ELECTROTECHNIQUE

Électromagnétisme

Michel PIOU

Chapitre 7
Le transformateur triphasé

Édition 03/06/2010

Extrait de la ressource en ligne *MagnElecPro* sur le site Internet iutenligne.net

Table des matières

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

Pourquoi et comment ?

La distribution de l'énergie électrique sous forme de tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées est très répandue.
Par rapport à une distribution monophasée, elle permet de réduire les pertes Joule en ligne. Elle permet également l'utilisation de machines tournantes triphasées qui sont nettement plus performantes que les machines monophasées.

De façon à réduire l'intensité des courants transportés (et donc la section des conducteurs), les tensions sont élevées au départ de la centrale de production d'énergie électrique puis abaissées à l'arrivée au voisinage de l'utilisation. Cette opération nécessite l'utilisation de transformateurs triphasés.

On trouve également des transformateurs triphasés dans certaines structure d'électronique de puissance, en particulier lorsque l'utilisation nécessite de très basses tensions.

Prérequis **:**
La maîtrise des chapitres 1, 2, 4, 5 et 6 est indispensable.
Ecriture matricielle. Somme et produit de matrices.

Objectifs :
Nous allons étudier les transformateurs triphasés en supposant leur circuit magnétique linéaire. Nous pourrons ainsi utiliser les connaissances déjà développées pour l'étude des transformateurs monophasés.

Nous étudierons des conditions suffisantes pour qu'un transformateur triphasé puisse être considéré comme l'association de trois transformateurs monophasés.
Et dans cette hypothèse, nous étudierons ensuite les principaux **couplages** des bobinages.

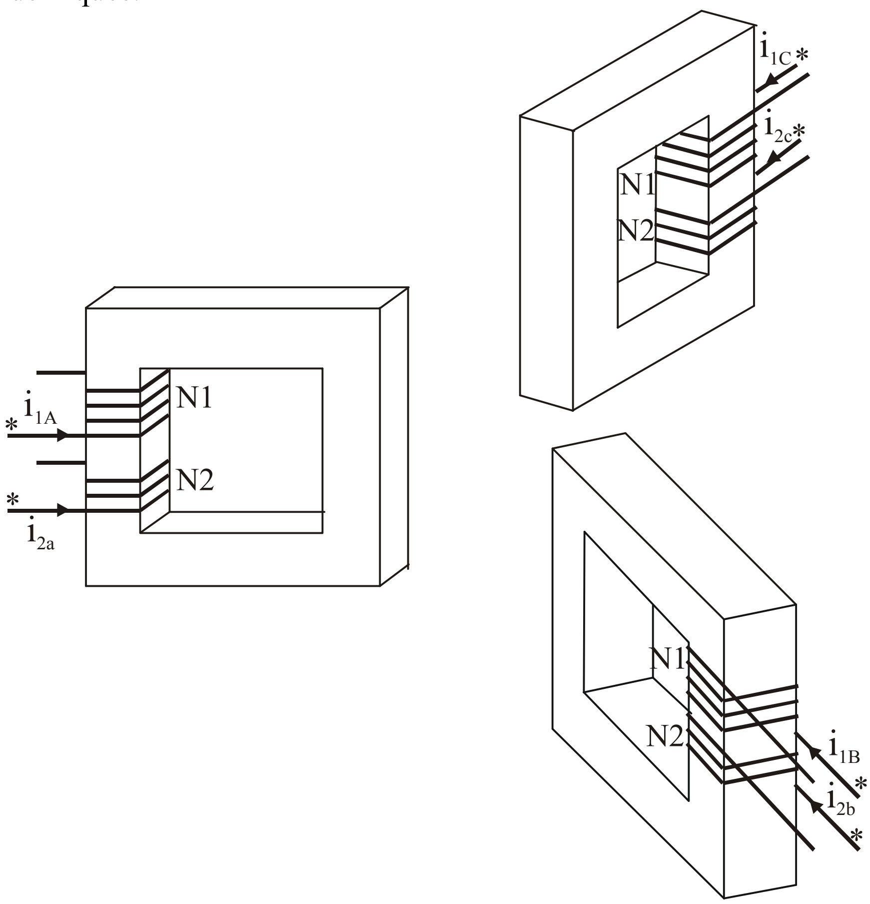
Méthode de travail :
En fin de chapitre, le paragraphe intitulé “ ce que j'ai retenu de ce chapitre ” permettra de vérifier individuellement que les connaissances essentielles ont bien été acquises.

Travail en autonomie :
Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

1 TRANSFORMATEUR TRIPHASE EN REGIME LINEAIRE

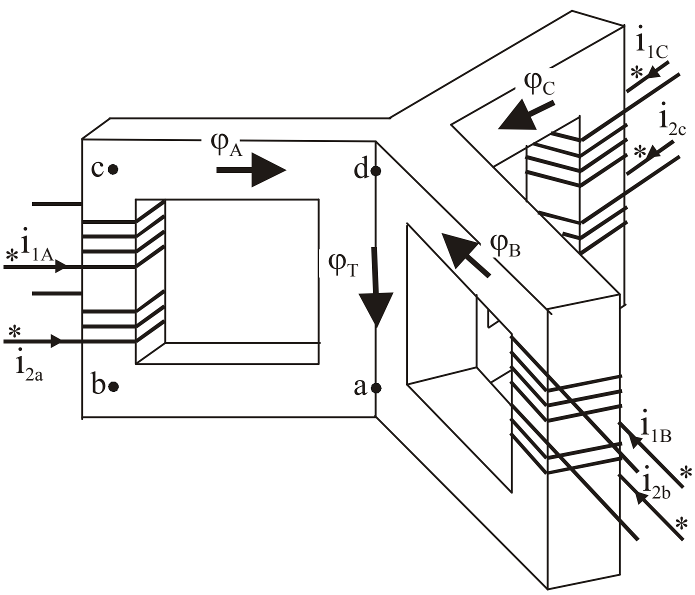
1.1 Le circuit magnétique du transformateur triphasé.

Pour réaliser un transformateur triphasé, on peut associer trois transformateurs monophasés identiques:



Chacun de ces trois transformateurs possède un bobinage de N1 spires et un bobinage de N2 spires. La réluctance d'un circuit magnétique est $\Re_o$.

