

# ELECTROTECHNIQUE

Électromagnétisme

---

Michel PIOU

---

## Chapitre 6

### Le transformateur monophasé

Édition 01/06/2010

Extrait de la ressource en ligne *MagnElecPro* sur le site Internet [iutenligne.net](http://iutenligne.net)

## Table des matières

1. POURQUOI ET COMMENT ?.....	1
2. INTRODUCTION .....	2
2.1 Constitution et symboles du transformateur monophasé .....	2
2.2 Modélisation du transformateur monophasé.....	2
3. TRANSFORMATEUR MONOPHASE IDEAL (OU PARFAIT) .....	3
3.1 Bornes « * ».....	3
3.2 Modèle du transformateur monophasé idéal.....	3
3.3 Exemples de choix des orientations:.....	5
4. TRANSFORMATEUR MONOPHASE EN MODELISATION LINEAIRE.....	6
4.1 Rappel des hypothèses.....	7
4.2 Bobinages couplés magnétiquement.....	7
4.3 Modélisation linéaire du transformateur monophasé.....	8
4.4 Valeur des éléments du modèle linéaire du transformateur monophasé.....	12
4.5 Schéma équivalent « ramené au primaire » et schéma équivalent « ramené au secondaire ».....	16
5. TRANSFORMATEUR MONOPHASE EN REGIME ALTERNATIF SINUSOÏDAL. MODELES ET MESURES.....	19
5.1 Les schémas qui modélisent le comportement du transformateur.....	19
5.2 Mesures des éléments du modèle.....	21
6. TRANSFORMATEURS SPECIAUX.....	24
6.1 Autotransformateur.....	24
6.2 Transformateur d'intensité.....	25
7. CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE .....	26
8. PROBLEMES ET EXERCICES.....	27
Chap 6. Exercice 1 : Transmission d'impulsions à travers un transformateur.....	27
Chap 6. Exercice 2 : Alimentation à découpage de type flyback.....	28
Chap 6. Exercice 3 : Alimentation à découpage de type forward.....	32
Chap 6. Exercice 4 : Inductances et transformateur.....	35
Chap 6. Exercice 5 : Alimentation à découpage flyback en démagnétisation incomplète.....	36
Chap 6. Exercice 6 : Transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal.....	39
Chap 6. Exercice 7 : Transformateur monophasé usuel en régime alternatif sinusoïdal.....	40
Chap 6. Exercice 8 : Transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal.....	41
Chap 6. Exercice 9 : Modèle d'un transformateur d'impulsion.....	43
9. REPONSES DU CHAPITRE TRANSFORMATEUR MONOPHASE.....	44

### **Copyright : droits et obligations des utilisateurs**

Ce document est extrait de la ressource *MagnElecPro* qui est disponible en version numérique sur le site Internet *IUT en ligne*

Je ne renonce pas à ma qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de mon document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document et de la ressource *MagnElecPro*, notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Tout ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou*, la référence à *MagnElecPro* et au site Internet *IUT en ligne*.

Michel PIOUS - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

## 1. POURQUOI ET COMMENT ?

Le transformateur monophasé est un composant important de l'électrotechnique et de l'électronique de puissance.

Il présente l'intérêt de réaliser l'isolation entre deux circuits tout en assurant la transmission de l'énergie électrique en régime variable.

De plus, si ses bobinages ont un nombre de spires différent, le transformateur réalisera une adaptation (élévation ou abaissement) des tensions ou des courants. En ce sens, on peut dire que le transformateur est "la boîte de vitesse de l'électricien".

### **Prérequis :**

La maîtrise des chapitres 1, 2, 4 et 5 est indispensable.

### **Objectifs :**

Ce cours sur le transformateur monophasé commence par une brève description technologique (§2).

Le §3 présente le modèle le plus simple du transformateur: « le modèle idéal ».

Le §4 présente des modèles associés à l'hypothèse linéaire (pas de saturation du fer,  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ).

Le §5 est plus orienté vers les mesures en régime alternatif sinusoïdal. Il est possible d'aborder ce paragraphe sans avoir vu le §4.

Ce chapitre constitue un premier pas vers l'étude des transformateurs triphasés puis vers les machines tournantes.

### **Méthode de travail :**

La notion de modèle constitue le cœur de cet exposé.

Un modèle est toujours une représentation simplifiée de la réalité.

Il est destiné à expliquer certains aspects du comportement d'un objet réel, mais compte tenu des hypothèses simplificatrices mises en jeu, il ne peut pas tout expliquer...

Pour utiliser un modèle sans risquer des conclusions aberrantes, il faut connaître ces hypothèses simplificatrices.

En fin de module, le paragraphe intitulé « ce que j'ai retenu de ce chapitre » permettra de vérifier individuellement que les connaissances essentielles ont bien été acquises.

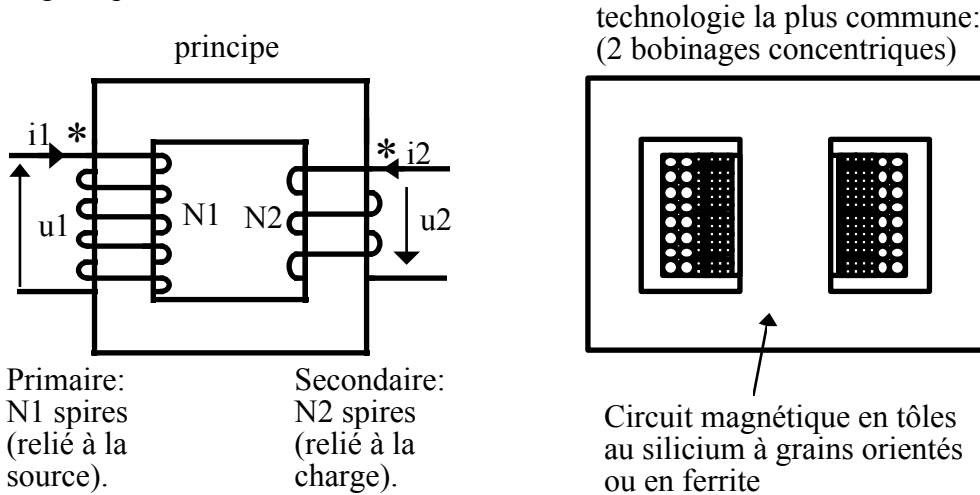
### **Travail en autonomie :**

Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

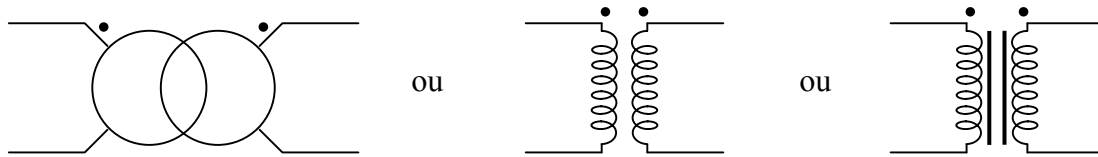
## 2. INTRODUCTION

### 2.1 Constitution et symboles du transformateur monophasé

Le transformateur monophasé est constitué de deux bobinages (ou plus) montés sur un circuit magnétique:



Symboles du transformateur monophasé :



### 2.2 Modélisation du transformateur monophasé

Dans le chapitre précédent, nous avons vu plusieurs modèles pour rendre compte du comportement d'une bobine:

- modélisation idéalisée (pas de saturation, pas de fuites, pas de résistance)
- modélisation à l'état saturé
- modélisation linéaire ( $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$  avec  $\mu = \text{cte}$ )
- modélisation prenant en compte les pertes fer dans le cas du régime alternatif sinusoïdal

Ces modèles rendent compte du comportement de la bobine de façon plus ou moins précise.

En général, plus le modèle est précis, plus il est complexe.

Les techniques de simulation informatique permettent dans de nombreux cas de se contenter en première approche (« à la main ») d'une modélisation assez simple.

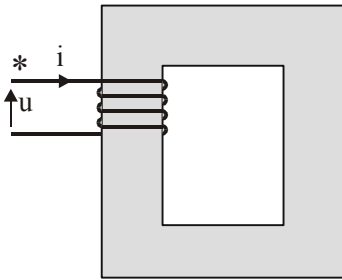
Cette modélisation doit permettre de dégager les grandes lignes du comportement de l'objet et de calculer un ordre de grandeur de la valeur des paramètres à choisir, avant de procéder à une étude plus fine par simulation.

Pour l'étude du transformateur monophasé, nous nous contenterons de deux niveaux de modélisation:

- **modélisation du transformateur idéal.**
- **modélisation linéaire** ( $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$  avec  $\mu = \text{cte}$ ).

### 3. TRANSFORMATEUR MONOPHASE IDEAL (OU PARFAIT)

#### 3.1 Bornes « \* »



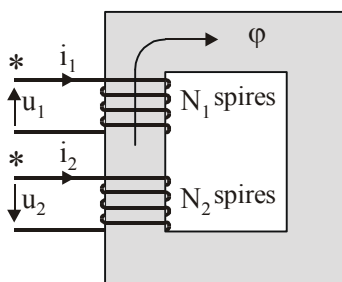
La borne « \* » est dite borne « entrante » ou borne « de polarité » du bobinage. Si un courant entre par cette borne, il crée un flux positif dans les spires (si les orientations sont cohérentes).

Sur le schéma ci-contre, représenter la normale aux spires cohérente avec la borne \* du bobinage.

Cette normale détermine le sens positif du flux.

(Réponse 1:)

#### 3.2 Modèle du transformateur monophasé idéal.

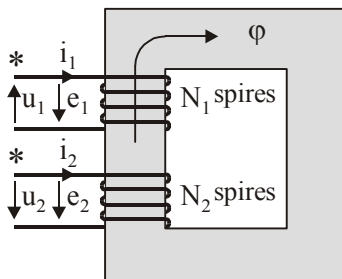


##### 3.2.1 Hypothèses

Considérons le transformateur monophasé ci-contre avec les orientations choisies. Le primaire de N1 spires est orienté en conventions récepteur. Le secondaire de N2 spires est orienté en conventions générateur.

Nous prendrons comme hypothèses:

- résistances des bobinages négligeables.
- fuites d'induction négligeables.



##### 3.2.2 Relation entre les tensions:

Nous pouvons appliquer la loi de Faraday aux deux bobinages:

$$u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) - e_1(t) = 0 + \frac{d\phi_1(t)}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$-u_2(t) = r_2 \cdot i_2(t) - e_2(t) = 0 + \frac{d\phi_2(t)}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = - \frac{N_2 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}}{N_1 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}} = - \frac{N_2}{N_1} = -m$$

Cette relation s'applique si le transformateur est « en charge » ( $i_1 \neq 0, i_2 \neq 0$ ) ou « à vide » ( $i_1 \neq 0, i_2 = 0$ )

Le rapport  $\frac{N_2}{N_1}$  est appelé **rapport de transformation**. Il est souvent désigné par la lettre "m".

### 3.2.3 Relation entre les courants:

En régime linéaire ( $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$  avec  $\mu = cte$ ), l'application du théorème d'Ampère à ce circuit nous donne à chaque instant:

$$N_1 \cdot i_1(t) + N_2 \cdot i_2(t) = H(t) \cdot \ell = \frac{B(t)}{\mu} \cdot \ell = \frac{\ell}{\mu \cdot S} \cdot \varphi(t) = \mathfrak{R} \cdot \varphi(t) \quad (1)$$

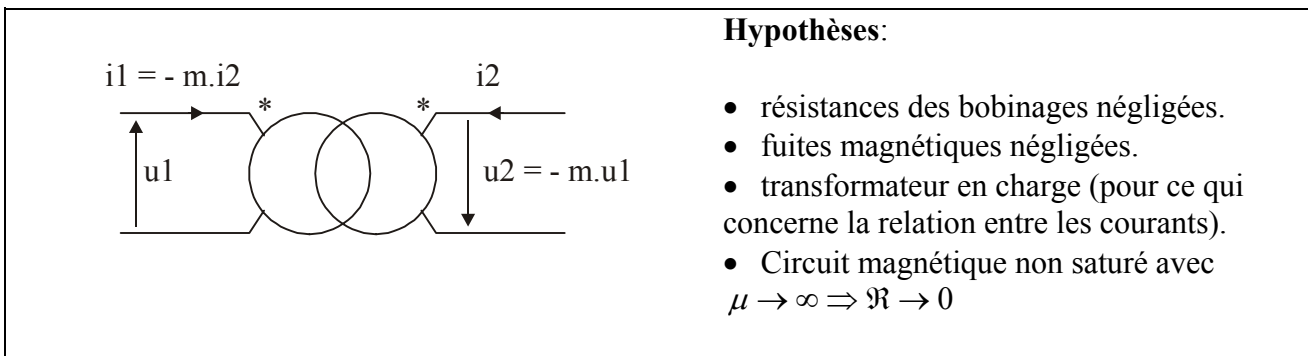
Si  $|N_1 \cdot i_1(t)|$  et  $|N_2 \cdot i_2(t)|$  sont grands par rapport à  $|H(t) \cdot \ell| = |\mathfrak{R} \cdot \varphi(t)| \Rightarrow N_1 \cdot i_1(t) \approx - N_2 \cdot i_2(t)$

ou 
$$i_1(t) \approx - \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2(t) = - m \cdot i_2(t)$$

Cela suppose un fonctionnement "en charge" ( $i_1 \neq 0$  et  $i_2 \neq 0$ ) et  $\mathfrak{R}$  faible. (ce qui suppose une valeur de  $\mu$  élevée et donc un circuit magnétique non saturé).

### 3.2.4 Modèle idéal.

Le modèle idéalisé du transformateur monophasé est donc le suivant:



Dans ce modèle, la puissance instantanée est conservée [ $u_1(t) \cdot i_1(t) = u_2(t) \cdot i_2(t)$ ].

Les pertes Joule dans les bobinages et les pertes fer dans le circuit magnétique ne sont donc pas prises en compte.

Ce modèle du transformateur est appelé « transformateur idéal » ou « transformateur parfait ». Il permet d'analyser sommairement le comportement d'un transformateur réel.

*Il est important de connaître ce modèle ainsi que les hypothèses qui l'accompagnent.*

(<sup>1</sup>)  $\ell$  : longueur de la fibre moyenne.  
 $\mu$  : perméabilité magnétique absolue du matériau ferromagnétique constituant le circuit magnétique.  
 $S$  : section droite du circuit magnétique traversé par le flux  $\varphi$ .

### 3.3 Exemples de choix des orientations:

Les orientations des tensions et des courants sur un schéma ne sont à priori que des flèches choisies arbitrairement. Par rapport à ces orientations, les grandeurs peuvent être positives ou négatives.

Différents choix des orientations des tensions et courants d'un transformateur monophasé sont représentés dans les cases ci-dessous.

