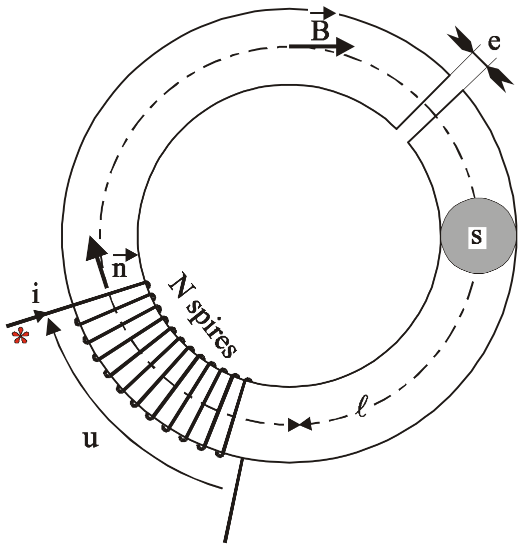
Corrigé de : Chapitre4. Exercice 1 « Inductance propre ».



b) Par l'application du Théorème d'Ampère sur la fibre moyenne, on obtient : $N.i = H_{fer}.\left(\ell - e\right) + H_{entrefer}.e$

On suppose le champ d'induction uniforme sur une section droite. Par l'application de la loi de conservation du flux, on obtient : $\varphi = B_{fer}.S = B_{entrefer}.S$ (La section droite du « fer » est égale à la section droite de l'entrefer, on en déduit : $B_{fer} = B_{entrefer} = B$

On en déduit : $N.i(t) = \dfrac{B(t)}{\mu}.\left(\ell - e\right) + \dfrac{B(t)}{\mu_o}.e \approx \dfrac{B(t)}{\mu}.\ell + \dfrac{B(t)}{\mu_o}.e$

$$\Rightarrow B(t) \approx \frac{N.i(t)}{\left(\dfrac{\ell}{\mu} + \dfrac{e}{\mu_o}\right)}$$

c)

$$\varphi(t) = B(t).S \approx \frac{N.i(t)}{\left(\dfrac{\ell}{\mu} + \dfrac{e}{\mu_o}\right)}.S$$

d) Le flux « total » dans le bobinage (supposé sans fuites) est : $\phi = N.\varphi \approx \dfrac{N^2.S}{\left(\dfrac{\ell}{\mu} + \dfrac{e}{\mu_o}\right)}.i$.

On en déduit l'inductance du dipôle : $L = \dfrac{\phi}{i} \approx \dfrac{N^2.S}{\left(\dfrac{\ell}{\mu} + \dfrac{e}{\mu_o}\right)}$

Remarque : $L = \dfrac{\phi}{i} \approx \dfrac{N^2}{\left(\dfrac{\ell}{\mu.S} + \dfrac{e}{\mu_o.S}\right)} = \dfrac{N^2}{\left(\Re_{fer} + \Re_{entrefer}\right)} = \dfrac{N^2}{\Re_{équivalent}}$

e) Si $i_{(t)} = I_{max}.sin(\omega.t)$

$$\Rightarrow u_{(t)} = \frac{d(\phi_{(t)})}{dt} = \frac{d(L.i_{(t)})}{dt} = L.\frac{d(i_{(t)})}{dt} = L.\omega.I_{max}.cos(\omega.t) = L.\omega.I_{max}.sin\left(\omega.t + \frac{\pi}{2}\right)$$

En régime alternatif sinusoïdal : $U_{max} = L.\omega.I_{max}$.

En orientation en convention récepteur, la tension aux bornes de l'inductance est déphasée de $+\frac{\pi}{2}$ *par rapport au courant qui la traverse.*

En alternatif sinusoïdal, on peut donc associer l'équation complexe : $\underline{U} = jL\omega.\underline{I}$

f) Si $B(t) = B_{\max} \sin(\omega.t)$:

$$\Rightarrow u(t) = N.\frac{d(\varphi(t))}{dt} = N.\frac{d(B(t).S)}{dt} = N.\frac{d(S.B_{\max} \sin(\omega.t))}{dt} = N.S.B_{\max}.\omega.\cos(\omega.t)$$

$$\Rightarrow U_{\max} = N.S.B_{\max}.\omega = N.S.B_{\max}.2\pi.f$$

$$\Rightarrow U_{eff} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{N.S.B_{\max}.2\pi.f}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \boxed{U_{eff} = 4{,}44.N.f.S.B_{\max}}$$

Cette relation est connue sous le terme "formule de Boucherot"

g) Si $i(t) = Io = \text{constante} \Rightarrow u(t) = L.\frac{d(i(t))}{dt} = 0$

h) Si $u(t) = Uo = \text{constante} \Rightarrow \frac{d(i(t))}{dt} = \frac{Uo}{L} \Rightarrow i(t) = \frac{Uo}{L}.t + \text{constante}$: i(t) est une droite.