Ces trois transformateurs peuvent être réunis de façon à créer une colonne centrale unique:



Etablir le schéma électrique équivalent de ce circuit magnétique.
(Réponse 1:)

Si $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$ et $i_{2a} + i_{2b} + i_{2c} = 0$, quelle est la valeur du flux φ_T dans la colonne centrale ?
(Réponse 2:)

...On en déduit donc qu’on peut supprimer la colonne centrale:

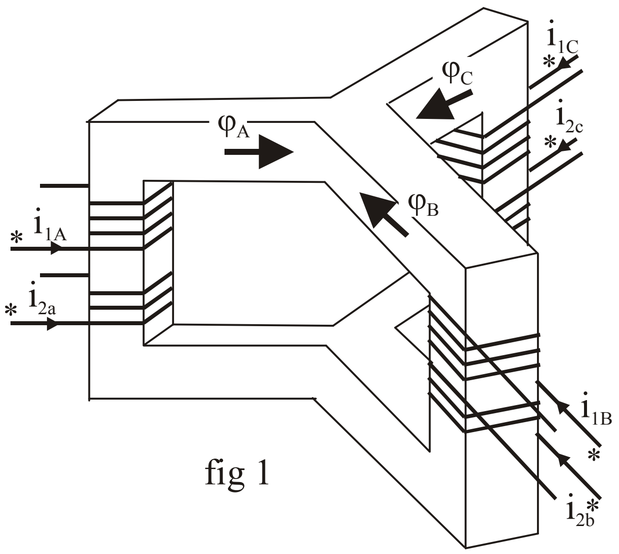


fig 1

Les réluctances de chaque tiers du circuit magnétique (fig 1) sont identiques.

En réalité, pour des raisons de facilités de réalisation, le circuit magnétique du transformateur est réalisé à plat (fig 2).
Les réluctances des trois colonnes ne sont pas identiques.

Toutefois, afin de maintenir une facilité de modélisation, nous conserverons l’hypothèse de l’identité des réluctances. ([1])

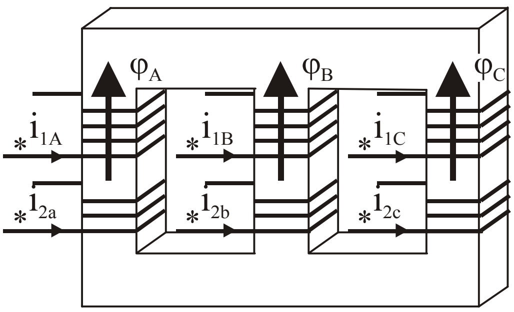


fig 2

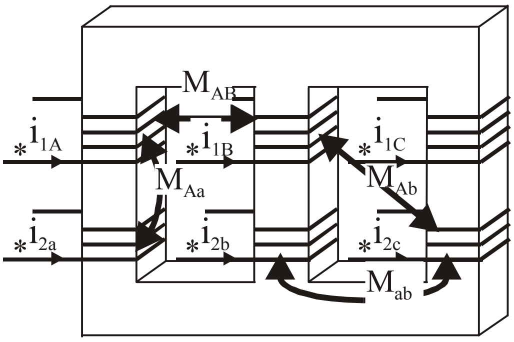
Aux fuites près, la somme des flux dans les trois colonnes est nécessairement nulle $(\varphi_A + \varphi_B + \varphi_C = 0)$; même si $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} \neq 0$ ou $i_{2a} + i_{2b} + i_{2c} \neq 0$.

Ce type de transformateurs est dit « **à flux liés** ».

Pour le transformateur de la figure 2, nous raisonnerons donc comme s’il s’agissait du transformateur de la figure 1.

([1]) Un modèle est toujours une représentation simplifiée de la réalité. La prise en compte de l’inégalité des réluctances conduirait à une modélisation trop compliquée.

1.2 Inductances et flux



- Nous allons maintenant préciser les relations entre les flux totaux ϕ dans les différents bobinages et les courants qui les engendrent.

Les hypothèses précédentes sont maintenues:
- circuit magnétique linéaire
- l'identité des réluctances des trois colonnes (bien que le transformateur soit « à plat », on raisonne comme s'il était « en étoile » (voir fig 1 ci-dessus)).

Les différents bobinages sont repérés par l'indice de leur courant (1A, 1B, 1C, 2a, 2b et 2c). (**Indice « 1 » et majuscule pour les primaires ; indice « 2 » et minuscule pour les secondaires**)

Compléter l'équation matricielle des flux totaux dans les bobinages primaires:

On remarquera que les bobinages 1A, 1B et 1C ont le même nombre de spires et qu'ils « voient » le même circuit magnétique équivalent. Par conséquent: $L_A = L_B = L_C$ *et de même* $M_{AB} = M_{BC} = M_{CA}$ *etc...*

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{1B} \\ \phi_{1C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AB} \\ M_{AB} & . & . \\ M_{AB} & . & . \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab} \\ . & M_{Aa} & . \\ . & . & . \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix}$$

Et compléter l'équation matricielle des flux dans les bobinages secondaires:

$$\begin{pmatrix} \phi_{2a} \\ \phi_{2b} \\ \phi_{2c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ab} \\ M_{ab} & . & . \\ M_{ab} & . & . \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab} \\ . & M_{Aa} & . \\ . & . & . \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix}$$

(Réponse 3:)

Pour la colonne « A » , on peut donc écrire:

$$\phi_{1A} = L_A.i_{1A} + M_{AB}.(i_{1B} + i_{1C}) + M_{Aa}.i_{2a} + M_{Ab}.(i_{2b} + i_{2c})$$

$$et \ \phi_{2a} = L_a.i_{2a} + M_{ab}.(i_{2b} + i_{2c}) + M_{Aa}.i_{1A} + M_{Ab}.(i_{1B} + i_{1C})$$

1.3 Modèle monophasé de chaque colonne.

Nous allons maintenant montrer que lorsque $\boldsymbol{i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0}$ et $\boldsymbol{i_{2a} + i_{2b} + i_{2c} = 0}$, chaque colonne du transformateur triphasé se comporte comme un transformateur monophasé.

Exprimer les flux totaux ϕ_{1A} et ϕ_{2a} dans la colonne « A » avec ces hypothèses.

L'expression $L_A - M_{AB}$ est appelée inductance propre **cyclique** du primaire (On la notera « L_{C1} »).

L'expression $M_{Aa} - M_{Ab}$ sera notée « M » et $L_a - M_{ab}$ sera noté « L_{C2} ».

Compléter l'équation matricielle suivante: (Réponse 4:)

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . & . \\ . & . \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \end{pmatrix}$$

Cette expression matricielle est de même type que celle qui a été obtenue pour un transformateur monophasé. (On peut faire la même chose pour la colonne « B » ou la colonne « C ».