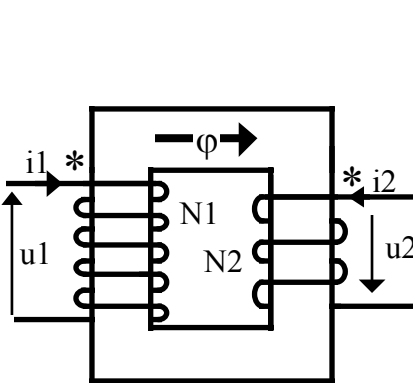
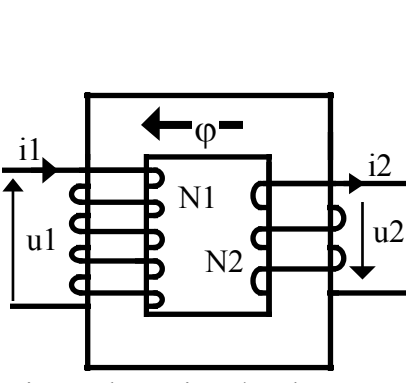
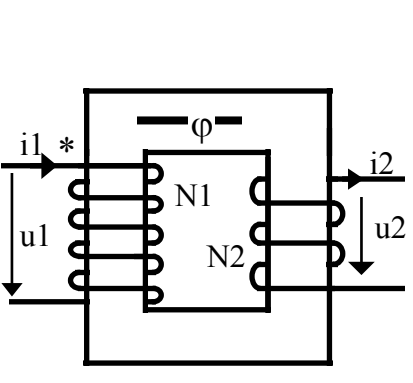
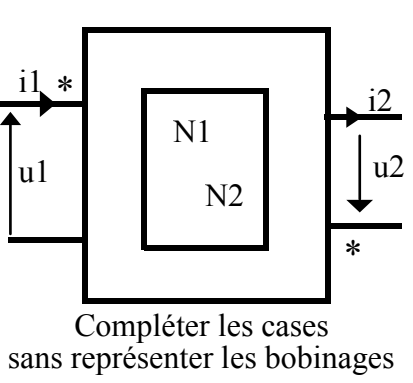
La première case (en haut à gauche) représente le choix des orientations que nous adopterons le plus souvent, mais d'autres choix sont possibles et peuvent se rencontrer dans la documentation.

Ce transformateur est supposé en charge ( $i_1 \neq 0$  et  $i_2 \neq 0$ ).

On considérera qu'on peut lui appliquer le **modèle du transformateur idéal**.

Compléter les cases suivantes à partir du modèle (case du haut à gauche).

(Réponse 2:)

 <div style="margin-top: 10px;"> <math display="block">u_1 = + N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math> <math display="block">u_2 = - N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math> <math display="block">\frac{u_2}{u_1} = - \frac{N_2}{N_1}</math> <math display="block">\frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1}</math> </div>	 <p>ajouter les points * cohérents avec le flux <math>\phi</math></p>
 <p>ajouter le flux <math>\phi</math> et le second point *</p>	 <p>Compléter les cases sans représenter les bobinages en supposant le flux <math>\phi</math> cohérent avec les points *</p>

#### 4. TRANSFORMATEUR MONOPHASE EN MODELISATION LINEAIRE.

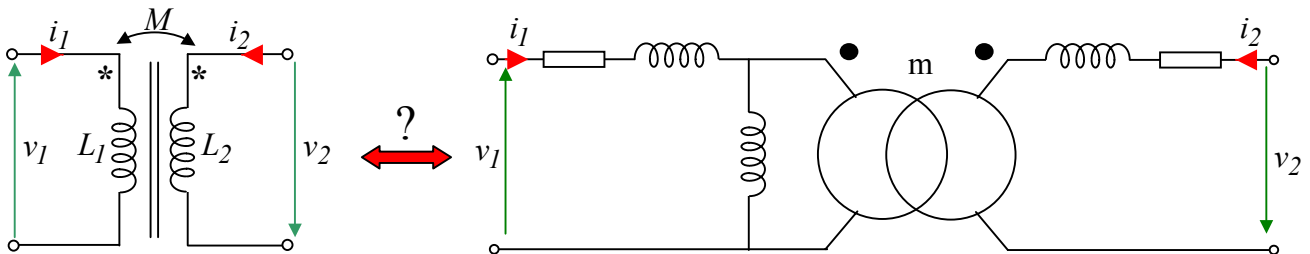
*Si on souhaite se limiter au transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal sans s'attarder sur l'établissement du schéma équivalent, il est possible de passer directement au paragraphe 5.*

L'objectif de ce paragraphe est d'établir un modèle du transformateur monophasé lorsque son circuit magnétique est en régime linéaire. Ce modèle doit permettre de décrire le comportement du transformateur vis-à-vis de la source qui l'alimente ainsi que vis à vis de la charge dans laquelle il débite.

On rencontre communément deux descriptions :

- La description des électroniciens et des logiciels de simulation (à partir des inductances propres et mutuelle)
- La description des électrotechniciens (avec un schéma équivalent comportant une inductance principale et des inductances de fuite)

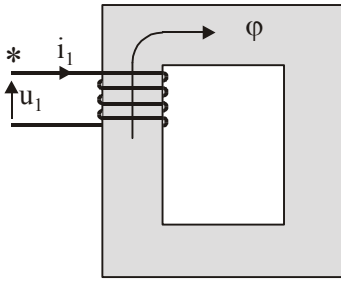
**Ces deux descriptions décrivent le même objet. Il existe donc une relation entre les deux. Notre objectif est d'établir cette relation**



La démonstration s'appuie sur les connaissances vues dans les chapitres précédents (en particulier le chapitre « inductances mutuelles »).



### 4.1 Rappel des hypothèses.



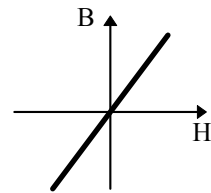
Le flux dans une spire du bobinage sera noté «  $\varphi$  ».

Le flux dans l'ensemble du bobinage sera noté «  $\phi_1$  ».

Avec  $\phi_1 = \sum \varphi_{\text{danschaquespire}}$ .

Si la résistance du conducteur constituant le bobinage est  $r_1$ , exprimer la relation entre  $u_1(t)$ ,  $i_1(t)$  et  $\phi_1(t)$ . (Réponse 3:)

Les matériaux ferromagnétiques mis en œuvre sont supposés travailler sur un cycle d'hystérésis "plat"; ce qui conduit à négliger les pertes fer <sup>(2)</sup> et à supposer un **comportement linéaire** du circuit magnétique (hypothèse  $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$  avec  $\mu$  constant).

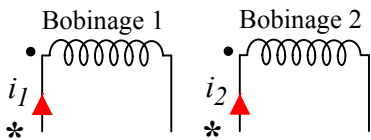


Rappel:  $\mu$  : perméabilité magnétique absolue du matériau considéré.  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  avec:

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  SI : perméabilité magnétique du vide.

$\mu_r$  : perméabilité magnétique relative du matériau.

### 4.2 Bobinages couplés magnétiquement



$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= L_1 \cdot i_1 + M \cdot i_2 \\ \phi_2 &= L_2 \cdot i_2 + M \cdot i_1 \end{aligned} \right\} \text{ même } M$$

avec  $M > 0, L_1 > 0$  et  $L_2 > 0$   
*compte tenu des orientations*

On appelle **coefficient de couplage**:  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$ . On montre que  $k \leq 1$ .

On appelle **coefficient de dispersion**:  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - k^2$

Vocabulaire:

$L_1$  : **inductance propre** du bobinage 1.

$L_2$  : **inductance propre** du bobinage 2.

$M$  : **inductance mutuelle** des bobinages 1 et 2.

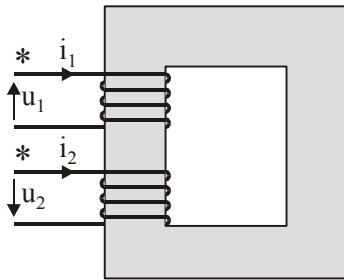
(<sup>2</sup>) Rappelons que les pertes fer dans un matériau ferromagnétique s'expriment par la relation:

$p_{\text{fer}} = \text{volume du matériau} \times \text{aire du cycle d'hystérésis} \times \text{fréquence}$

... Lorsque  $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ , l'aire du cycle d'hystérésis est nulle.

### 4.3 Modélisation linéaire du transformateur monophasé.

#### 4.3.1 Choix de l'orientation des courants et des tensions.



Pour la suite de ce cours, nous adopterons les conventions suivantes:  
 Le bobinage N°1 est orienté en convention récepteur.  
 Le bobinage N°2 est orienté en convention générateur.  
 Compte tenu des orientations ci-contre,  $M > 0$ .

#### 4.3.2 Inductances propres, inductance principales et inductances de fuite.

Dans un transformateur, les bobinages et le circuit magnétique ne se déformant pas,  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$  sont des constantes caractéristiques d'un transformateur donné.

*Pour arriver à un schéma équivalent des électrotechniciens à partir des inductances propres et mutuelle, il faut dissocier les inductances propres en inductances principales et en inductances de fuite: <sup>(3)</sup>*

$$\text{On pose } L_1 = L_{f1} + L_{H1} \begin{cases} L_1 : \text{inductance propre du bobinage 1} \\ L_{f1} : \text{inductance de fuite du bobinage 1} \\ L_{H1} : \text{inductance principale du bobinage 1} \end{cases} \quad (4)$$

De même on pose  $L_2 = L_{f2} + L_{H2}$

Pour exprimer les quatre paramètres  $L_{f1}$ ,  $L_{H1}$ ,  $L_{f2}$  et  $L_{H2}$ , à partir de  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$ , il faut quatre équations.

Nous en avons deux:  $L_{f1} + L_{H1} = L_1$  et  $L_{f2} + L_{H2} = L_2$ ; il nous manque donc deux équations qu'on peut choisir arbitrairement.

...Dès lors que les deux équations précédentes sont respectées, la valeur des inductances du transformateur qui décrivent le comportement magnétique de celui-ci reste inchangée.

Afin de faciliter la modélisation future du transformateur on choisit  $L_{H1}$  et  $L_{H2}$  tels que

$$\boxed{M = \sqrt{L_{H1} \cdot L_{H2}}}. \text{ (Voici donc une troisième équation)}$$

<sup>(3)</sup> On verra l'intérêt de ce découpage en deux morceaux à la fin de la démonstration. On peut dès maintenant remarquer que rien n'interdit de décomposer une inductance en une somme de deux éléments.

<sup>(4)</sup> La répartition entre inductance principale et inductance de fuite dépend de ce qu'on appelle inductance principale ou de ce qu'on appelle inductance de fuite. Il n'y a pas une définition unique. Pour l'instant, on admet ces notations.

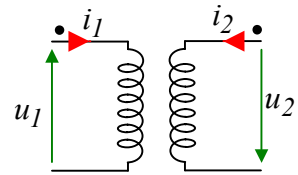
La quatrième équation sera fixée plus tard en la choisissant en fonction de la modélisation recherchée.

Pour les besoins de la modélisation, on introduit un paramètre  $m$  (appelé rapport de transformation) tel que:

$$m^2 = \frac{L_{H2}}{L_{H1}}. \text{ Sachant que } M = \sqrt{L_{H1} \cdot L_{H2}} \Rightarrow \boxed{m^2 = \frac{L_{H2}}{L_{H1}} = \frac{M^2}{L_{H1}^2} = \frac{L_{H2}^2}{M^2}}$$

### 4.3.3 Etablissement d'un schéma équivalent associé à la modélisation linéaire du transformateur monophasé.

#### 4.3.3.1 Equation électrique du bobinage N°1



- Sachant que  $\phi_1 = L_1 \cdot i_1 + M \cdot i_2$ :

$$u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) + \frac{d(\phi_1(t))}{dt} = r_1 \cdot i_1(t) + L_1 \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt} + M \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt}$$

- Sachant que  $L_1 = L_{f1} + L_{H1}$  et  $M = m \cdot L_{H1}$ :

$$u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) + L_{f1} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt} + L_{H1} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt} + m \cdot L_{H1} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt}$$

- On appelle «  $-e_1(t)$  » l'expression :  $L_{H1} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt} + m \cdot L_{H1} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt}$

$$\Rightarrow -e_1(t) = L_{H1} \cdot \frac{d(i_1(t) + m \cdot i_2(t))}{dt}$$

$$\Rightarrow u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) + L_{f1} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt} + \underbrace{L_{H1} \cdot \frac{d(i_1(t) + m \cdot i_2(t))}{dt}}_{-e_1(t)}$$

#### 4.3.3.2 Equation électrique du bobinage N°2

Avec la même démarche...

$$-u_2(t) = r_2 \cdot i_2(t) + L_{f2} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt} + L_{H2} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt} + \frac{L_{H2}}{m} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt}$$

- On appelle «  $-e_2(t)$  » l'expression :  $-e_2(t) = L_{H2} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt} + \frac{L_{H2}}{m} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt}$

$$\Rightarrow -e_2(t) = L_{H2} \cdot \frac{d\left(i_2(t) + \frac{1}{m} \cdot i_1(t)\right)}{dt} = m^2 \cdot L_{H1} \cdot \frac{d\left(i_2(t) + \frac{1}{m} \cdot i_1(t)\right)}{dt} = m \cdot L_{H1} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt}$$

$$\Rightarrow -e_2(t) = -m \cdot e_1(t)$$

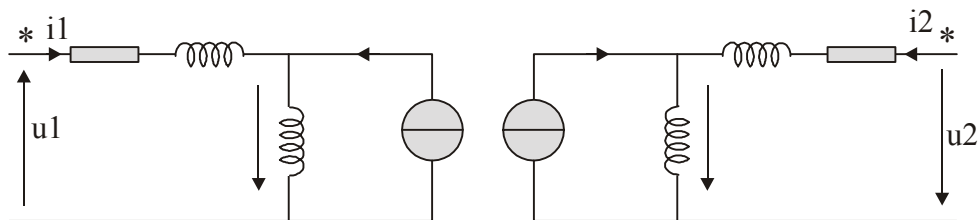
$$\Rightarrow -u_2(t) = r_2 \cdot i_2(t) + L_{f2} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt} + \underbrace{L_{H2} \cdot \frac{d\left(i_2(t) + \frac{i_1(t)}{m}\right)}{dt}}_{-e_2(t) = -m \cdot e_1(t)}$$

### 4.3.3.3 Etablissement du schéma équivalent.

A partir de ces deux équations précédentes, rappelées ci-dessous, compléter le schéma équivalent du bobinage N°1 et le schéma équivalent du bobinage N°2 ci dessous:

$$u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) + L_{f1} \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt} + \underbrace{L_{H1} \cdot \frac{d(i_1(t) + m \cdot i_2(t))}{dt}}_{-e_1(t)}$$

$$-u_2(t) = r_2 \cdot i_2(t) + L_{f2} \cdot \frac{d(i_2(t))}{dt} + \underbrace{L_{H2} \cdot \frac{d\left(\frac{i_1(t)}{m} + i_2(t)\right)}{dt}}_{-e_2(t) = -m \cdot e_1(t)}$$

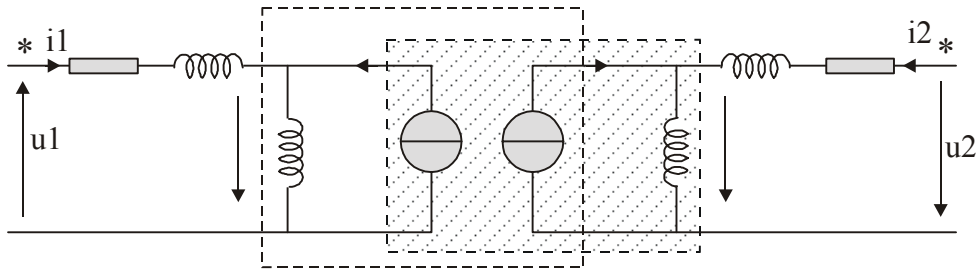


(Réponse 4:)

Le schéma équivalent de chaque bobinage comporte une source de courant linéairement dépendante du courant dans l'autre bobinage.

