Corrigé de Chapitre 3 exercice 1 « Extrait du sujet d'agrégation Génie Electrique 1997 »

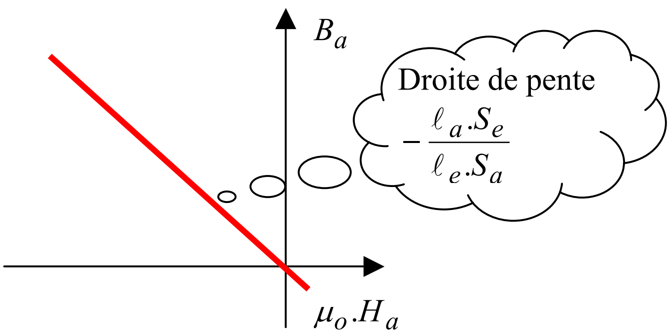
a) $H_a.\ell_a + H_e.\ell_e = 0 \Leftrightarrow H_a = -\dfrac{H_e.\ell_e}{\ell_a}$

b) Le flux est conservatif $\Rightarrow B_a.S_a = B_e.S_e$.

$\overrightarrow{B_e} = \mu_o.\overrightarrow{H_e} \Rightarrow \overrightarrow{B_e}$ et $\overrightarrow{H_e}$ sont de même sens. $\Rightarrow \overrightarrow{B_a}$ et $\overrightarrow{H_a}$ sont de sens opposé (de façon que leur produit scalaire soit négatif). $\Rightarrow \overrightarrow{H_a}$ est démagnétisant.

Si $\ell_e \downarrow \Rightarrow |H_a| \downarrow$ (Voir les questions **e)** et **h)** : si $\tau \downarrow \Rightarrow |H_a| \downarrow$)

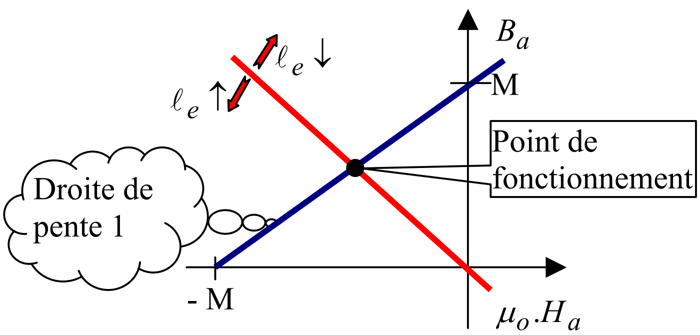
c) et **d)**



$$B_a = \frac{B_e.S_e}{S_a} = \mu_o\frac{H_e.S_e}{S_a} = -\mu_o\frac{\left(\dfrac{H_a.\ell_a}{\ell_e}\right).S_e}{S_a}$$

$$\Rightarrow B_a = -\frac{\mu_o.\ell_a.S_e.H_a}{\ell_e.S_a} = \left(-\frac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}\right).(\mu_o.H_a)$$

e)



Le point de fonctionnement (intersection des deux segments) est donné par l'équation :

$$\mu_o.H_a + M = -(\mu_o.H_a).\frac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}$$

f) $\mu_o.H_a = -\dfrac{M}{1+\dfrac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}} \quad \Rightarrow B_a = \left(-\dfrac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}\right).(\mu_o.H_a) = \left(\dfrac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}\right).\dfrac{M}{1+\dfrac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}} = \dfrac{M}{\dfrac{\ell_e.S_a}{\ell_a.S_e}+1}$

$$\Rightarrow B_e = B_a.\frac{S_a}{S_e} = \left[\left(\frac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}\right).\frac{M}{1+\dfrac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}}\right].\frac{S_a}{S_e} = \left(\frac{\ell_a}{\ell_e}\right).\frac{M}{1+\dfrac{\ell_a.S_e}{\ell_e.S_a}} = \frac{M}{\dfrac{\ell_e}{\ell_a}+\dfrac{S_e}{S_a}}$$

g)

$$B_e = \frac{M}{\dfrac{\ell_e}{\ell_a}+\dfrac{S_e}{S_a}} = \frac{M}{\varepsilon+\dfrac{1}{\tau}} \quad ; \quad B_a = \frac{M}{\dfrac{\ell_e.S_a}{\ell_a.S_e}+1} = \frac{M}{\tau.\varepsilon+1}$$

τ est appelé « taux de concentration » car $\dfrac{B_e}{B_a} = \dfrac{S_a}{S_e} = \tau \quad \Rightarrow B_e = \tau . B_a$.

Le rapport des surfaces est inversement proportionnel au rapport des champs.
Si ℓ_e augmente, c'est à dire si ε augmente, $\Rightarrow B_e$ diminue.

h) $\mu_o . H_a = - \dfrac{M}{1 + \dfrac{\ell_a . S_e}{\ell_e . S_a}} = - \dfrac{M}{1 + \dfrac{1}{\tau \, . \, \varepsilon}} < 0$ (Voir la question **f)**)

i) $W_m = \dfrac{1}{2} . \mu_o . H_e^{\,2}$ est la densité d'énergie magnétique stockée dans l'entrefer.

$$W_m = \frac{1}{2} . B_e . H_e = \frac{1}{2} . \left(\frac{B_a . S_a}{S_e} \right) . \left(- \frac{H_a . \ell_a}{\ell_e} \right) = - \frac{1}{2} . B_a . H_a . \left(\frac{V_a}{V_e} \right)$$

$W_m . V_e$ est l'énergie magnétique stockée dans l'entrefer.

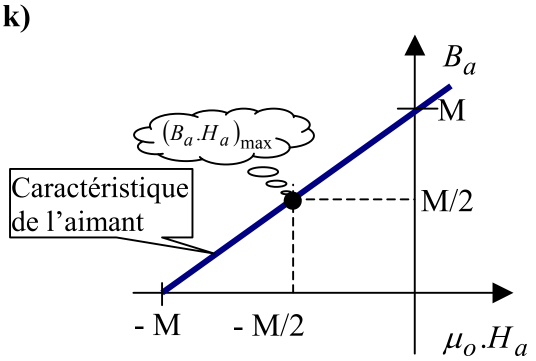
j) *(On suppose que le cahier des charges de l'application précise les dimensions de l'entrefer et la valeur de l'induction souhaitée dans celui-ci, donc* $\left(W_m . V_e \right)$ *est donné).*

$$V_a = \frac{2.W_m . V_e}{- B_a . H_a} = \frac{2.W_m . V_e}{\left| B_a . H_a \right|}$$

Donc à $\left(W_m . V_e \right)$ donné, pour minimiser le volume de l'aimant, il faut le faire fonctionner à son $\left| B_a . H_a \right|_{max}$.
C'est le critère d'Evershed.

Le critère d'Evershed est un critère d'optimisation du volume (donc de la masse) et, dans une certaine mesure, du coût de l'aimant.

k)



Le $\left| B_a . H_a \right|_{max}$ est obtenu pour $B_a = \dfrac{M}{2}$ et $H_a = - \dfrac{M}{2.\mu_o}$

l) Voir le cours sur les aimants.