Donc, lorsque $\boldsymbol{i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0}$ et $\boldsymbol{i_{2a} + i_{2b} + i_{2c} = 0}$, chaque colonne du transformateur triphasé se comporte comme un transformateur monophasé. *(C'est une condition suffisante mais pas nécessaire (2)).*

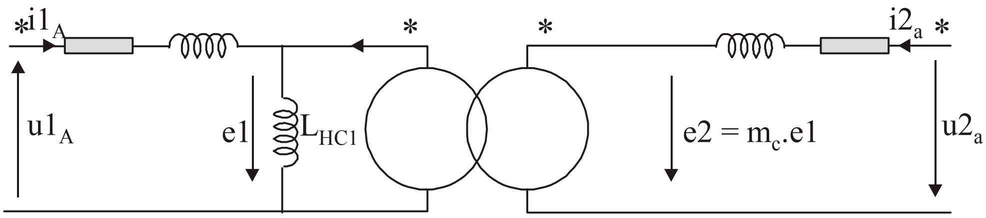
A partir de la matrice inductance de chaque colonne, on peut appliquer la démarche décrite pour le transformateur monophasé :

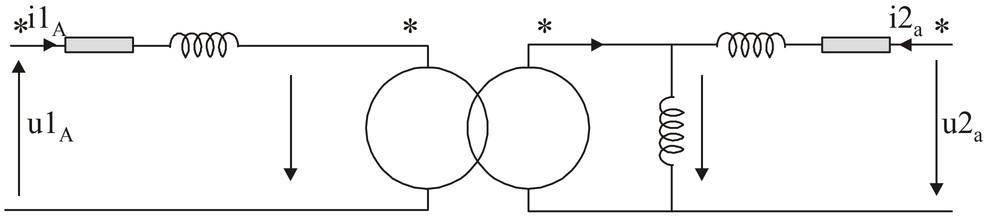
Les inductances propres sont décomposées en inductances principales et inductances de fuite :

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{C1} & M \\ M & L_{C2} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{fA} + L_{HC1} & M \\ M & L_{fa} + L_{Hc2} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \end{pmatrix}$$

(2) Pour trouver les conditions nécessaires, il faut faire appel à la théorie des « composantes symétriques » non abordée ici.

Ce qui conduit aux schémas du modèle du transformateur monophasé obtenus dans le chapitre précédent :

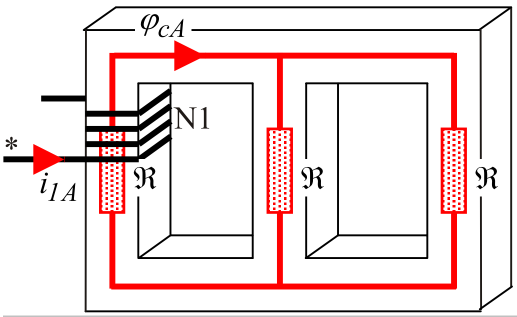




Compléter les figures en indiquant le nom de chaque paramètre. Préciser les valeurs du rapport de transformation par colonne « m_c ».
(Réponse 5:)

1.4 Calcul des inductances

Les différentes inductances peuvent être calculées à partir de la réluctance de chaque colonne:



Si seul le courant i_{1A} n'est pas nul, le flux qui passe dans une spire du bobinage 1A ci-contre se décompose en un flux φ_{cA} (qui prend en compte les lignes de champ qui rebouclent intégralement dans le circuit magnétique) et un flux φ_{fA} (qui prend en compte les autres lignes de champ) [3].

Sachant que ce bobinage a N_1 spires, exprimer φ_{cA} en fonction de $N_1.i_{1A}$ et de la réluctance $\Re$ de chaque colonne du circuit magnétique.

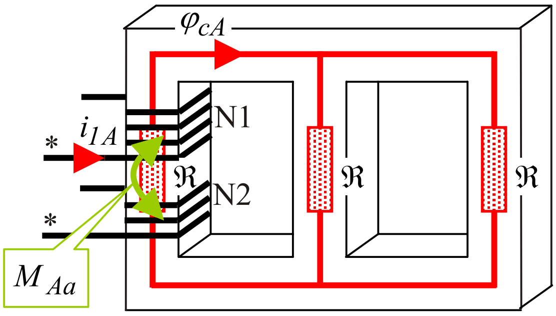
Le flux total ϕ_{1A} dans ce bobinage se décompose en un flux $N_1.\varphi_{cA}$ et un flux dit « de fuite ».

$\Rightarrow \phi_{1A} = L_A.i_{1A} = N_1.\varphi_{cA} + \phi_{f1A} = L_{HA}.i_{1A} + L_{fA}.i_{1A}$.

Donc $N_1.\varphi_{cA} = L_{HA}.i_{1A}$.

En déduire L_{HA} en fonction de N_1 et $\Re$.
(Réponse 6:)

(3) Dans un circuit magnétique usuel: $\varphi_{cA} >> \varphi_{fA}$



Considérons maintenant les deux bobinages de la colonne « A » du transformateur ci-contre lorsque $i_{1A} \neq 0$ et $i_{2a} = 0$.
On suppose que seul le flux φ_{cA} traverse les N_2 spires.

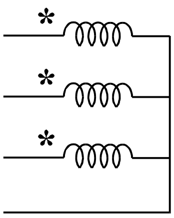
En déduire l'inductance mutuelle M_{Aa} dans cette hypothèse en fonction de N_1, N_2 et $\Re$.

Procéder de même façon pour établir les expressions de L_{Ha}, M_{AB}, M_{Ab} et M_{ab}

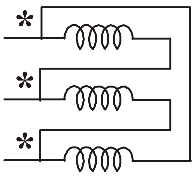
En déduire les expressions de l'inductance principale **cyclique** du primaire $L_{HC1} = L_{HA} - M_{AB}$, de M et de L_{HC2}.
(Réponse 7:)

1.5 Couplages

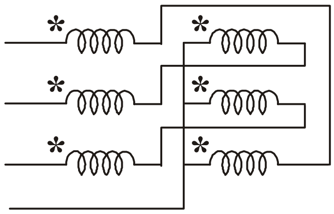
- Les bobinages primaires et les bobinages secondaires des transformateurs triphasés peuvent être couplés de trois manières différentes:



Couplage étoile symbolisé par la lettre Y ou y



Couplage triangle symbolisé par la lettre Δ, D ou d



Couplage zigzag. Les bobinages secondaires sont divisés en deux demi-bobinages. Ce couplage est symbolisé par la lettre Z ou z.

Les couplages du primaire et du secondaire ne sont pas nécessairement identiques. On choisit ceux-ci en fonction de l'importance des déséquilibres des courants et de la nécessité ou non d'un neutre.