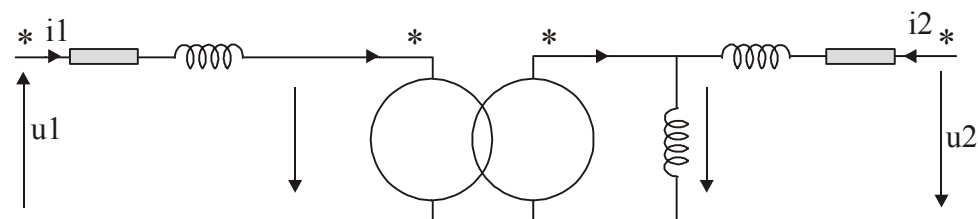
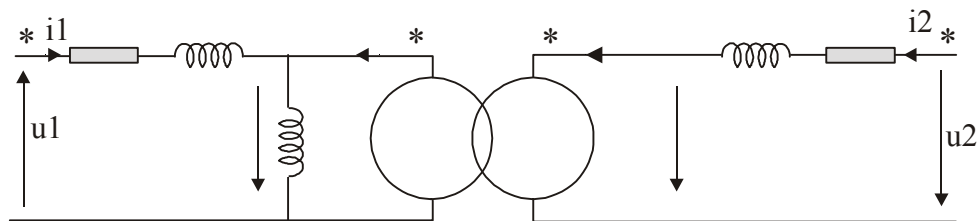
*Ceci n'est qu'une étape vers un schéma plus simple. C'est en vue de cet objectif que les deux schémas équivalents ont été placés côte à côte...*

En associant les deux sources de courant linéairement dépendantes avec  $L_{H2}$  ou avec  $L_{H1}$ , on obtient un quadripôle modélisable par un transformateur idéal (même relation entre les courants et même relation entre les tensions).



On en déduit les deux schémas équivalents ci-dessous (qui comportent chacun un transformateur idéal).

Compléter ces deux schémas: (Réponse 5:)



*A partir des inductances propres et mutuelle, nous avons retrouvé les schémas équivalents bien connus des électrotechniciens.*

Ces deux derniers schémas équivalents sont à connaître parfaitement.

#### 4.4 Valeur des éléments du modèle linéaire du transformateur monophasé.

On peut calculer ou mesurer les valeurs de  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$ , ainsi que les résistances  $r_1$  et  $r_2$ .  
L'objectif est maintenant d'établir les valeurs de  $L_{f1}$ ,  $L_{H1}$ ,  $L_{f2}$  et  $L_{H2}$ .

Nous avons établi trois équations à partir des inductances du transformateur:

$$L_{f1} + L_{H1} = L_1, \quad L_{f2} + L_{H2} = L_2 \quad \text{et} \quad M = \sqrt{L_{H1} \cdot L_{H2}}.$$

Il nous manque donc une équation pour définir les 4 inductances du schéma équivalent à partir de ce qui est mesurable.

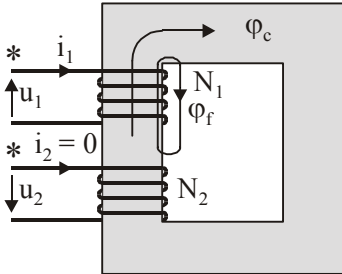
Pour établir l'équation manquante, on peut choisir de définir  $L_{H1}$  à partir de la réluctance  $\mathfrak{R}$  du circuit magnétique. C'est le choix qui a été retenu dans le paragraphe 4.4.1

On peut aussi choisir pour quatrième équation:  $L_{f2} = 0$  (paragraphe 4.4.2)

Enfin on peut également choisir pour quatrième équation:  $L_{f1} = 0$  (paragraphe 4.4.3)

4.4.1 Modélisation à partir de la réluctance du circuit magnétique.

Pour obtenir cette dernière équation, nous allons exprimer  $L_{H1}$  à partir de la description du circuit magnétique du transformateur.



Considérons le transformateur ci-contre lorsque  $i_1 \neq 0$  et  $i_2 = 0$ .

Le flux  $\phi$  qui passe dans une spire du bobinage  $N^{\circ}1$  se décompose en un flux  $\phi_c$  (qui prend en compte les lignes de champ qui rebouclent intégralement dans le circuit magnétique) et un flux  $\phi_f$  (qui prend en compte les autres lignes de champ) <sup>(5)</sup>.

Sachant que ce bobinage a  $N_1$  spires, exprimer  $\phi_c$  en fonction de  $N_1, i_1$  et de la réluctance  $\mathfrak{R}$  du circuit magnétique. (On peut admettre que le flux  $\phi_c$  occupe quasiment tout le circuit magnétique).

Le flux total  $\phi_I$  dans ce bobinage se décompose en un flux  $N_1 \cdot \phi_c$  et un flux dit « de fuite ».

Soit  $N_1 \cdot \phi_c = L_{H1} \cdot i_1$  <sup>(6)</sup>. En déduire  $L_{H1}$  en fonction de  $N_1$  et de la réluctance  $\mathfrak{R}$  du circuit magnétique.

On suppose que seul le flux  $\phi_c$  traverse les  $N_2$  spires.

En déduire l'inductance mutuelle  $M$  dans cette hypothèse en fonction de  $N_1, N_2$  et  $\mathfrak{R}$ .

Sachant que  $M = \sqrt{L_{H1} \cdot L_{H2}}$ , en déduire  $L_{H2}, L_{f1}, L_{f2}$  et  $m$  en fonction de  $L_1, L_2, N_1, N_2$  et  $\mathfrak{R}$ .

(Réponse 6:)

En fixant ainsi la définition de  $L_{H1}$ , nous avons choisi la quatrième équation qui nous manquait, et nous en avons déduit une définition pour  $L_{H2}, L_{f1}$  et  $L_{f2}$ , puis nous en avons déduit l'expression du rapport de transformation  $m$ .

Il n'est pas nécessaire de mémoriser les résultats établis dans ce paragraphe, mais en suivant les questions posées au cours de celui-ci, on doit avoir compris les démarches.

<sup>(5)</sup> Dans un circuit magnétique usuel:  $\phi_c \gg \phi_f$

<sup>(6)</sup> Nous choisissons ainsi une définition de l'inductance principale.

4.4.2 Modèles linéaires du transformateur monophasé avec le choix

$L_{f2} = 0$ .

Calculer  $L_{f1}$ ,  $L_{H1}$  et  $L_{H2}$  en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$ . Sachant que le coefficient de couplage est

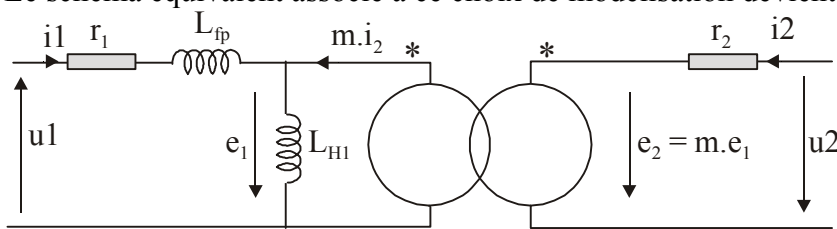
:  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$  et le coefficient de dispersion est:  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - k^2$ , montrer que

$L_{H1} = k^2 \cdot L_1$  et que  $L_{f1} = \sigma \cdot L_1$ .

(Réponse 7:)

Avec ce choix  $L_{f2} = 0$ ,  $L_{f1}$  est appelée « inductance de fuite ramenée au primaire », on la note alors «  $L_{fp}$  ».

Le schéma équivalent associé à ce choix de modélisation devient donc:



avec:

$L_{H1} = k^2 \cdot L_1$  ;  $L_{H2} = L_2$

$m = \sqrt{\frac{L_2}{k^2 \cdot L_1}}$  et  $L_{fp} = \sigma \cdot L_1$



**4.4.3 Modèles linéaires du transformateur monophasé avec le choix  $L_{f1} = 0$ .**

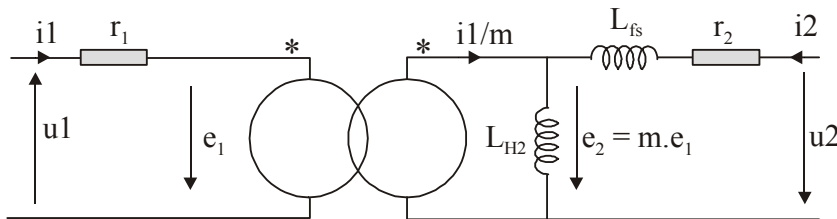
Calculer  $L_{f2}$ ,  $L_{H1}$  et  $L_{H2}$  en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$  dans le cas de ce second choix. Sachant que le coefficient de couplage est :  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$  et le coefficient de dispersion est:

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - k^2, \text{ montrer que } L_{f2} = L_2 \cdot (1 - k^2) = \sigma \cdot L_2 \text{ et } L_{H2} = k^2 \cdot L_2$$

(Réponse 8:)

Avec ce choix  $L_{f1} = 0$ ,  $L_{f2}$  est appelée « inductance de fuite ramenée au secondaire », on la note alors «  $L_{fs}$  ».

Le schéma équivalent associé à ce choix de modélisation devient donc:



avec:

$$L_{H2} = k^2 \cdot L_2 ; L_{H1} = L_1$$

$$m = \sqrt{\frac{k^2 \cdot L_2}{L_1}} \text{ et } L_{fs} = \sigma \cdot L_2$$

**4.4.4 Conclusion**

De ce paragraphe, on retiendra qu’il existe plusieurs façons de décomposer les inductances propres en inductances principales et inductances de fuite.

Selon les besoins ultérieurs, on utilisera la forme la plus appropriée.<sup>(7)</sup>

Sauf cas particulier, les fuites sont minimisées dans les transformateurs à circuit magnétique fermé.

Dans ce cas, quelle que soit la définition adoptée pour les fuites :  $m \approx \frac{N_2}{N_1}$

*Il n’est pas nécessaire de mémoriser tous les résultats établis dans ce paragraphe, mais en suivant les questions posées au cours de celui-ci, on doit avoir compris les démarches.*

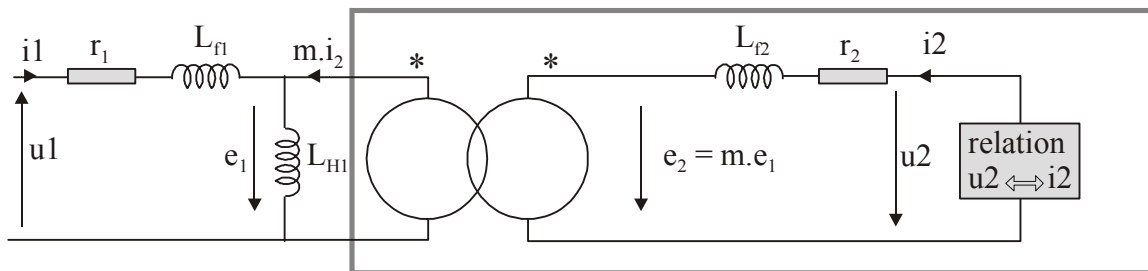
<sup>(7)</sup> Cette démarche pourra être réemployée pour la modélisation des transformateurs triphasés et pour la modélisation des machines asynchrones

### 4.5 Schéma équivalent « ramené au primaire » et schéma équivalent « ramené au secondaire ».

La manipulation sur les schémas équivalents qui va maintenant être exposée permet de simplifier grandement l'étude des montages comportant des transformateurs.

#### 4.5.1 Schéma équivalent « ramené au primaire ».

Dans le schéma équivalent du transformateur ci-dessous (chargé par un dipôle établissant une relation entre  $u_2$  et  $i_2$ ), l'objectif est de remplacer le dipôle encadré en gris par un schéma équivalent décrivant de façon plus simple le comportement de l'ensemble transformateur plus charge vis à vis de la source d'alimentation.



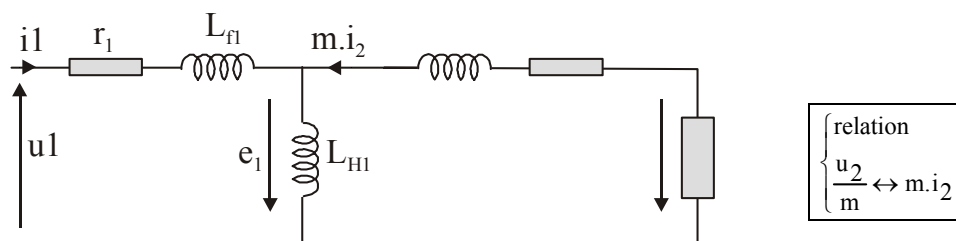
- D'après la loi des mailles:

$$e_2 = L_{f2} \cdot \frac{d(i_2)}{dt} + r_2 \cdot i_2 + u_2$$

- En divisant par m, on obtient e<sub>1</sub>...

$$\Rightarrow e_1 = \frac{e_2}{m} = \frac{L_{f2}}{m} \cdot \frac{d(i_2)}{dt} + \frac{r_2}{m} \cdot i_2 + \frac{u_2}{m} = \frac{L_{f2}}{m^2} \cdot \frac{d(m \cdot i_2)}{dt} + \frac{r_2}{m^2} \cdot (m \cdot i_2) + \frac{u_2}{m}$$

A partir de cette équation, compléter le schéma ci-dessous: (Réponse 9:)



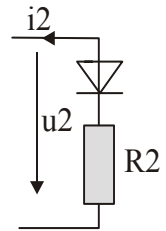
- Si le régime de fonctionnement est alternatif sinusoïdal et que  $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2$ , quelle est la

relation entre  $\frac{U_2}{m}$  et  $m \cdot I_2$  ?

(Réponse 10:)

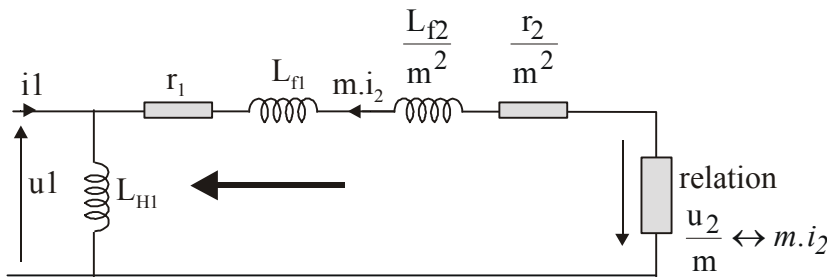
- Si la charge est constituée d'une résistance en série avec une diode (supposée idéale): quelle est la relation entre  $\frac{u_2}{m}$  et  $m \cdot i_2$  ?

