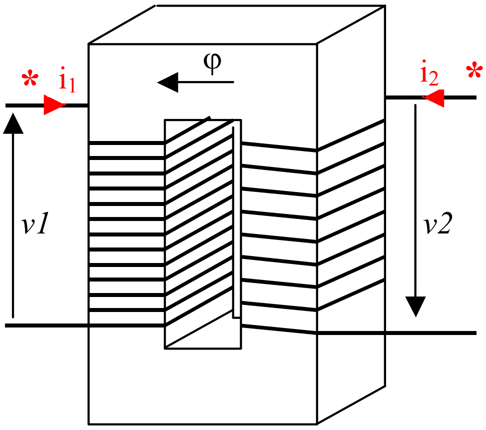
1.2 Par définition : l'inductance propre $L_1 = \dfrac{\phi_1}{i_1} = \dfrac{N_1.\varphi}{i_1}$

1.3 La fibre moyenne a pour longueur : $\ell = 12.a$.

1.4 Le schéma électrique équivalent au circuit magnétique est représenté en rouge ci contre. Sa réluctance équivalente est $\Re = \dfrac{\ell}{\mu.S} = \dfrac{12.a}{\mu.a^2} = \dfrac{12}{\mu.a}$

1.5 $N_1.i_1 = \Re.\varphi \Leftrightarrow \varphi = \dfrac{N_1.i_1}{\Re}$.

Donc $L_1 = \dfrac{\phi_1}{i_1} = \dfrac{N_1.\varphi}{i_1} = \dfrac{N_1.\dfrac{N_1.i_1}{\Re}}{i_1} = \dfrac{N_1^2}{\Re} = \dfrac{N_1^2.\mu.a}{12}$



2.1 Par définition, l'inductance propre L_2 du second bobinage est $L_2 = \dfrac{\phi_2}{i_2}\Big|_{lorsque\ i_1=0}$ Elle se calcule comme L_1. Son expression est

donc : $L_2 = \dfrac{N_2^2}{\Re} = \dfrac{N_2^2.\mu.a}{12}$

En présence d'un circuit magnétique linéaire avec deux bobinages, les flux totaux dans ceux-ci s'écrivent : $\begin{cases} \phi_1 = L_1.i_1 + M.i_2 \\ \phi_2 = L_2.i_2 + M.i_1 \end{cases}$

L'inductance mutuelle M entre les deux bobinages est donc $M = \dfrac{\phi_2}{i_1}\Big|_{\text{lorsque } i_2 = 0}$ ou $M = \dfrac{\phi_1}{i_2}\Big|_{lorsque\ i_1 = 0}$

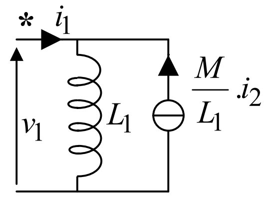
Son expression se calcule comme les inductances propres L_1 et L_2 : $M = \dfrac{N_1.N_2}{\Re} = \dfrac{N_1.N_2.\mu.a}{12}$

On constate que $\sqrt{L1.L2} = \sqrt{\dfrac{N_1^2}{\Re}.\dfrac{N_2^2}{\Re}} = \dfrac{N_1.N_2}{\Re} = M$.

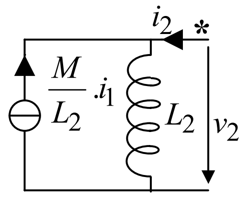
2.2 On néglige la résistance des deux bobinages : $v_1(t) = \underbrace{r_1.i_1(t)}_{\text{négligé}} + \dfrac{d\phi_1(t)}{dt}$.

$$\Rightarrow v_1(t) = \frac{d\left(L_1.i_1(t) + M.i_2(t)\right)}{dt} = L_1.\frac{d\left(i_1(t) + \frac{M}{L_1}.i_2(t)\right)}{dt}$$

A cette équation, on peut associer un schéma équivalent :



De même, on peut établir un schéma électrique équivalent au bobinage N°2 :



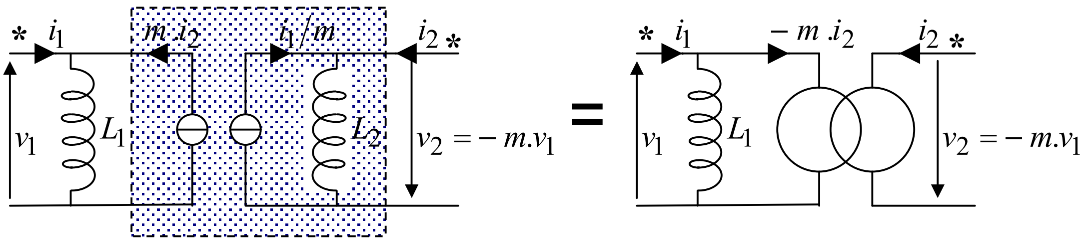
2.3

$$v_1(t) = \frac{d\left(L_1.i_1(t) + M.i_2(t)\right)}{dt} = \frac{d\left(L_1.i_1(t) + \sqrt{L_1.L_2}.i_2(t)\right)}{dt} = \sqrt{L_1}\ .\frac{d\left(\sqrt{L_1}.i_1(t) + \sqrt{L_2}.i_2(t)\right)}{dt}$$

$$-v_2(t) = \frac{d\left(L_2.i_2(t) + M.i_1(t)\right)}{dt} = \frac{d\left(L_2.i_2(t) + \sqrt{L_1.L_2}.i_1(t)\right)}{dt} = \sqrt{L_2}\ .\frac{d\left(\sqrt{L_1}.i_1(t) + \sqrt{L_2}.i_2(t)\right)}{dt}$$

$$\frac{v_2(t)}{v_1(t)} = -\frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = -\frac{M}{L_1} = -\frac{L_2}{M} = -m$$ (on appelle ce rapport « m » : rapport de transformation.)

En juxtaposant les schémas équivalent au bobinage N°1 et au bobinage N°2, on y voit un transformateur idéal :



On pouvait également modéliser le transformateur avec l'inductance L_2 :