Ces différences de couplages entre le primaire et le secondaire entraînent des déphasages entre les tensions primaires et secondaires.
Si celles-ci sont sans importance pour un transformateur fonctionnant isolément, on doit les prendre en compte lors de la mise en parallèle de deux transformateurs.

- L'étude de ces déphasages en régime de tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées montre que ceux-ci sont des multiples entiers de $\frac{\pi}{6}$. Aussi l'usage est-il de décrire ceux-ci par un « **indice horaire** » (par analogie avec le cadrant d'une horloge).

L'indice horaire est un entier n tel que $0 \leq n \leq 11$:

Le déphasage d'une tension ligne secondaire par rapport à la tension ligne de même nom au primaire est de $n.\frac{\pi}{6}$ en considérant ce déphasage dans le sens horaire (et non pas dans le sens trigonométrique).

- Pour l'étude des couplages des transformateurs triphasés, **<u>on se limitera aux cas où chaque colonne peut être considérée comme un transformateur monophasé</u>**.

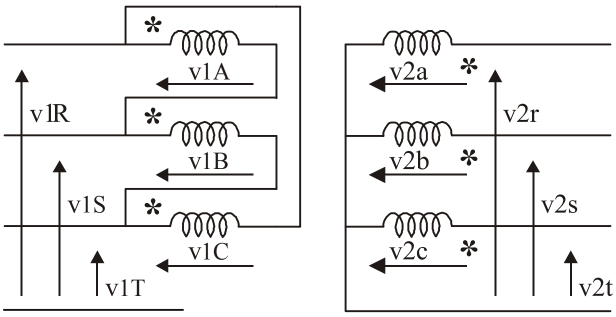
Ces transformateurs monophasés seront modélisés par un **<u>transformateur idéal</u>** de rapport de transformation « m_c ».

Cette étude n'est pas très compliquée si on l'aborde de façon méthodique:

- Disposer d'un schéma clair faisant apparaître les points de polarité.
- Faire figurer sur ce schéma les dénominations des différentes tensions (tensions de ligne et tensions aux bornes des enroulements au primaire et au secondaire).
  (Dans ce document, nous avons adopté les indices R, S et T pour les lignes et les indices A, B et C pour les bobinages du transformateur).
- Utiliser le calcul complexe ou les vecteurs de Fresnel pour passer progressivement des tensions ligne du primaire à celles du secondaire.

- **Exemple d'étude de couplage:**

Le transformateur suivant est alimenté par un réseau de trois tensions (v_{1R}, v_{1S} et v_{1T}) triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées de sens direct.

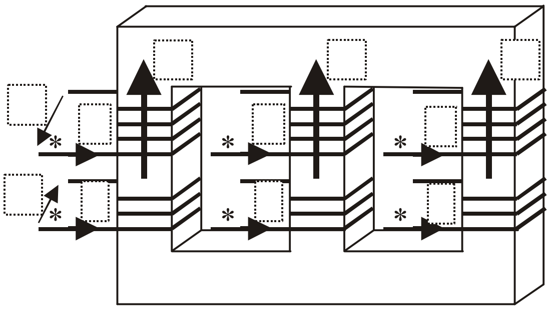


Déterminer le rapport de transformation complexe entre phases $\underline{m} = \frac{\underline{V_{2r}}}{\underline{V_{1R}}}$ et l'indice horaire de ce transformateur.

Le rapport de transformation d'une colonne est noté $m_c = \frac{-V_{2a}}{V_{1A}}$.

(Réponse 8:)

2 CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE



1) Ce cours sur le transformateur triphasé fait avant tout appel à des notations rigoureuses de façon à manipuler les multiples paramètres sans tout mélanger.

Restituer son nom à chaque paramètre su schéma ci-contre.

(Réponse 9:)

2) Quelle est la relation entre les flux φ_A, φ_B et φ_C dans un transformateur triphasé à trois colonnes si on néglige les fuites ?

3) Dans un transformateur triphasé à « flux liés » (trois colonnes à plat) les réluctances des trois colonnes ne sont pas identiques (les colonnes extérieures ont une réluctance plus élevée que la colonne centrale). Pourquoi les avons-nous considérées égales malgré tout ?

4) Pour simplifier l'expression des flux en fonction des courants, nous avons introduit la notion « d'inductance cyclique ».
L'inductance cyclique n'est définie que si deux conditions sont vérifiées : La première est l'égalité des inductances mutuelles ($M_{AB} = M_{BC} = M_{AC}$ et $M_{ab} = M_{bc} = M_{ac}$). Quelle est la seconde condition ?

5) Nous avons établi une condition suffisante (mais pas nécessaire) pour qu'un transformateur triphasé se comporte comme trois transformateurs monophasés. Quelle est cette condition ?

6) Pour calculer les couplages, nous avons modélisé chaque colonne du transformateur triphasé comme un transformateur monophasé. Quel modèle du transformateur monophasé avons-nous adopté ?

7) Qu'est-ce qu'un couplage « zigzag » ?

8) Que désigne le « rapport de transformation par colonne : m_c » ? Que désigne le « rapport de transformation complexe : $\underline{m}$ » ?

9) Qu'est-ce que « l'indice horaire » ?

10) Quelles sont les étapes à effectuer pour déterminer l'indice horaire ou le rapport de transformation complexe d'un transformateur triphasé ?

3 PROBLEMES ET EXERCICES.

Chap 7. Exercice 1 : Montage triphasé avec trois transformateurs monophasés

Avec trois transformateurs monophasés identiques 10000 V / 224 V, on constitue une association triphasée équilibrée destinée à alimenter un four triphasé.

Afin de simplifier l'étude, on négligera les résistances et les réactances de fuite des bobinages, ainsi que les réactances de magnétisation (inductances principales) et les pertes fer des transformateurs.

Les trois primaires sont couplés en triangles. Ils sont alimentés par une distribution triphasée alternative sinusoïdale équilibrée de sens direct de valeur efficace 10 000 V *(entre phases)* . La tension simple de la phase N°1 sera prise comme origine des phases; On posera:

$$v_{1R}(t) = \frac{10000.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\cos(\omega.t).$$

Les trois secondaires sont couplés en étoile.

On alimente avec cette association un four triphasé équilibré constitué de trois résistances montées en triangle. Le four consomme alors une puissance active de 336 kW.