(Réponse 11:)



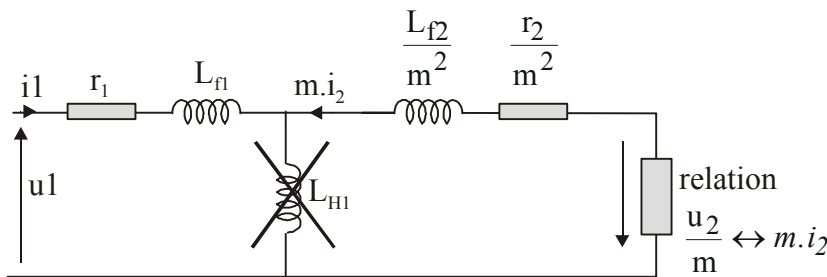
#### 4.5.2 Simplifications du schéma équivalent « ramené au primaire »

Simplifications. En charge, compte tenu de la valeur usuelle des éléments du schéma équivalent, on effectue souvent l'une ou l'autre des simplifications suivantes:



##### 1° simplification possible:

$L_{H1}$  est déplacée en entrée du schéma équivalent. (Cette modification est appelée « hypothèse de Kapp »)



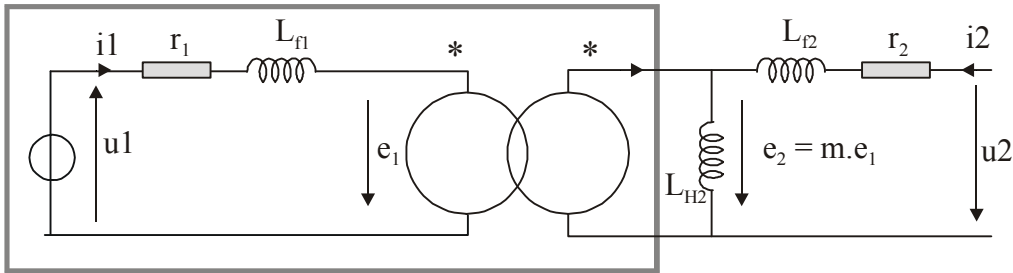
##### 2° simplification possible:

L'influence de  $L_{H1}$  est négligée.

Préciser les conditions nécessaires à chacune de ces deux simplifications ci-dessus. (Réponse 12:)

## 4.5.3 Schéma équivalent « ramené au secondaire ».

Dans le schéma équivalent du transformateur ci-dessous (alimenté par une source de tension  $u_1$ ), l'objectif est de remplacer le dipôle encadré en gris par un schéma équivalent plus simple.



En appliquant le même type de démarche que pour le schéma équivalent ramené au primaire, déterminer le schéma équivalent ramené au secondaire.

Comment se traduisent les simplifications précédentes lorsqu'elles sont « vues du secondaire » ?

(Réponse 13:)

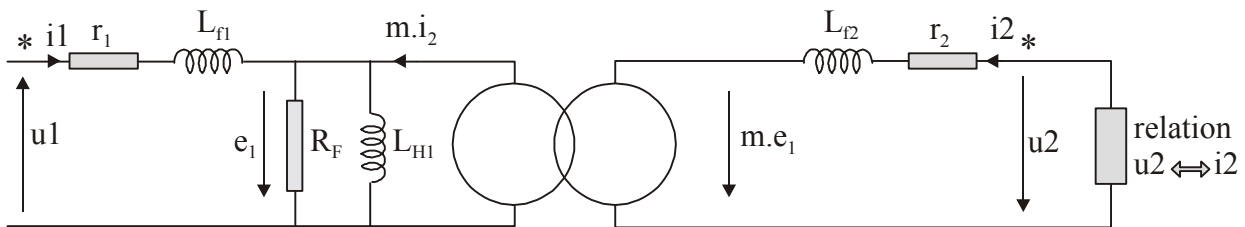
**5. TRANSFORMATEUR MONOPHASE EN REGIME ALTERNATIF SINUSOÏDAL. MODELES ET MESURES.**

**On se limitera au cas où les différences de potentiel engendrées par la résistance interne  $r_1$  et l'inductance de fuite  $L_{f1}$  du bobinage primaire sont faibles par rapport à la tension d'alimentation  $u_1$ .**

**5.1 Les schémas qui modélisent le comportement du transformateur.**

**5.1.1 Modèle du transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal prenant en compte les résistances, les fuites et les pertes fer.**

Par un raisonnement voisin de celui qui a été conduit pour la modélisation d'une bobine, on pourrait montrer que le transformateur peut être modélisé de la façon suivante. (De façon à limiter le propos, la démonstration n'est pas présentée, on admettra ce résultat).



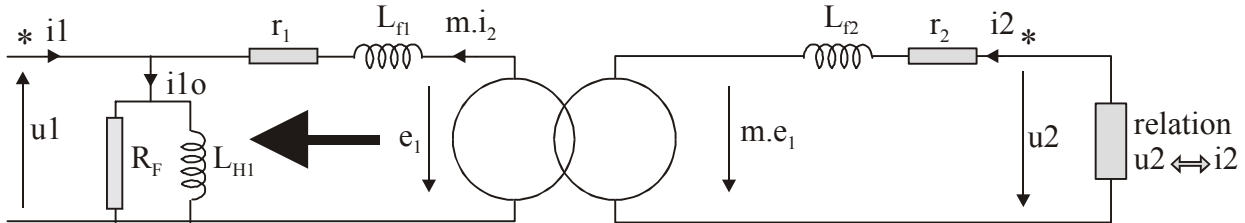
- $r_1$  et  $r_2$  représentent les résistances des bobinages primaire et secondaire.
- $L_{f1}$  et  $L_{f2}$  représentent les inductances de fuite des bobinages primaire et secondaire.
- $L_{H1}$  représente l'inductance principale (ou inductance de magnétisation) du bobinage primaire.
- Comme lors de la modélisation d'une bobine, une résistance  $R_F$  prend en compte les pertes fer dans le circuit magnétique du transformateur. Sa valeur dépend de la fréquence de fonctionnement, et aussi, dans une certaine mesure, de l'amplitude de  $u_1$ .
- $m$  est le rapport de transformation du transformateur idéal.  

$$m \approx \frac{\text{nombre de spires du bobinage secondaire}}{\text{nombre de spires du bobinage primaire}}$$
- Le dipôle à droite du schéma représente la charge du transformateur. Il établit une relation entre les grandeurs  $u_2$  et  $i_2$ . Par hypothèse,  $u_2$  et  $i_2$  sont alternatifs sinusoïdaux.

### 5.1.2 Modification du schéma

Par hypothèse, les tensions aux bornes de  $r_1$  et  $L_{f1}$  sont faibles par rapport à  $u_1$ . (C'est une hypothèse tout à fait raisonnable pour les transformateurs industriels usuels)

Dans ce cas, on peut modifier le schéma équivalent comme ci-dessous, sans trop altérer la qualité de la modélisation. (C'est l'hypothèse de Kapp)



**En charge** <sup>(8)</sup> :  $i_1(t) = i_{l0}(t) - m.i_2(t)$ .

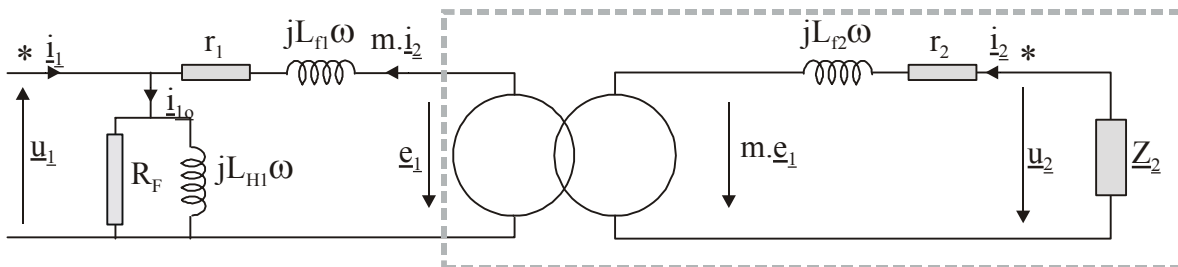
$i_{l0}(t)$  est le courant absorbé par le primaire du transformateur à vide (pour  $i_2 = 0$ ) pour la même tension  $u_1$  qu'en charge.

$i_{l0}(t)$  est appelé « **courant magnétisant** ».

### 5.1.3 Schéma équivalent ramené au primaire.

Lorsque le transformateur est chargé par une impédance  $Z_2$ , établir le « schéma équivalent ramené au primaire » en remplaçant le dipôle encadré ci-dessous par un dipôle équivalent plus simple.

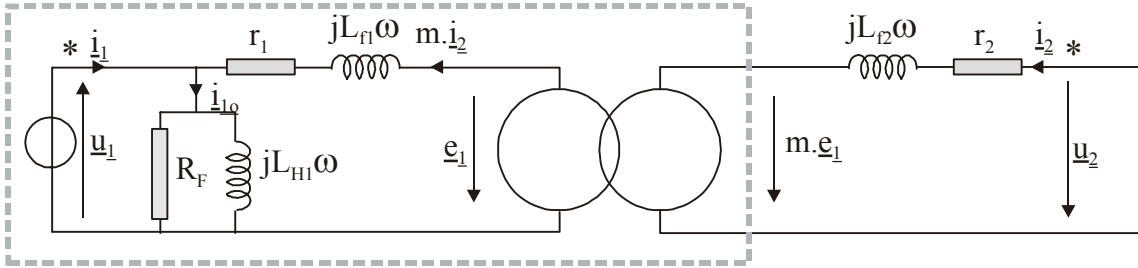
(Réponse 14:)



<sup>(8)</sup> « en charge »: le transformateur est relié à un dipôle, et donc  $i_2 \neq 0$ .

### 5.1.4 Schéma équivalent ramené au secondaire.

Lorsque le transformateur est alimenté au primaire sous une tension alternative sinusoïdale  $u_1$ , établir le « schéma équivalent ramené au secondaire » en remplaçant le dipôle encadré ci-dessous par un dipôle équivalent plus simple. (Réponse 15:)



## 5.2 Mesures des éléments du modèle

### 5.2.1 Essai à vide.

En régime alternatif sinusoïdal lorsque les tensions aux bornes de  $r_1$  et  $L_{f1}$  sont faibles par rapport à  $u_1$ , et que le transformateur est à vide <sup>(9)</sup> :  $\frac{u_2(t)}{u_1(t)} \approx -m$ . Ceci est évident sur le schéma équivalent précédent.

On peut déterminer les valeurs de  $R_F$  et  $L_{H1}$  en mesurant  $u_1$  et  $i_1$  à vide ou en mesurant la puissance active et la puissance réactive absorbées par le transformateur à vide :

$$P_{vide} = \frac{U_{1eff}^2}{R_f} ; Q_{vide} = \frac{U_{1eff}^2}{L_{H1} \cdot \omega}$$

**Par un essai « à vide », on peut donc déterminer  $m$ ,  $R_F$  et  $L_{H1}$ .**

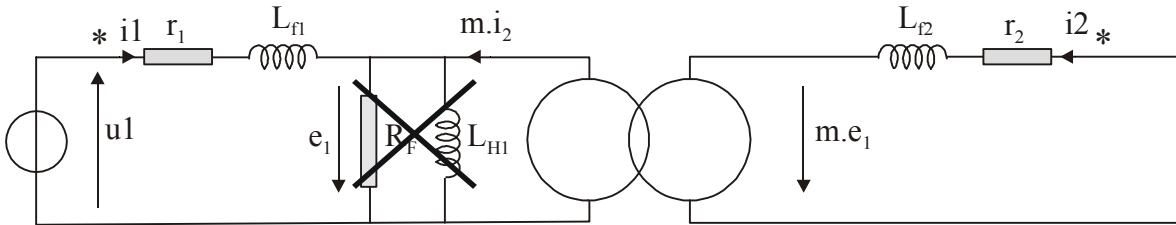
Rappelons que  $R_F$  symbolise les pertes fer, et donc que la puissance active absorbée par le transformateur à vide correspond aux pertes fer du transformateur pour la valeur  $U_{1eff}$  et la fréquence considérée.

$R_F$  varie avec  $U_{1eff}$  et avec la fréquence. Ce n'est donc pas un élément du schéma équivalent avec lequel on peut faire des calculs sans précaution. Son rôle dans le schéma équivalent est de « faire mémoire » des pertes fer.

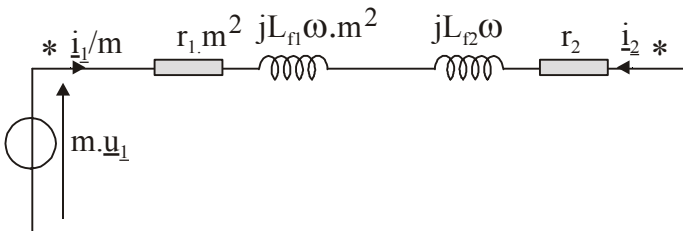
<sup>(9)</sup> « à vide », rien n'est relié au secondaire, donc  $i_2 = 0$ .

### 5.2.2 Comportement en court-circuit au secondaire.

Lorsque le secondaire du transformateur est en court-circuit, le primaire doit être alimenté sous une **tension très réduite** <sup>(10)</sup> de façon à ne pas engendrer de courants (et donc de pertes Joules) trop importants. Dans ce cas, pour un transformateur ordinaire, le courant dans le dipôle  $R_F // L_{H1}$  est négligeable par rapport aux courants  $i_1$  et  $m.i_2$ .



En complexe, le schéma équivalent ramené au secondaire devient donc:



- En déduire qu'en court-circuit, la puissance active absorbée par le primaire est égale à  $(r_1.m^2 + r_2).I_{2eff}^2$ .
- En déduire également qu'en court-circuit, la puissance réactive absorbée par le primaire est égale à  $(L_{f1}.w.m^2 + L_{f2}.w).I_{2eff}^2$ .

- En fonctionnement en charge,  $I_{1eff} \approx m.I_{2eff}$ . En déduire que la puissance active absorbée en court-circuit pour un courant  $I_{2eff}$  donné est égale aux pertes joule dans le transformateur en charge pour ce même courant  $I_{2eff}$ .

(Réponse 16:)

Par un essai en court-circuit (**sous tension réduite au primaire**) on peut donc de mesurer  $r_1.m^2 + r_2$  à partir de la puissance active absorbée au primaire, et  $L_{f1}.w.m^2 + L_{f2}.w$  à partir de la puissance réactive absorbée au primaire.

**Remarque:** Il n'est pas possible de séparer  $L_{f1}.m^2$  de  $L_{f2}$  à partir des mesures.

- On peut également remarquer en appliquant la loi d'ohm sur le schéma équivalent ramené au secondaire en court-circuit que  $(m.U_{1eff})^2 = [(r_1.m^2 + r_2)^2 + (L_{f1}.w.m^2 + L_{f2}.w)^2].I_{2eff}^2$ .

Et donc, si on connaît  $U_{1eff}$  en court-circuit et  $r_1.m^2 + r_2$  (par la mesure de  $r_1$  et  $r_2$  en courant continu ou par la mesure de la puissance active en court-circuit), on peut en déduire par calcul la valeur de  $L_{f1}.w.m^2 + L_{f2}.w$ .

**Par un essai « en court-circuit », on peut donc déterminer  $r_1.m^2 + r_2$  et  $L_{f1}.w.m^2 + L_{f2}.w$ .**

<sup>(10)</sup> Les constructeurs donnent souvent la tension efficace primaire  $U_{1cc}$  qui engendre le courant secondaire  $I_{2eff}$  nominal lors d'un fonctionnement en court-circuit. Cette tension  $U_{1cc}$  est donnée en % de  $U_{1nominal}$ .



### 5.2.3 Exploitation des résultats d'essais.

#### 5.2.3.1 Rendement.

L'essai à vide permet de déterminer les pertes fer; l'essai en court-circuit permet de déterminer les pertes Joule. On peut donc en déduire le rendement du transformateur pour une valeur de  $U_{1\text{eff}}$  et une valeur de  $I_{2\text{eff}}$  données:

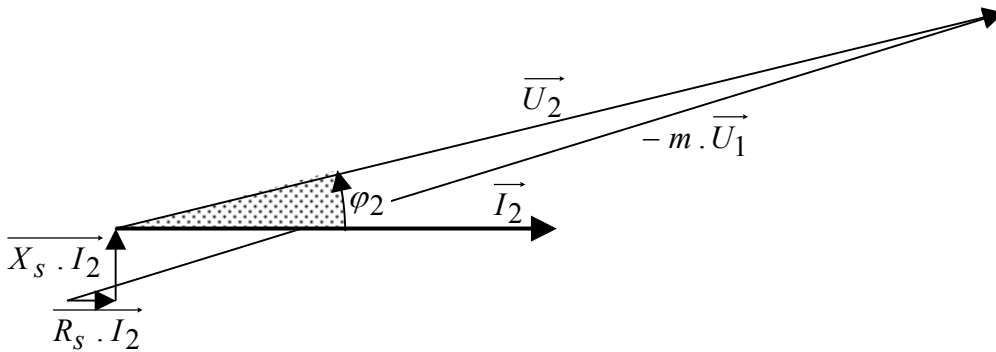
$$\eta = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} = \frac{U_{2\text{eff}} \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_2)}{U_{2\text{eff}} \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_2) + P_{\text{fer}} + P_{\text{Joule}}}$$

#### 5.2.3.2 Chute de tension en charge dans des conditions de fonctionnement données.

Soit une tension  $U_{1\text{eff}}$  donnée, un courant  $I_{2\text{eff}}$  donné et un déphasage  $\varphi_2$  de  $u_2(t)$  par rapport à  $i_2(t)$  donné.

Connaissant  $R_s = r_1 \cdot m^2 + r_2$  et  $X_s = L_{f1} \cdot \omega \cdot m^2 + L_{f2} \cdot \omega$ , on peut calculer la chute de tension en charge par rapport à la tension à vide en exploitant le schéma équivalent ramené au secondaire.

Les grandeurs étant alternatives sinusoïdales, on peut utiliser un diagramme de Fresnel:



Par projection sur l'axe de  $\vec{U}_2$  et compte tenu des échelles des différents vecteurs dans un transformateur usuel, on peut écrire:

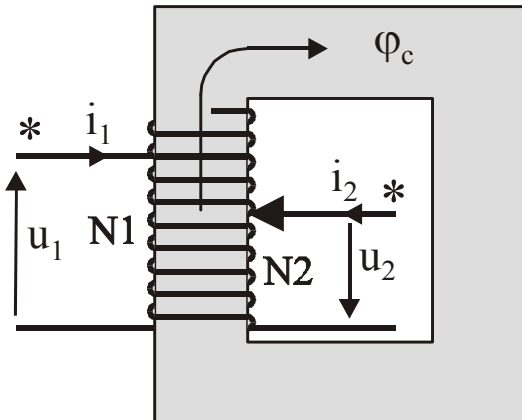
$$\Delta U_2 = m \cdot U_{1\text{eff}} - U_{2\text{eff}} \approx R_s \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_2) + X_s \cdot I_{2\text{eff}} \cdot \sin(\varphi_2)$$

## 6. TRANSFORMATEURS SPECIAUX.

### 6.1 Autotransformateur.

Un autotransformateur est constitué d'un seul enroulement :

$$u_1 \approx N_1 \cdot \frac{d\phi_c}{dt} ; u_2 \approx - N_2 \cdot \frac{d\phi_c}{dt} \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} \approx - \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{-u_2}{u_1} \text{ peut être supérieur ou inférieur à 1.}$$



Pas d'isolation entre le primaire et le secondaire.

Possibilité d'avoir un rapport de transformation m variable.

L'autotransformateur variable est également appelé "alternostat".

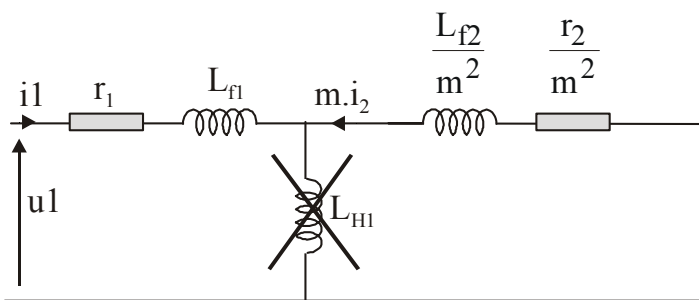
En régime alternatif, il permet de faire varier le rapport entre sa tension d'entrée et sa tension de sortie avec un rendement supérieur à celui d'un potentiomètre.

## 6.2 Transformateur d'intensité.

Un transformateur d'intensité est un transformateur dont l'objectif est d'abaisser une intensité à mesurer afin de la rendre compatible avec des appareils de mesure.

Les conducteurs des deux enroulements sont prévus pour des **courants importants** et des **tensions faibles**.

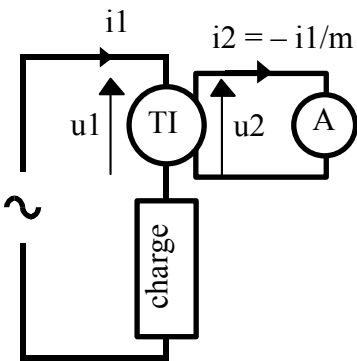
Le secondaire est prévu pour fonctionner en court-circuit.  
 (Par exemple en se refermant sur un ampèremètre ou le circuit intensité d'un wattmètre). Dans ce cas, le **primaire** se comporte comme une **impédance faible** car  $e_2$  est faible  $\Rightarrow e_1$  faible.  
 $\Rightarrow$  le courant dans  $L_{H1}$  est négligeable en régime alternatif.



$\Rightarrow$  **En régime alternatif, on a donc:**

$$\underline{i_1(t) = -m.i_2(t)}$$

(En général:  $m \gg 1$ )



montage normal du TI

Si on ouvre le secondaire en cours de fonctionnement, l'impédance vue du primaire devient grande,  $u_1$  et  $u_2$  deviennent grands.

$\Rightarrow$  Il y a risque de destruction des isolants.

Le flux dans le circuit magnétique augmente considérablement, d'où une augmentation importante des pertes fer.

$\Rightarrow$  risque de destruction par échauffement excessif.

**Il ne faut donc jamais ouvrir le secondaire d'un transformateur d'intensité lorsque son primaire est alimenté.**

Le TI ne transmet que la **composante alternative** d'un signal. (contrairement à une sonde à effet Hall (voir chapitre 2 exercice 4)).

## 7. CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE

### Paragraphe 3:

- Suis-je capable de représenter le modèle du transformateur idéal en figurant les relations entre les tensions et entre les courants (avec les orientations convenables) ?  
Quelles sont les hypothèses simplificatrices conduisant à ce modèle ?

### Paragraphe 4:

- Qu'entend-on par modélisation « linéaire » du transformateur ?
- Est-ce que je connais la signification des termes suivants:
  - inductance propre
  - inductance mutuelle
  - inductance principale
  - inductance de fuite
  - coefficient de couplage
- Suis-je capable de représenter le schéma équivalent du transformateur monophasé en régime linéaire comportant les résistances, les inductances de fuite, l'inductance principale primaire et le transformateur idéal ?  
Suis-je capable de la même chose avec l'inductance principale secondaire ?
- Comment s'exprime le rapport de transformation en fonction des inductances ?
- Nous avons envisagé trois façons de décomposer les inductances propres en inductances principales et inductances de fuite. Cela nous a conduit à trois modélisations possibles pour le transformateur monophasé en régime linéaire. Quelles sont les particularités de ces trois modélisations (sans retenir par cœur les résultats des calculs) ?
- Suis-je capable de déduire du schéma équivalent général, le schéma équivalent « ramené au primaire » et le schéma équivalent « ramené au secondaire » ?
- Pour ce qui concerne l'inductance principale (ou inductance de magnétisation), nous avons envisagé deux modifications qui permettent de **simplifier** l'étude du modèle du transformateur. En quoi consistent ces deux modifications (dont l'une est appelée « hypothèse de Kapp ») ?  
Quelles sont leurs conditions d'application ?

### Paragraphe 5:

- Dans le schéma équivalent du transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal, ai-je retenu comment sont figurées les pertes fer ? Quelle hypothèse a-t-on prise pour établir ce schéma ? Ai-je retenu ce schéma et la signification de chacun des termes ?

Que mesure-t-on par un essai à vide ?

Que mesure-t-on par un essai en court-circuit ?

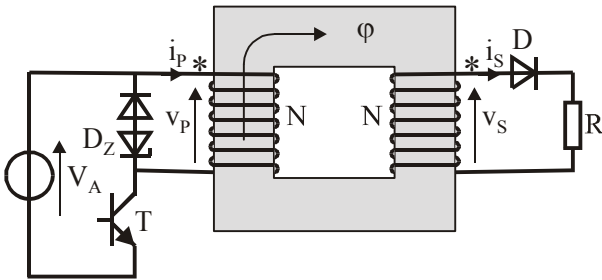
### Paragraphe 6:

- Qu'ai-je retenu à propos de l'autotransformateur ?
- Qu'ai-je retenu à propos du transformateur d'intensité ?

8. PROBLEMES ET EXERCICES.

Chap 6. Exercice 1 : Transmission d'impulsions à travers un transformateur.

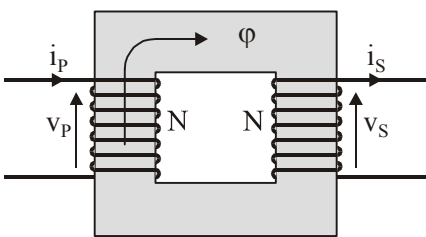
Nous allons étudier le fonctionnement d'un transformateur d'impulsions destiné à transmettre des impulsions avec une isolation galvanique.



Ces impulsions sont générées par la commutation d'un transistor qui applique ou non une tension d'alimentation continue  $V_A$  sur l'entrée du transformateur.

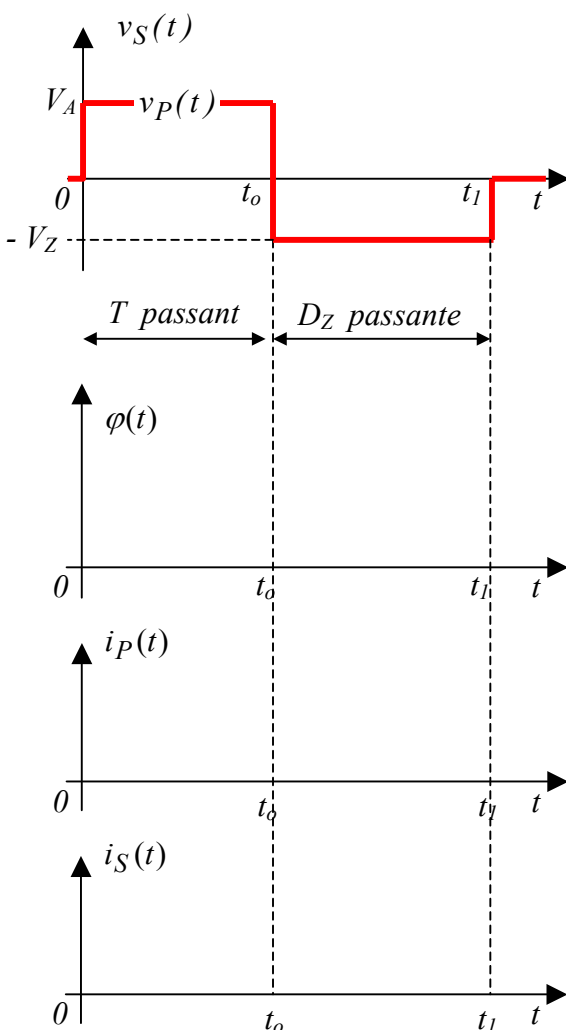
Au secondaire du transformateur est branché un dipôle Diode + Résistance.

On considérera les diodes et transistor idéaux.



Les paramètres du transformateur sont les suivants:

- Longueur de la fibre moyenne:  $\ell$ .
- perméabilité magnétique absolue du matériau constituant le circuit magnétique:  $\mu = cte$ .
- Section droite S.
- La résistance et l'inductance de fuite des deux bobinages sont négligées. Chacun d'eux est constitué de N spires.



1) Exprimer  $\phi(t)$  en fonction de  $i_p(t)$  et  $i_s(t)$  et des paramètres donnés pour le transformateur :  $\ell ; \mu ; S$  et  $N$

2) Exprimer  $v_p(t)$  et  $v_s(t)$  en fonction de  $\phi(t)$  et des paramètres du transformateur.

3) La tension  $v_p(t)$  (représentée ci-contre) est une impulsion de valeur  $V_A$  (constante  $> 0$ ) sur l'intervalle  $[0, t_0]$ .

Puis  $v_p(t) = -V_z$  (constante  $< 0$ ) lorsque  $t > t_0$  tant que  $i_p(t) > 0$ .

Ensuite  $v_p(t) = 0$ . L'instant où  $i_p(t)$  devient nul est noté «  $t_1$  ».

a) Sur l'intervalle  $[0, t_0]$ , on sature le transistor qui se comporte alors comme un interrupteur fermé (donc  $v_p(t) = V_A$ ). On suppose qu'à  $t = 0$ , le flux dans le circuit magnétique  $\phi(0)$  est nul, exprimer  $\phi(t)$  sur  $[0, t_0]$  en fonction de  $V_A$  et des paramètres du transformateur.

b) En déduire les fonctions  $v_s(t)$ ,  $i_s(t)$  et  $i_p(t)$  sur  $[0, t_0]$  en fonction de  $V_A$ ,  $R$ ,  $t_0$  et des paramètres du transformateur. Les représenter sur les graphes.

c) A l'instant  $t_0$ , on bloque le transistor qui se comporte alors comme un interrupteur ouvert. La surtension qui en résulte dans les bobinages rend la diode zener passante et bloque la diode  $D$ .

On remarque que  $v_p(t)$  n'étant jamais infinie, le flux  $\varphi(t)$  ne présente pas de discontinuité <sup>(11)</sup>.

L'instant où le courant  $i_p(t)$  redevient nul est appelé  $t_1$ .

Exprimer  $d\varphi/dt$  sur  $]t_0, t_1]$  en fonction de  $V_Z$  et des paramètres du transformateur.

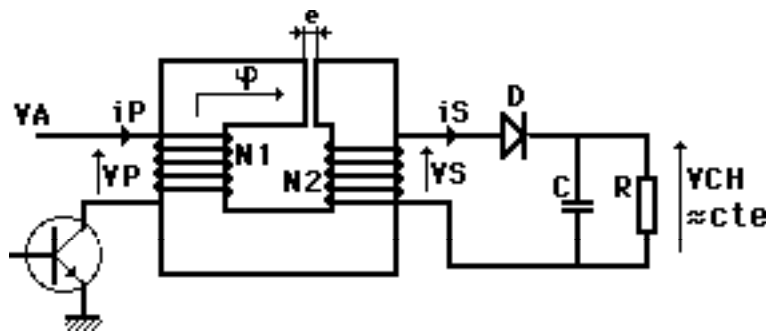
Représenter les unes sous les autres, en concordance des temps, les courbes de  $v_p(t)$ ,  $v_s(t)$ ,  $\varphi(t)$ ,  $i_s(t)$  et  $i_p(t)$  en les justifiant.

d) A l'instant  $t_1$ , le courant dans la diode zener s'annule. La diode zener cesse de conduire. Tous les courants sont maintenant nuls. Le flux est nul. Compléter les graphes précédents

### Chap 6. Exercice 2 : Alimentation à découpage de type flyback.

L'objectif de cette alimentation à découpage est de faire une conversion: tension continue fixe  $V_A$

→ tension ≈ continue  $V_{CH}$  telle que  $\frac{V_{CH}}{V_A}$  soit réglable.