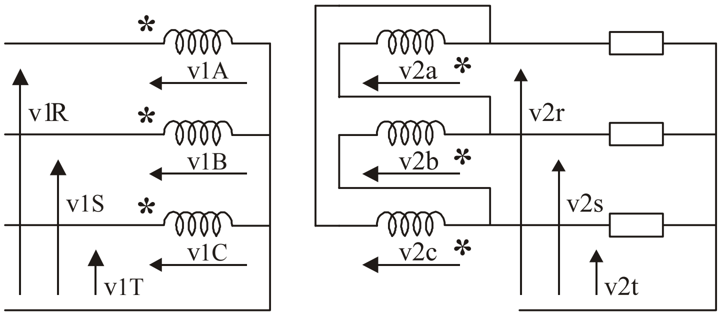
a) Représenter le schéma de l'ensemble, et calculer les complexes associés des différents courants (dans les résistances du four, dans les enroulements secondaires, dans les fils de lignes alimentant les transformateurs). En déduire l'expression du courant $i_{1R}(t)$ dans la phase « R » de la ligne d'alimentation de l'ensemble. ([4])

b) Même question que **a)** si l'on suppose que l'une des trois résistances du four est accidentellement supprimée.

([4]) Méthode : Tensions ligne primaire → tensions aux bornes des bobinages primaires → tensions aux bornes des bobinages secondaires (transformateurs idéaux) → tensions ligne secondaire → courants dans les résistances de la charge → courants de ligne secondaire → courants dans les bobinages secondaires → courants dans les bobinages primaires (transformateurs idéaux) → courants de ligne primaire.

Chap 7. Exercice 2 : Couplage d'un transformateur triphasé.

Soit le transformateur triphasé suivant alimenté par un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré $(v_{1R}(t), v_{1S}(t), v_{1T}(t))$ de sens direct.
Ce transformateur est chargé par trois impédances identiques montées en étoile.



Chaque colonne de ce transformateur se comporte comme un transformateur monophasé idéal de rapport de transformation:

$$m_c = \frac{\text{- tension aux bornes d'un enroulement secondaire}}{\text{tension aux bornes d'un enroulement primaire}} = \frac{-v2a}{v1A}.$$

En prenant V1R = V, exprimer les complexes associés à toutes les tensions représentées sur le schéma ci-dessus.

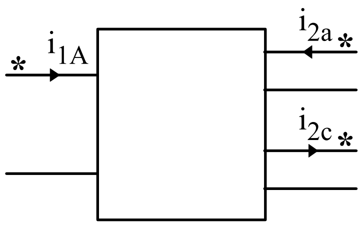
En déduire le rapport de transformation complexe entre tensions primaires et secondaires (indicées par la même lettre), ainsi que l'indice horaire.

Chap 7. Exercice 3 : Flux et courants dans un transformateur triphasé étoile zig-zag.

L'objectif de cet exercice est de déterminer une condition suffisante pour que chaque colonne d'un transformateur triphasé Yz se comporte comme un transformateur monophasé.
Cet exercice met l'accent sur les notions d'inductances propres et mutuelles.

a) Matrice inductance d'un transformateur monophasé à deux secondaires identiques.

Un transformateur monophasé comporte un bobinage primaire (noté « 1A »), et deux bobinages secondaires identiques (notés « 2a » et « 2c »). (Les notations sont choisies pour être cohérentes avec la seconde partie).



Soient ϕ_{1A} , ϕ_{2a} , ϕ'_{2a} les flux totaux dans le bobinage 1A, 2a et 2c (la normale aux spires étant de sens cohérent avec « * »).

Par convention, les inductances mutuelles sont exprimées avec des flux et des courants cohérents avec les bornes « * ».

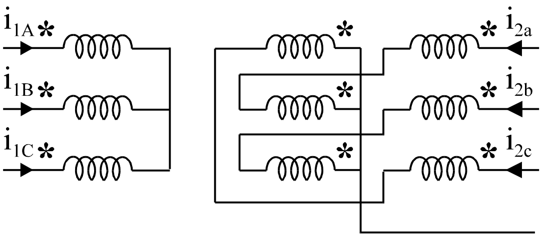
Les notations sont les suivantes:

L_1 : inductance propre du bobinage 1A.
L_2 : inductance propre d'un bobinage 2a ou 2c.
M_{12} : inductance mutuelle entre le bobinage primaire et l'un des bobinages secondaires.
M_{22} : inductance mutuelle entre les deux bobinages secondaires.

Compléter l'équation suivante:

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \\ \phi'_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \\ -i_{2c} \end{pmatrix}$$

b) Transformateur triphasé Yz



Le transformateur triphasé ci-dessus est supposé de structure symétrique de sorte qu'on puisse écrire les équations matricielles suivantes *(à compléter)* :

$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{1B} \\ \phi_{1C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AB} \\ M_{AB} & L_A & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & . \\ M_{Ab} & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & M_{Ab} & . \\ M_{Ab} & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_{2c} \\ -i_{2a} \\ -i_{2b} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{2a} \\ \phi_{2b} \\ \phi_{2c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ab} \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{aa} & M_{ab} & . \\ M_{ab} & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_{2c} \\ -i_{2a} \\ -i_{2b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{Aa} & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \phi'_{2a} \\ \phi'_{2b} \\ \phi'_{2c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ab} \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_{2c} \\ -i_{2a} \\ -i_{2b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{aa} & M_{ab} & . \\ M_{ab} & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{pmatrix}$$

Dans l'hypothèse $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$, exprimer:

ϕ_{1A} en fonction de i_{1A} *et* $\left(i_{2a} - i_{2c}\right)$.

ϕ_{2a} en fonction de i_{1A} , i_{2a} *et* $- i_{2c}$.

ϕ'_{2a} en fonction de i_{1A} , i_{2a} *et* $- i_{2c}$.

Compléter l'équation suivante:

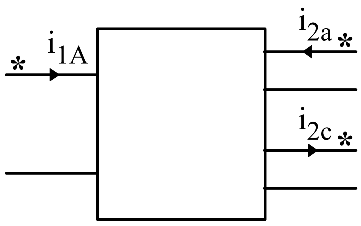
$$\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \\ \phi'_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \\ -i_{2c} \end{pmatrix}$$

En déduire que si $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$, chaque colonne du transformateur triphasé Yz se comporte comme un transformateur monophasé.

Chap 7. Exercice 4 : Couplage Yz d'un transformateur triphasé.

a) Transformateur monophasé à 2 secondaires en régime linéaire.

Un transformateur monophasé comporte un bobinage primaire (noté « 1A ») de N1 spires, et deux bobinages secondaires identiques (notés « 2a » et « 2c ») de N2 spires chacun. (Les notations sont choisies pour être cohérentes avec la seconde partie).



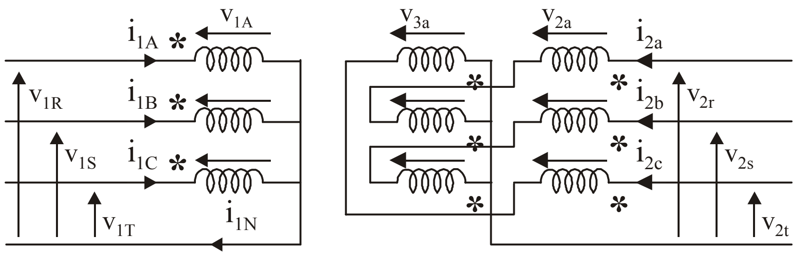
Exprimer le flux commun φc dans son circuit magnétique en fonction de N1, N2, i_{1A}, i_{2a}, i_{2c} et de la réluctance $\Re$ de son circuit magnétique.

Etablir la relation entre i_{1A}, i_{2a}, i_{2c} en considérant le transformateur idéal. Préciser les hypothèses nécessaires à cette modélisation.

b) Transformateur triphasé Yz en régime alternatif sinusoïdal.

Chaque colonne du transformateur triphasé ci-dessous est considérée comme un transformateur monophasé idéal tel que $\frac{v_{2a}}{v_{1A}} = \frac{v_{3a}}{v_{1A}} = -\,m_c$.

En respectant les notations du schéma , exprimer $\begin{pmatrix} \underline{V_{2r}} \\ \underline{V_{2s}} \\ \underline{V_{2t}} \end{pmatrix}$ sachant que $\begin{pmatrix} \underline{V_{1R}} \\ \underline{V_{1S}} \\ \underline{V_{1T}} \end{pmatrix} = V.\begin{pmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{pmatrix}$.



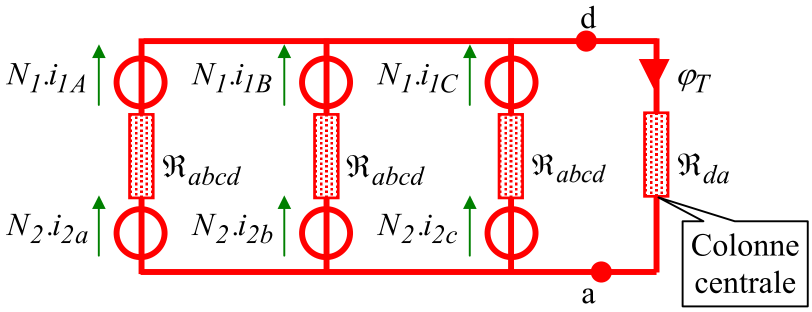
En déduire le rapport de transformation complexe $\underline{m} = \frac{\underline{V_{2r}}}{\underline{V_{1R}}}$ et l'indice horaire de ce transformateur.

Exprimer $\begin{pmatrix} \underline{I_{1A}} \\ \underline{I_{1B}} \\ \underline{I_{1C}} \end{pmatrix}$ en fonction de $\begin{pmatrix} \underline{I_{2a}} \\ \underline{I_{2b}} \\ \underline{I_{2c}} \end{pmatrix}$. En déduire la valeur de $\underline{I_{1N}}$.

Remarque: les courants i_{2a}, i_{2b} et i_{2c} ne sont pas nécessairement équilibrés.

4 REPONSES DU CHAPITRE TRANSFORMATEUR TRIPHASE.

Réponse 1:



Retour

Réponse 2:
On peut appliquer le théorème de Norton au schéma précédent:

Réluctance équivalente au dipôle ad: $\frac{\Re_{abcd}}{3}$.

Courant (ou flux) « de court-circuit » du dipôle ad: $\frac{N1.(i_{1A}+i_{1B}+i_{1C})+N2.(i_{2a}+i_{2b}+i_{2c})}{\Re_{abcd}}$.

On en déduit par la formule du « pont diviseur de courant » :

$$\varphi_T = \frac{\frac{N1.(i_{1A}+i_{1B}+i_{1C})+N2.(i_{2a}+i_{2b}+i_{2c})}{\Re_{abcd}} \cdot \frac{\Re_{abcd}}{3}}{\frac{\Re_{abcd}}{3}+\Re_{da}}$$

$$\Leftrightarrow \varphi_T = \frac{N1.(i_{1A}+i_{1B}+i_{1C})+N2.(i_{2a}+i_{2b}+i_{2c})}{\Re_{abcd}+3\,.\,\Re_{da}}$$

Si $i_{1A}+i_{1B}+i_{1C}=0 \;\; et \;\; i_{2a}+i_{2b}+i_{2c}=0 \;\Rightarrow\; \varphi_T=0$.

On peut obtenir le même résultat en utilisant le théorème de Millman Retour

Réponse 3:

$$\begin{pmatrix}\phi_{1A}\\ \phi_{1B}\\ \phi_{1C}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}L_A & M_{AB} & M_{AB}\\ M_{AB} & L_A & M_{AB}\\ M_{AB} & M_{AB} & L_A\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}i_{1A}\\ i_{1B}\\ i_{1C}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab}\\ M_{Ab} & M_{Aa} & M_{Ab}\\ M_{Ab} & M_{Ab} & M_{Aa}\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}i_{2a}\\ i_{2b}\\ i_{2c}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\phi_{2a}\\ \phi_{2b}\\ \phi_{2c}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}L_a & M_{ab} & M_{ab}\\ M_{ab} & L_a & M_{ab}\\ M_{ab} & M_{ab} & La\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}i_{2a}\\ i_{2b}\\ i_{2c}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ab}\\ M_{Ab} & M_{Aa} & M_{Ab}\\ M_{Ab} & M_{Ab} & M_{Aa}\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}i_{1A}\\ i_{1B}\\ i_{1C}\end{pmatrix}$$

Retour

Réponse 4:

$\phi_{1A} = L_A.i_{1A} + M_{AB}.(i_{1B} + i_{1C}) + M_{Aa}.i_{2a} + M_{Ab}.(i_{2b} + i_{2c})$ et

$\phi_{2a} = L_a.i_{2a} + M_{ab}.(i_{2b} + i_{2c}) + M_{Aa}.i_{1A} + M_{Ab}.(i_{1B} + i_{1C})$.