#### Hypothèses:

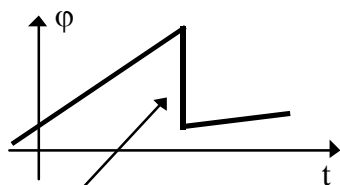
- Le circuit magnétique à une **section S**, une longueur de **fibre moyenne  $\ell$** , un **entrefer d'épaisseur « e »**. Il est non saturé et sa **perméabilité magnétique absolue est  $\mu$**  (constante).

Sa réluctance est donc:  $\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu \cdot S} + \frac{e}{\mu_0 \cdot S}$

( $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide, sa valeur est de  $4\pi \cdot 10^{-7} SI$ )

- Les résistances et les inductances de fuite des bobinages sont négligées ainsi que les pertes fer.

<sup>(11)</sup> Discontinuité = saut brutal



interdit car  $\frac{d\varphi(t)}{dt} \rightarrow -\infty \Leftrightarrow$  les tensions aux bornes des bobinages sont infinies!

- Le bobinage primaire a  $N_1$  spires, et le bobinage secondaire a  $N_2$  spires.
- Le transistor et la diode se comportent comme des interrupteurs ouverts lorsqu'ils sont bloqués et comme des courts-circuits lorsqu'ils sont passants.
- La tension d'alimentation du circuit est  $V_A = cte > 0$ .
- La constante de temps RC est très supérieure à la période de fonctionnement; donc la tension  $V_{CH}(t)$  varie très peu sur une période de fonctionnement su montage  $\Rightarrow V_{CH} \approx constante > 0$ .

1) Choisir les repères de polarité "\*" cohérents avec l'orientation du flux choisie sur le schéma. Compte tenu des orientations des courants, des tensions et du flux dans le circuit magnétique, en déduire  $v_P(t)$  et  $v_S(t)$  en fonction du flux  $\varphi(t)$ .

Etablir la relation des forces magnétomotrices  $N_1.i_P(t)$  et  $N_2.i_S(t)$  avec le flux  $\varphi(t)$ .

**Etude en régime permanent périodique de période T:** (le transistor est saturé sur  $[0, t_0]$  et bloqué sur  $[t_0, T]$ ).

2) **Etude en démagnétisation incomplète.** ( $\varphi(0) = \varphi_0 > 0$ )

- a) Représenter (sur la feuille de réponse ci-après)  $v_P(t)$ ,  $v_S(t)$  sur l'intervalle  $[0, t_0]$ . Sur cet intervalle, D est-elle passante ou bloquée?
- b) Sur l'intervalle  $[0, t_0]$ : exprimer  $\varphi(t)$  en fonction de  $V_A$ ,  $\varphi_0$  et des paramètres du transformateur et le représenter sur la feuille de réponse ci-après.
- c) A l'instant  $t_0$ , le transistor se bloque. Donc  $\Re.\varphi(t) = N_2.i_S(t)$ . Si  $i_{S(t_0^+)} = 0$  le flux présente une discontinuité (il devient nul brutalement) et  $v_{S(t_0^+)} \rightarrow +\infty$ . Ceci est impossible car la diode D devient conductrice:

Pour  $t_0 < t < T$ , la diode D est conductrice (et donc  $v_S(t) = V_{CH}$ ) tant que  $i_S(t) > 0$ .

La démagnétisation étant incomplète par hypothèse, le flux  $\varphi$  (et donc  $i_S$ ) ne devient pas nul avant la fin de la période.

Représenter  $v_P(t)$ ,  $v_S(t)$  et  $\varphi(t)$  sur l'intervalle  $[t_0, T]$ .

d) Représenter  $i_P(t)$  et  $i_S(t)$  sur toute la période.

- e) Sachant qu'en régime permanent  $\varphi(T) = \varphi(0) = \varphi_0$ , et connaissant  $\frac{d\varphi}{dt}$  sur chaque intervalle, en déduire  $\frac{V_{CH}}{V_A}$  en fonction de  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $t_0$  et T.

**3) Etude en démagnétisation complète.** ( $\varphi(0) = 0$ )

a) Représenter, sur la feuille de réponse ci-après,  $v_P(t)$ ,  $v_S(t)$  et  $\varphi(t)$  sur l'intervalle  $[0, t_0]$ . En déduire  $i_P(t)$  et  $i_S(t)$  sur ce même intervalle.

b) A l'instant  $t_0$ , le transistor se bloque. Donc  $\Re \cdot \varphi(t) = N_2 \cdot i_S(t)$ . Si  $i_S(t_0^+) = 0$  le flux présente une discontinuité (il devient nul brutalement) et  $v_S(t_0^+) \rightarrow +\infty$ . Ceci est impossible et donc la diode D devient conductrice:

Pour  $t > t_0$  la diode D est conductrice (et donc  $v_S(t) = V_{CH}$ ) tant que  $i_S(t) > 0$ .

La démagnétisation étant complète par hypothèse, le flux (et donc  $i_S$ ) devient nul avant la fin de la période. On note  $t_f$  l'instant où ces deux grandeurs s'annulent.

Représenter  $v_P(t)$ ,  $v_S(t)$  et  $\varphi(t)$  sur l'intervalle  $[t_0, T]$ . En déduire  $i_P(t)$  et  $i_S(t)$  sur ce même intervalle.

c) Exprimer  $I_{P_{max}}$  et  $I_{S_{max}}$  en fonction de  $V_A$ ,  $\Re$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  et  $t_0$ .

d) En utilisant la conservation de la puissance moyenne (entre la source et la charge), démontrer que:

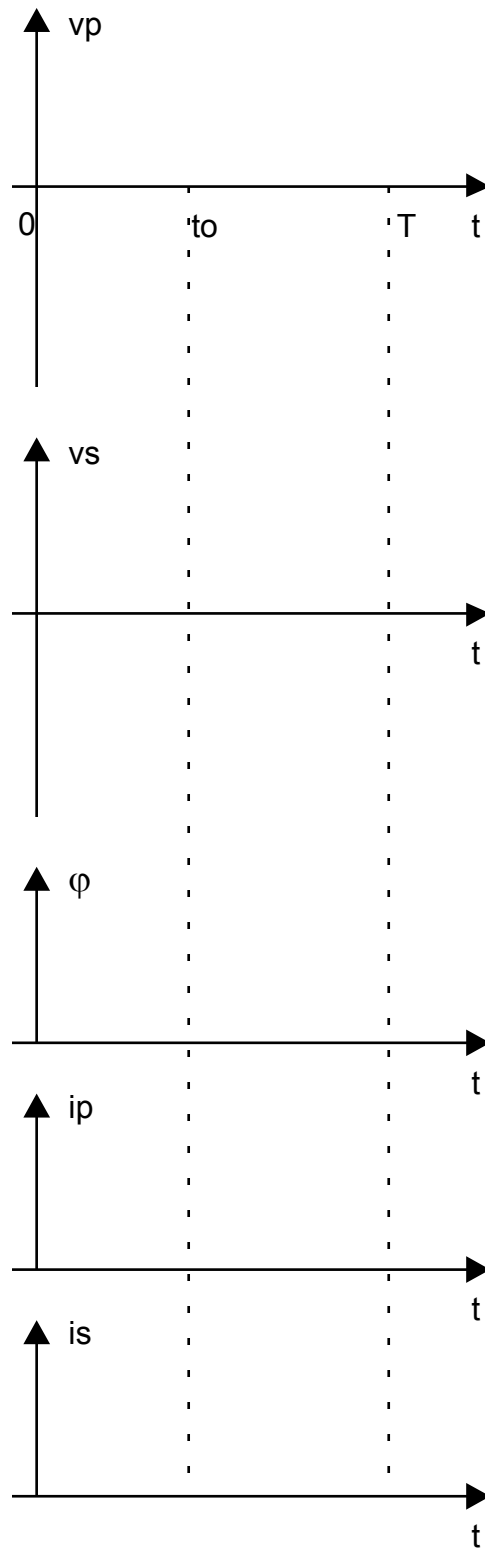
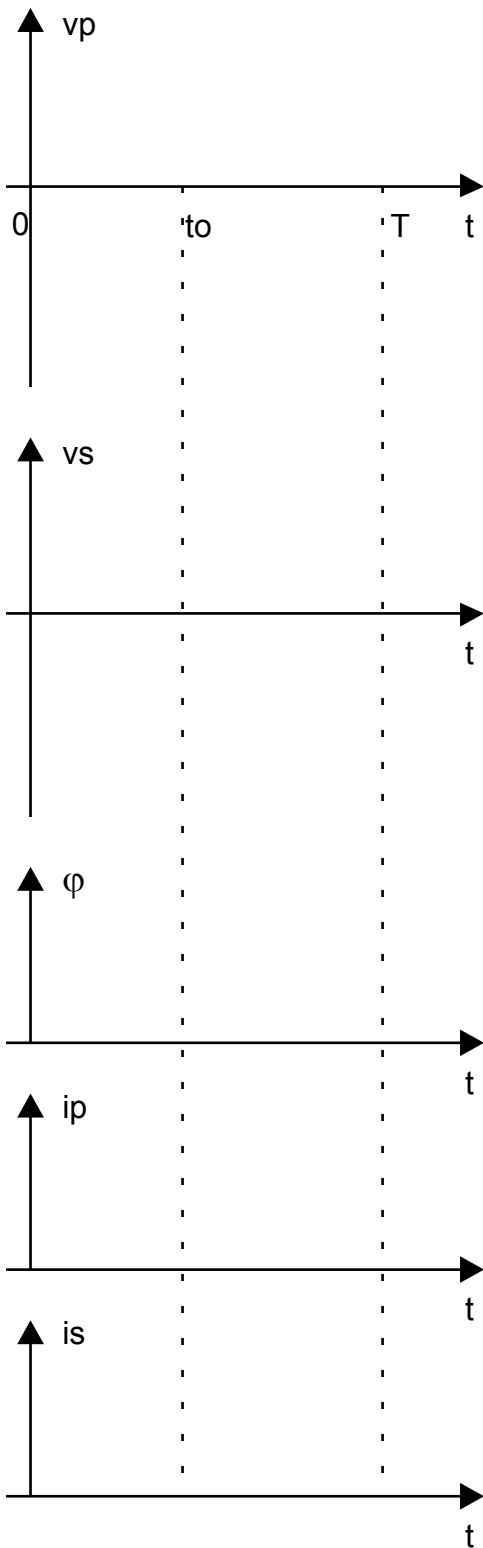
$$V_{CH} = V_A \cdot \frac{t_0}{T} \cdot \sqrt{\frac{\Re \cdot T \cdot R}{2 \cdot N_1^2}}$$



**Alimentation à découpage flyback. Feuille de réponse.**

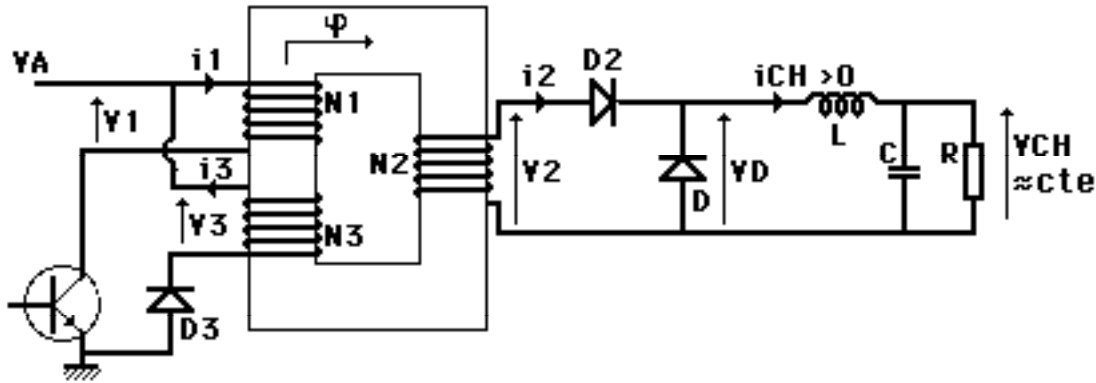
démagnétisation incomplète

démagnétisation complète



### Chap 6. Exercice 3 : Alimentation à découpage de type forward.

L'objectif de cette alimentation à découpage est de faire une conversion: tension continue fixe  $V_A$   
 → tension  $\approx$  continue  $V_{CH}$ , à l'aide d'un fonctionnement périodique des composants tel que  $\frac{V_{CH}}{V_A}$   
 soit réglable.



#### Paramètres du transformateur:

- Le circuit magnétique à une **section S**, une longueur de **fibre moyenne  $\ell$** .  
 Il est non saturé et sa **perméabilité magnétique absolue est  $\mu = cte$** .

Sa réluctance est donc:  $\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu.S}$ .

- Les résistances et les inductances de fuite des bobinages sont négligeables ainsi que les pertes fer.

- Les bobinages ont respectivement  $N_1$  spires,  $N_2$  spires et  $N_3$  spires.

- Le transistor et les diodes se comportent comme des interrupteurs ouverts lorsqu'ils sont bloqués et comme des courts-circuits lorsqu'ils sont passants.

- **La tension d'alimentation du circuit est  $V_A = cte$ .**

- La période de fonctionnement T et les valeurs de R, L et C sont telles que  $V_{CH} \approx constante$  et  $i_{CH}(t) > 0$ .

- La diode D assure la fonction "diode de roue libre":

- Si  $v_2 > 0$ : D est polarisée en inverse et donc bloquée;

D2 est passante et  $i_2 = i_{CH} > 0$ .

- Si  $v_2 < 0$ : D est passante.

**1-** Choisir les repères de polarité "\*" des bobinages cohérents avec l'orientation du flux choisie sur le schéma.

Compte tenu des orientations des courants, des tensions et du flux dans le circuit magnétique,

En déduire  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$  en fonction du flux  $\varphi(t)$ .

Etablir la relation des forces magnétomotrices  $N_1.i_1(t)$ ,  $N_2.i_2(t)$  et  $N_3.i_3(t)$  avec le flux  $\varphi(t)$ .

**Etude en régime permanent périodique de période T lorsque la démagnétisation est complète,** (c'est à dire lorsque  $\varphi(0) = 0$ ):

(Le transistor est saturé (interrupteur fermé) sur  $[0, t_0]$  et bloqué (interrupteur ouvert) sur  $]t_0, T[$ ).

Les réponses aux questions suivantes peuvent être apportées directement sur la feuille de réponse jointe.

**2 Sur l'intervalle  $[0, t_0]$ ,** le transistor est saturé et donc  $v_1(t) = V_A$ .

**a)** Représenter  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$  sur l'intervalle  $[0, t_0]$ ; indiquer les valeurs sur les courbes.

Préciser l'état (passant ou bloqué) des diodes D3, D2 et D sur cet intervalle. (La conduction est supposée continue dans la charge :  $i_{CH}(t) > 0$ ). (réponses en bas de la feuille à gauche). Justifier brièvement.

**b)** Sur l'intervalle  $[0, t_0]$  : exprimer  $\varphi(t)$  en fonction de  $V_A$  et des paramètres du transformateur et le représenter. Préciser sa valeur maximale  $\varphi_{max}$  en fonction de  $V_A$ ,  $t_0$  et des paramètres du transformateur.

**3 Sur l'intervalle  $]t_0, t_1]$**

A l'instant  $t_0$ , le transistor se bloque. Si le flux  $\varphi(t)$  présente une discontinuité (s'il devient nul brutalement) :  $v_3(t_0^+) \rightarrow +\infty$ . Ceci est impossible car la diode D3 devient conductrice :

Pour  $t_0 < t < t_1$  la diode D3 est conductrice (et donc  $v_3(t) = V_A$ ).

La démagnétisation étant complète par hypothèse, le flux  $\varphi$  devient nul à l'instant  $t_1$  (avant la fin de la période T).

**a)** Représenter  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $v_3(t)$  et  $\varphi(t)$  sur l'intervalle  $]t_0, t_1]$ ; indiquer sur les courbes les valeurs extrêmes.

Préciser l'état (passant ou bloqué) des diodes D2 et D sur cet intervalle. (La conduction est supposée continue dans la charge :  $i_{CH}(t) > 0$ ).

**b)**  $\varphi(t_1) = 0$ . Calculer le rapport cyclique  $a = \frac{t_0}{T}$  maximum assurant la démagnétisation complète (c'est-à-dire tel que  $t_1 < T$ ).

**4 Sur l'intervalle  $]t_1, T]$  :**

$i_1 = i_2 = i_3 = 0$ . Compléter les courbes  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $v_3(t)$  et  $\varphi(t)$ .

**5 Sur la période :**

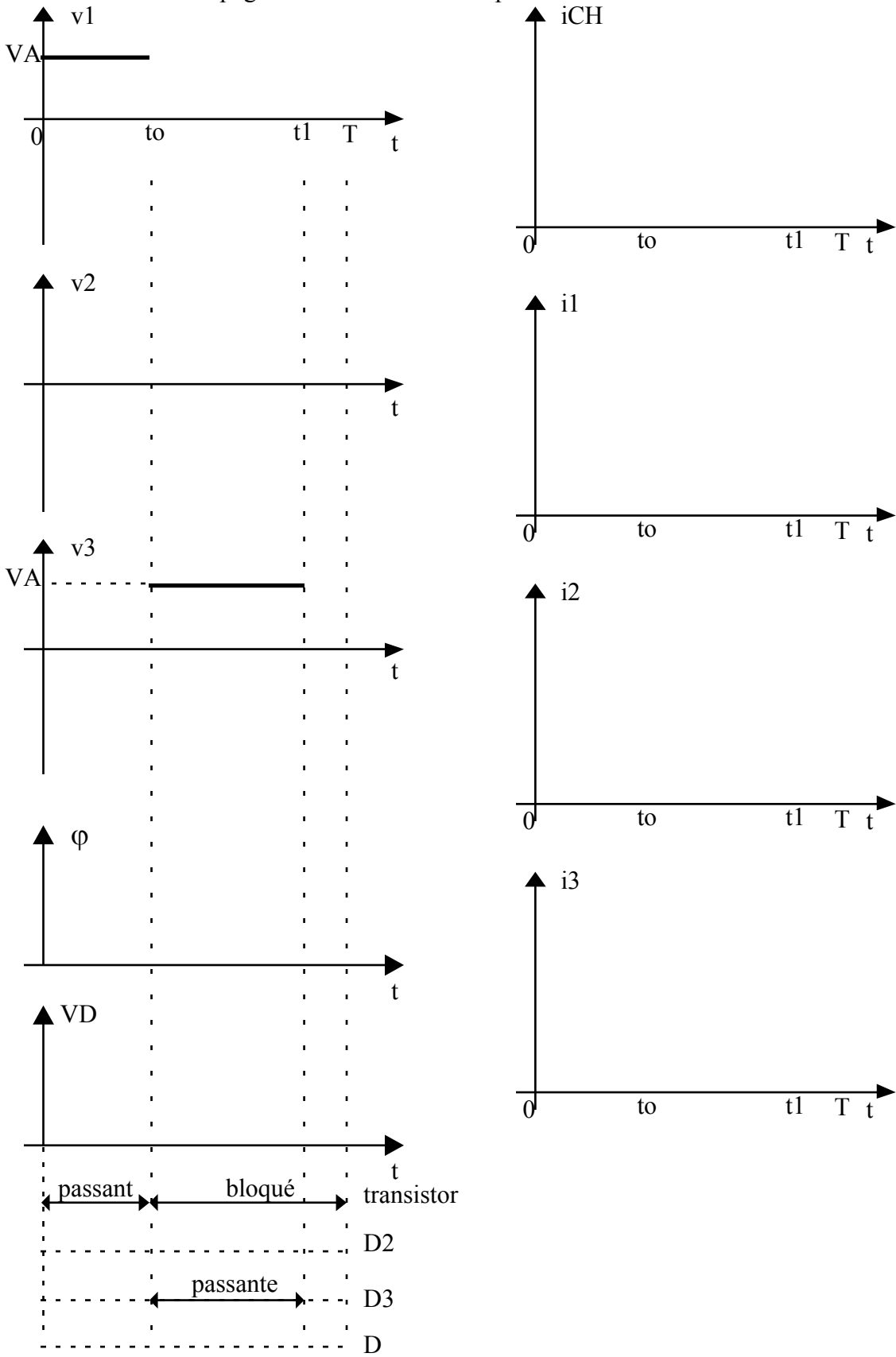
**a)** Représenter  $v_D(t)$ . En déduire  $V_{CH}$  en fonction de  $V_A$ ,  $a$  et des paramètres du transformateur.

**b)** En déduire  $I_{CH_{moy}}$  en fonction de R, C,  $V_A$ ,  $a$  et des paramètres du transformateur.

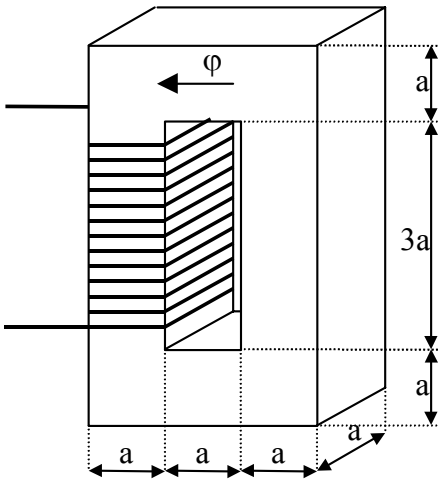
Représenter  $I_{CH_{moy}}$  et l'allure de  $i_{CH}(t)$ . Exprimer l'amplitude de son ondulation  $\Delta I_{CH}$  en fonction  $V_A$ , L,  $a$  et T.

Représenter  $i_2(t)$ ,  $i_1(t)$  et  $i_3(t)$ .

Alimentation à découpage forward. Feuille de réponse.



**Chap 6. Exercice 4 : Inductances et transformateur.**



1 Soit la bobine à noyau ferromagnétique ci-contre. Le bobinage est constitué de  $N_1$  Spires. Le circuit magnétique est supposé sans fuite. Sa perméabilité magnétique absolue  $\mu$  est constante. Ses dimensions géométriques sont données en fonction d'un paramètre « a ».

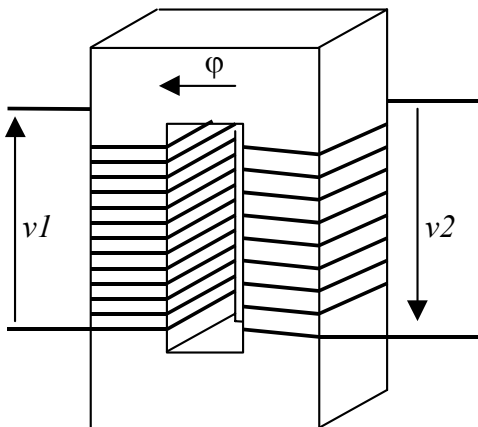
2.3 Orienter le courant  $i_1$  dans ce bobinage ainsi que la borne de polarité de façon cohérente avec le sens choisi pour le flux  $\phi$  dans le circuit magnétique.

1.2 Définir l'inductance propre  $L_1$  du bobinage en fonction de  $i_1$ ,  $\phi$  et des constantes de la bobine.

1.3 Déterminer la longueur de la fibre moyenne en fonction de a.

1.4 Etablir le schéma électrique équivalent au circuit magnétique. Calculer la réluctance équivalente  $\mathfrak{R}$  en fonction de  $\mu$  et a

1.5 Calculer l'inductance propre  $L_1$  du bobinage en fonction des paramètres  $N_1$ ,  $\mu$  et a de la bobine à noyau ferromagnétique.



2 Sur le circuit magnétique précédent, on ajoute un second bobinage de  $N_2$  spires de façon à construire un transformateur monophasé.

On oriente le courant  $i_2$  dans ce second bobinage ainsi que sa borne de polarité de façon cohérente avec le sens choisi pour le flux  $\phi$  dans le circuit magnétique.

2.1 Calculer l'inductance propre  $L_2$  du second bobinage ainsi que l'inductance mutuelle  $M$  entre les deux bobinages en fonction de  $\mu$ , a,  $N_1$  et  $N_2$ .

Montrer que  $M = \sqrt{L_1.L_2}$ .

2.2 On néglige la résistance des deux bobinages. Montrer que  $v_1 = L_1 \cdot \frac{d\left(i_1 + \frac{M}{L_1} i_2\right)}{dt}$ . En déduire un schéma électrique équivalent au bobinage  $N^\circ 1$  faisant intervenir  $L_1$  et un générateur de courant linéairement dépendant du courant  $i_2$ .

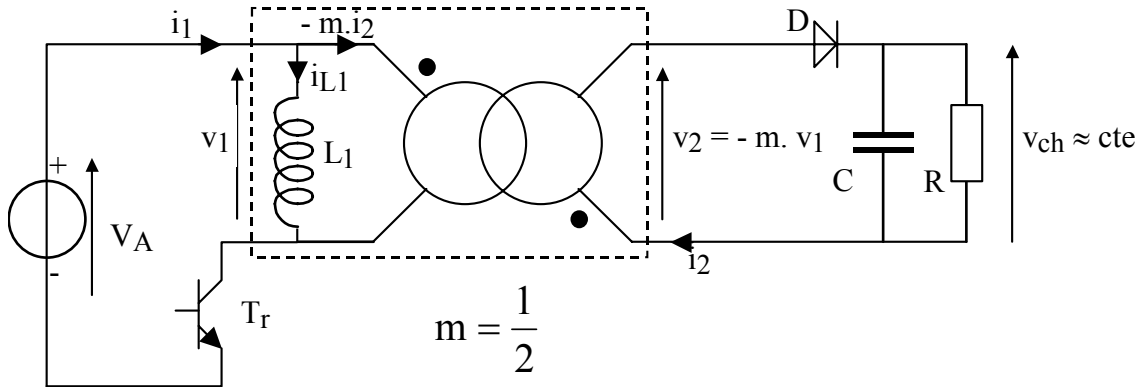
De même, établir un schéma électrique équivalent au bobinage  $N^\circ 2$  faisant intervenir  $L_2$  et un générateur de courant linéairement dépendant du courant  $i_1$ .

2.3 A partir des équations établies à la question précédente, **montrer que** le rapport  $\frac{v_2}{v_1}$  est constant

(Définir cette constante en fonction de  $L_1$  et  $L_2$ , puis en fonction de  $L_1$  et  $M$  et enfin en fonction de  $L_2$  et  $M$ ).

En juxtaposant les deux schémas de la question précédente, **en déduire** un schéma équivalent du transformateur comportant l'inductance propre  $L_1$  et un transformateur idéal dont on définira le rapport de transformation.

**Chap 6. Exercice 5 : Alimentation à découpage flyback en démagnétisation incomplète.**



Le schéma ci-dessus représente une alimentation à découpage flyback dont on souhaite étudier le comportement.

Afin de simplifier cette étude, on a adopté un certain nombre d'hypothèses :

- Le modèle retenu pour le transformateur est représenté sur le schéma.
- La source de tension  $V_A$  alimente le montage sous une tension constante positive.
- Le transistor  $T_r$  est supposé idéal. Il est périodiquement commandé en bloqué/saturé avec une période «  $T$  » et un rapport cyclique «  $a$  ».
- La diode  $D$  est supposée idéale.
- L'ensemble  $R$ - $C$  présente une constante de temps telle, qu'en régime périodique, la valeur de «  $v_{ch}$  » peut être considérée quasiment constante.
- La démagnétisation est incomplète, ce qui signifie que  $i_{L1}(t) > 0$

**a)** Pour adopter le modèle retenu pour le transformateur monophasé, on a fait trois hypothèses simplificatrices principales. Citer ses trois hypothèses.

**c)** Sur l'intervalle  $[0, a.T]$ , le transistor est saturé. Il se comporte comme un interrupteur fermé. Représenter sur la feuille de réponse les graphes de  $v_1(t)$  et de  $v_2(t)$  sur cet intervalle (Le rapport de transformation est  $m = \frac{1}{2}$ ).

En déduire  $i_2(t)$  et  $\frac{d(i_{L1}(t))}{dt}$  sur ce même intervalle. En supposant que  $i_1(0) = I_{min} > 0$ , compléter les courbes de  $i_{L1}(t)$ ,  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  sur cet intervalle  $[0, a.T]$ .

**d)** A l'instant  $t = a.T$ , le transistor se bloque.

Montrer que dans l'hypothèse où  $D$  reste bloquée :  $v_2(a.T^+) \rightarrow \infty$ .

En déduire que  $D$  ne peut pas rester bloquée.

**e)** Sur l'intervalle  $[a.T, T]$ , le transistor est bloqué et la diode est donc passante.

Représenter sur la feuille de réponse les graphes de  $v_1(t)$  et de  $v_2(t)$  sur cet intervalle (En fonction de  $v_{ch}$ ).

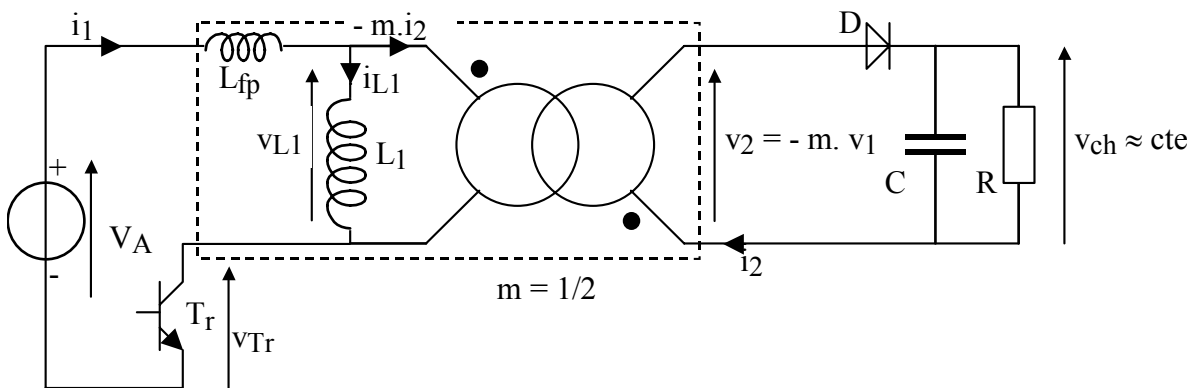
En déduire  $\frac{d(i_{L1}(t))}{dt}$  sur ce même intervalle. Sachant que le courant  $i_{L1}(t)$

ne peut pas subir de discontinuité, compléter les courbes de  $i_{L1}(t)$ ,  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  sur cet intervalle  $[0, a.T]$ , sachant que le régime permanent (périodique) est supposé atteint.

e) En considérant les valeurs de  $\frac{d(i_{L1}(t))}{dt}$  sur chacun des intervalles, en déduire le rapport  $\frac{v_{ch}}{V_A}$  en fonction du rapport cyclique « a ».