Si $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$ et $i_{2a} + i_{2b} + i_{2c} = 0$, on en déduit :

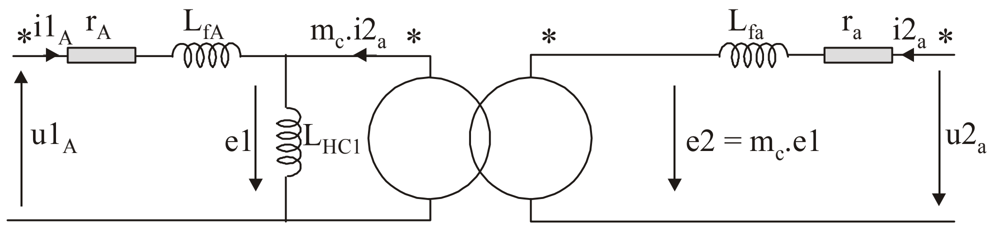
$$\phi_{1A} = L_A.i_{1A} - M_{AB}.i_{1A} + M_{Aa}.i_{2a} - M_{Ab}.i_{2a} = \underbrace{(L_A - M_{AB})}_{L_{C1}}.i_{1A} + \underbrace{(M_{Aa} - M_{Ab})}_{M}.i_{2a}$$

et de même : $\phi_{2a} = \underbrace{(L_a - M_{ab})}_{L_{C2}}.i_{2a} + \underbrace{(M_{Aa} - M_{Ab})}_{M}.i_{1A}$

D'où l'équation matricielle : $\begin{pmatrix} \phi_{1A} \\ \phi_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{C1} & M \\ M & L_{C2} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} i_{1A} \\ i_{2a} \end{pmatrix}$

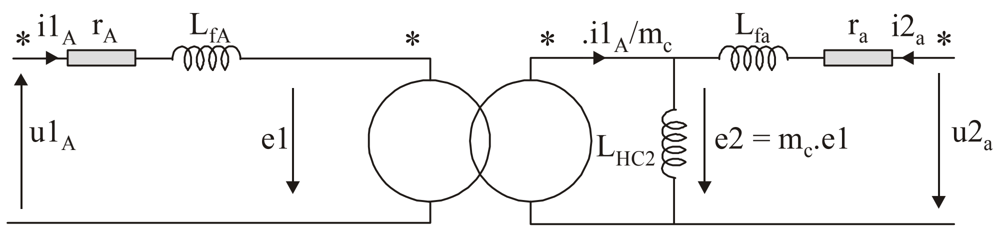
[Retour](#)

Réponse 5:



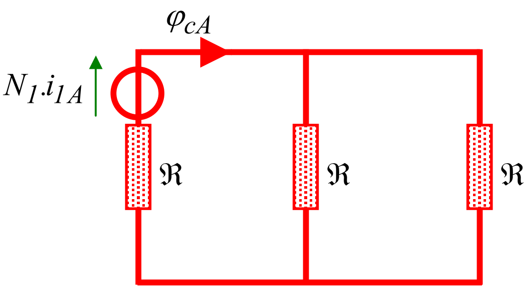
avec le rapport de transformation par colonne : $m_c = \sqrt{\dfrac{L_{HC2}}{L_{HC1}}}$.

(On montrera au paragraphe suivant que si le flux de fuite est faible par rapport au flux principal : $m_c = \sqrt{\dfrac{L_{HC2}}{L_{HC1}}} \approx \dfrac{N2}{N1}$)



[Retour](#)

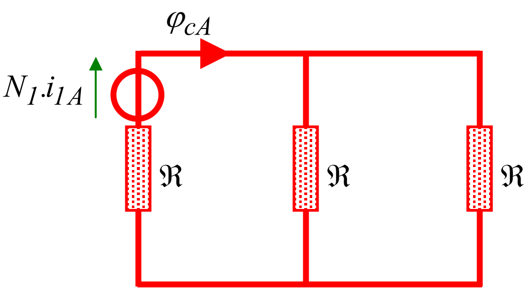
Réponse 6:



$$\varphi_{cA} = \frac{N1.i_{1A}}{\frac{3}{2}.\Re} \Rightarrow L_{HA} = \frac{N1.\varphi_{cA}}{i_{1A}} = \frac{2.N1^2}{3\Re}$$

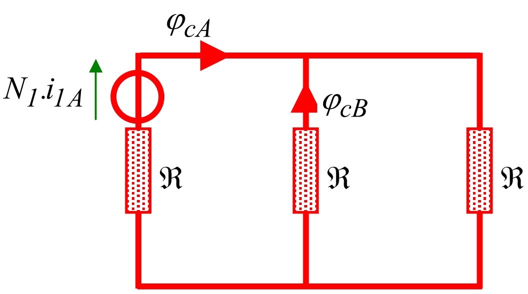
Retour

Réponse 7:



$$\varphi_{cA} = \frac{N1.i_{1A}}{\frac{3}{2}.\Re} \Rightarrow M_{Aa} = \frac{N2.\varphi_{cA}}{i_{1A}} = \frac{2.N1.N2}{3\Re}$$

En procédant de la même façon pour le bobinage 2a, on obtient $L_{Ha} = \frac{N2.\varphi_{ca}}{i_{2a}} = \frac{2.N2^2}{3\Re}$. (même méthode que pour L_{HA} en permutant les indices « 1 » et « 2 » et les majuscules avec les minuscules)



$$\varphi_{cB} = -\frac{\varphi_{cA}}{2} = \frac{N1.i_{1A}}{3.\Re} \Rightarrow M_{AB} = \frac{N1.\varphi_{cB}}{i_{1A}} = -\frac{N1^2}{3\Re}$$

$$M_{Ab} = \frac{N2.\varphi_{cB}}{i_{1A}} = -\frac{N1.N2}{3\Re}$$

En procédant de la même façon pour le bobinage 2b, on obtient $M_{ab} = -\frac{N2^2}{3\Re}$.

On en déduit:

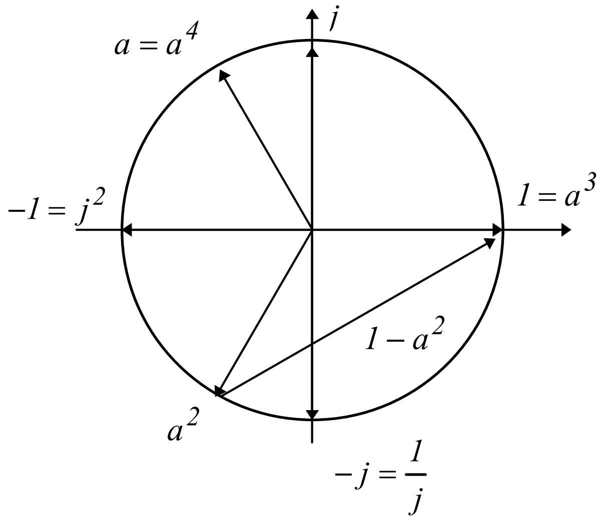
$$L_{HC1} = L_{HA} - M_{AB} = \frac{N1^2}{\Re} \; ; \; L_{HC2} = L_{Ha} - M_{ab} = \frac{N2^2}{\Re} \; ; \; M = M_{Aa} - M_{Ab} = \frac{N1.N2}{\Re}$$

D'où l'expression du rapport de transformation par colonne: $m_c = \sqrt{\frac{L_{Hc2}}{L_{HC1}}} = \frac{N2}{N1}$.

Retour

Réponse 8:
Nous allons effectuer cette détermination par les complexes. On peut également l'obtenir par un diagramme de Fresnel *(voir la fin de la réponse)*.

Notons « a » l'opérateur complexe $a = 1.e^{j.2\pi/3}$.



La figure ci-contre représente l'image de quelques complexes remarquables.

On constate graphiquement que $1 + a + a^2 = 0$ et que $1 - a^2 = \sqrt{3}.e^{j\pi/6}$.

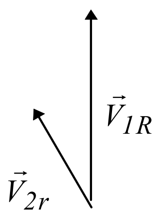
Prenons $\underline{V_{1R}} = V$ (origine des phases)

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{V_{1R}} \\ \underline{V_{1S}} \\ \underline{V_{1T}} \end{pmatrix} = V.\begin{pmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{V_{1A}} \\ \underline{V_{1B}} \\ \underline{V_{1C}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{V_{1R}} - \underline{V_{1S}} \\ \underline{V_{1S}} - \underline{V_{1T}} \\ \underline{V_{1T}} - \underline{V_{1R}} \end{pmatrix} = V.\begin{pmatrix} 1 - a^2 \\ a^2 - a \\ a - 1 \end{pmatrix} = V.\sqrt{3}.e^{j\pi/6}\begin{pmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{pmatrix}$$

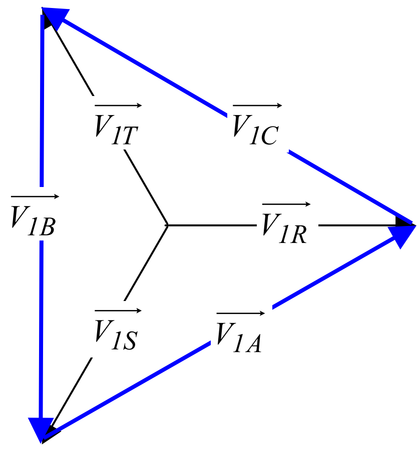
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{V_{2a}} \\ \underline{V_{2b}} \\ \underline{V_{2c}} \end{pmatrix} = -m_c.\begin{pmatrix} \underline{V_{1A}} \\ \underline{V_{1B}} \\ \underline{V_{1C}} \end{pmatrix} = -m_c.V.\sqrt{3}.e^{j\pi/6}\begin{pmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \underline{V_{2r}} \\ \underline{V_{2s}} \\ \underline{V_{2t}} \end{pmatrix}$$

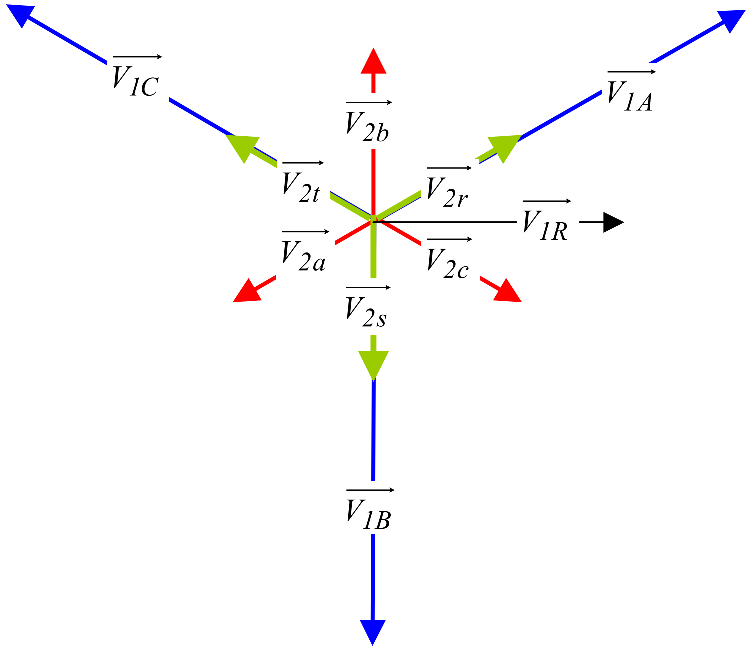
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{V_{2r}} \\ \underline{V_{2s}} \\ \underline{V_{2t}} \end{pmatrix} = m_c.\sqrt{3}.e^{j\pi/6}.\left[V\begin{pmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{pmatrix}\right] = \underbrace{m_c.\sqrt{3}.e^{j\pi/6}}_{\underline{m}}.\begin{pmatrix} \underline{V_{1R}} \\ \underline{V_{1S}} \\ \underline{V_{1T}} \end{pmatrix}$$



$\vec{V}_{2r}$ est déphasé de $11\frac{\pi}{6}$ par rapport à $\vec{V}_{1R}$ dans le sens horaire. Son indice horaire est 11.

Le transformateur est donc couplé en Dy11 et son rapport de transformation complexe est $\underline{m} = m_c.\sqrt{3}.e^{j\pi/6}$.





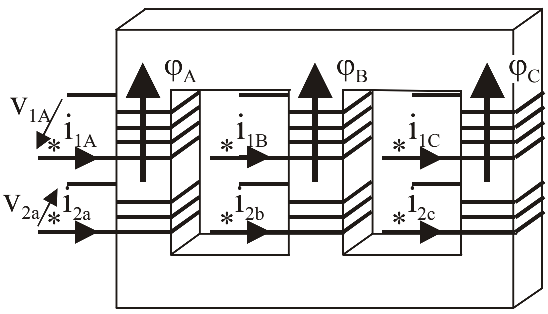
On obtient le même résultat avec les vecteurs de Fresnel ou les complexes :

$\overrightarrow{V_{2r}}$ est déphasé de $11.\frac{\pi}{6}$ dans le sens horaire par rapport à $\overrightarrow{V_{1R}}$ (indice horaire : 11)

$$\left\|\overrightarrow{V_{1A}}\right\| = \sqrt{3}\,.\left\|\overrightarrow{V_{1R}}\right\| \;;\; \left\|\overrightarrow{V_{2a}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{2r}}\right\| = m_c\,.\left\|\overrightarrow{V_{1A}}\right\| \;\Rightarrow \left\|\overrightarrow{V_{2r}}\right\| = m_c.\sqrt{3}\,.\left\|\overrightarrow{V_{1R}}\right\|$$

Retour

Réponse 9:



Retour