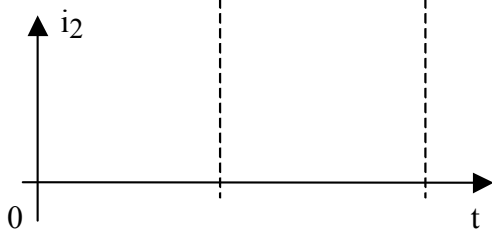
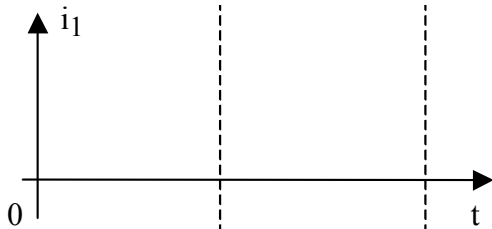
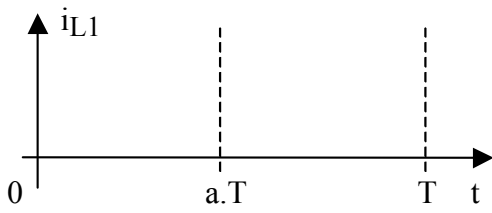
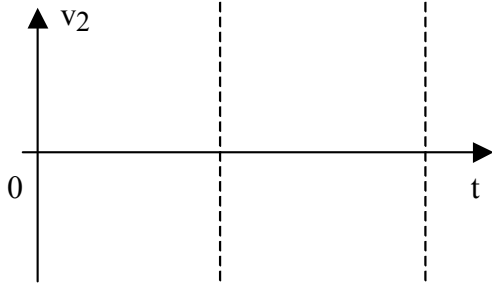
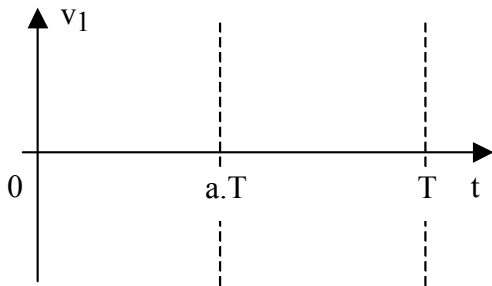
f) Les variations brutales de  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  ne permettent pas de négliger l'influence des inductances de fuites pendant les phases de commutations (contrairement à ce qui a été fait précédemment).

Pour l'étude de ce phénomène, on choisit d'utiliser le modèle qui modélise toutes les fuites au primaire :



Pourquoi le transistor  $T_r$  risque-t-il la destruction si on ne l'accompagne pas d'un circuit annexe de protection (dit « circuit d'aide à la commutation »). (On ne demande pas de décrire ce circuit d'aide à la commutation, mais de monter simplement sa nécessité).

Alimentation à découpage flyback en régime périodique et démagnétisation incomplète.  
*Feuille de réponse.*





## Chap 6. Exercice 6 : Transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal.

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes <sup>(12)</sup>:

- Nombre de spires au primaire:  $N_1 = 2000$
- Nombre de spires au secondaire:  $N_2 = 50$
- Résistance du bobinage primaire:  $r_1 = 7 \Omega$
- Résistance du bobinage secondaire:  $r_2 = 4 \text{ m}\Omega$
- Inductance de fuite ramenée au secondaire:  $L_{fs} = 33 \mu\text{H}$

Dans tout l'exercice, la tension d'alimentation du primaire est alternative sinusoïdale, de valeur efficace 5000 V et de fréquence 50 Hz.

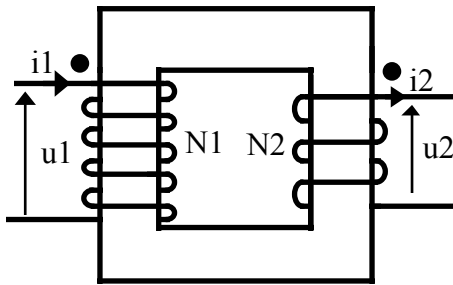
Lors d'un essai à vide, on a relevé un courant au primaire de valeur efficace  $I_{10\text{eff}} \approx 0,2 \text{ A}$ ; et une puissance active absorbée  $P_{\text{vide}} = 500 \text{ W}$ .

- a) Calculer le rapport de transformation de ce transformateur.
  - b) Calculer les valeurs de la résistance  $R_F$  représentant les pertes fer et de l'inductance principale (ou inductance de magnétisation)  $L_{HI}$
- En charge, le transformateur débite un courant de valeur efficace 200 A dans une charge purement résistive.
- c) Vérifier qu'en charge, l'emploi de l'hypothèse simplificatrice de Kapp n'est pas abusive.
  - d) Déterminer la valeur efficace de la tension secondaire et la valeur efficace du courant primaire en charge.
  - e) Montrer que le flux dans le circuit magnétique est quasiment le même à vide et en charge.
  - f) En déduire que les pertes fer sont quasiment égales à  $P_{\text{vide}}$ .
  - g) Calculer les pertes Joule du transformateur ainsi que son rendement lors du fonctionnement en charge.

---

<sup>(12)</sup> La séparation entre inductance de fuite primaire et inductance de fuite secondaire a été obtenue en utilisant une modélisation à partir des réluctances du circuit magnétique.

## Chap 6. Exercice 7 : Transformateur monophasé usuel en régime alternatif sinusoïdal



### Informations concernant le transformateur:

Section droite du circuit magnétique:  $S = 30 \text{ cm}^2$ .  
 Nombre de spires du primaire:  $N_1 = 276$ .

### Conditions nominales:

Tension primaire  $U_{1n} = 220 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$  <sup>(13)</sup>.  
 Courant secondaire  $I_{2n} = 16 \text{ A}$ .

### Résultats d'un essai à vide:

Tension primaire  $U_{1v} = U_{1n} = 220 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ .  
 Tension secondaire  $U_{2v} = 33,5 \text{ V}$ .

Courant primaire  $I_{1v} = 0,32 \text{ A}$ .  
 Puissance primaire  $P_{1v} = 29 \text{ W}$ .

### Résultats d'un essai en court-circuit (sous tension primaire réduite):

Tension primaire  $U_{1cc} = 20 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ .  
 Puissance primaire  $P_{1cc} = 43 \text{ W}$ .

Courant secondaire  $I_{2cc} = I_{2n} = 16 \text{ A}$ .

- Calculer le rapport de transformation  $m$  et le nombre de spires  $N_2$  au secondaire.
- Calculer le **module de l'impédance** interne  $Z_s$  du schéma équivalent de Thévenin "vu" des bornes du secondaire (dit "schéma équivalent de Kapp ramené au secondaire").  
*(On appliquera l'hypothèse de Kapp)*
- En **déduire** que  $r_l$  est inférieur à  $8,3 \Omega$ .

En déduire que les pertes Joule dans les résistances primaire et secondaire sont négligeables devant les pertes fer lors de l'essai à vide.

Quelle est alors la valeur des pertes fer ?

*(Un transformateur ne présente que deux types de pertes: les pertes Joule dans les résistances des bobinages, et les pertes fer dans le circuit magnétique).*

**d)** En approximant la f.e.m. dans le bobinage primaire à la tension d'alimentation, calculer la valeur maximum de l'induction dans le circuit magnétique lorsque le transformateur est alimenté sous tension nominale. *(La démonstration sera conduite en posant:  $B(t) = B_{max} \cdot \sin(\omega t)$  ).*

**e)** Dans l'hypothèse où, à fréquence constante, les pertes fer peuvent être considérées proportionnelles au carré de la tension d'alimentation, montrer qu'elles sont négligeables devant les pertes Joule lors de l'essai en court-circuit.

En posant  $Z_s = R_s + j \cdot L_{fs} \cdot \omega$ , montrer que, lors de l'essai en court-circuit, les pertes Joule du transformateur sont sensiblement égales à  $R_s \cdot I_{2cc\text{eff}}^2$ . En déduire  $R_s$  et  $L_{fs} \cdot \omega$ .

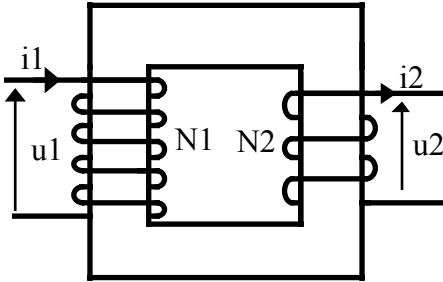
**f)** En déduire le rendement en fonctionnement nominal sur charge résistive.

<sup>(13)</sup> Si rien n'est spécifié, il s'agit des valeurs efficaces.

## Chap 6. Exercice 8 : Transformateur monophasé en régime alternatif sinusoïdal

Soit un transformateur monophasé 10 000 / 220 V; 50 Hz.

### Circuit magnétique:



- longueur de la ligne d'induction moyenne: 2,20 m.

- section droite: 0,018 m<sup>2</sup>.

- au fonctionnement nominal:  $B_{\max} = 1,6$  T. A cette valeur correspond un champ magnétique  $H_{\max} = 250$  A/m.

Les différents joints magnétiques (entrefers parasites entre les tôles du circuit magnétique) sont pris en considération par l'équivalent d'une force magnétomotrice de 41 A (lorsque  $B = 1,6$  T).

Résistance du bobinage primaire:  $r_1 = 2,7$   $\Omega$ .

### I Hypothèse du circuit magnétique linéaire:

*(Le circuit magnétique est supposé linéaire, on peut donc écrire  $B = \mu \cdot H$  avec  $\mu = \text{constante}$ )*

Le transformateur est alimenté sous sa tension nominale (10 000 V ; 50 Hz).

Déterminer la valeur efficace de la force magnétomotrice primaire  $N_1 \cdot I_{10}$  à vide en régime permanent (alternatif sinusoïdal).

**II Circuit magnétique sans hypothèse particulière:**

résultats des essais:

**Essai à vide:**

$$U_{10} = 10\,000 \text{ V} ; 50 \text{ Hz} ; U_{20} = 224 \text{ V} ; I_{10} = 0,29 \text{ A} ; P_{10} = 1\,200 \text{ W}.$$

**Essai en court-circuit:**

$$U_{1cc} = 600 \text{ V} ; 50 \text{ Hz} ; I_{2cc} = 500 \text{ A} ; P_{1cc} = 720 \text{ W}.$$

**2.a)** Montrer qu'à **vide** sous tension nominale au primaire, on peut négliger la résistance des enroulements.

**2.b)** Calculer les nombres de spires  $N_1$  et  $N_2$  des enroulements primaire et secondaire ainsi que le rapport de transformation  $m$  du transformateur.

**2.c)** Calculer les composantes active et réactive du courant alternatif sinusoïdal équivalent (*même valeur efficace et même puissance*) au courant primaire à vide.

En déduire la résistance et la réactance (*structure parallèle*) de l'impédance équivalente au primaire du transformateur fonctionnant à vide.

**2.d)** En se plaçant dans l'**hypothèse de Kapp**, calculer la résistance  $R_s$  et la réactance  $X_s$  équivalentes de Kapp ramenées au secondaire du transformateur. <sup>(14)</sup>

En déduire le schéma équivalent de Kapp (*ou schéma équivalent de Thévenin*) aux bornes du secondaire du transformateur alimenté sous tension nominale.

Calculer la tension  $U_{2eff}$  au secondaire du transformateur lorsque, sous tension primaire  $U_{1eff} = 10\,000 \text{ V} ; 50 \text{ Hz}$ , il débite un courant secondaire  $I_2 = 500 \text{ A}$  avec un facteur de puissance: 1.

**2.e)** Toujours avec l'hypothèse de Kapp, déterminer les éléments du schéma équivalent "ramené au primaire" de ce transformateur.

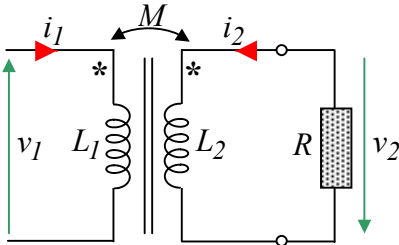
---

<sup>(14)</sup> Utiliser la situation de l'essai en court-circuit, en remarquant que dans ce cas: Pertes fer  $\approx 0$  (car la tension est réduite, et les pertes fer sont sensiblement proportionnelles au carré de la tension)  $\Rightarrow P_{1cc} = r_1 \cdot I_1^2 + r_2 \cdot I_2^2 = r_1 \cdot (m \cdot I_2)^2 + r_2 \cdot I_2^2 = R_s \cdot I_{2cc}^2$ .

### Chap 6. Exercice 9 : Modèle d'un transformateur d'impulsion.

*Plus difficile*

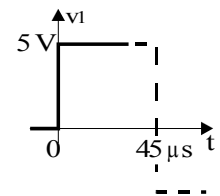
Un transformateur d'impulsion est un transformateur, généralement de petite taille, qui peut être monté directement sur un circuit imprimé. Sa construction est soignée de façon qu'il puisse transmettre des fronts raides.



Objectifs: modèle linéaire du transformateur monophasé; équation différentielle du premier ordre.

Un constructeur de transformateurs d'impulsion indique pour le transformateur IT 243 les caractéristiques suivantes:  $m = 1$ ; tension d'isolement primaire-secondaire = 3,2 kV; produit tension x temps = 250 V.μs; temps de montée = 1 μs; inductances propres  $L_1 = L_2 = 2,5 \text{ mH}$ ; inductance de fuite ramenée au secondaire  $L_{fs} = 85 \text{ μH}$ ; résistance des bobinages:

$r_1 = r_2 = 0,7 \text{ Ω}$ . (Les notations ont été changées pour reprendre celles utilisées dans le cours sur le transformateur monophasé).



Ce transformateur est soumis à une impulsion de tension  $v_1(t)$ .

Il est chargé par une résistance  $R = 100 \text{ Ω}$  de façon à délivrer une impulsion de courant d'environ 50 mA.

a) Établir le schéma équivalent ramené au secondaire (avec l'inductance principale  $L_{H2}$  positionnée au secondaire).

b) En négligeant la tension aux bornes de  $r_1$  par rapport à la tension  $v_1$ , montrer que le courant  $i_2(t)$  répond à une équation différentielle du premier ordre. Calculer sa constante de temps  $\tau$  (régime libre) et son asymptote (régime forcé).

Représenter le graphe de  $|i_2(t)|$  sur l'intervalle sur  $[0; 3\tau]$  sachant que  $i_2(0) = 0$ .

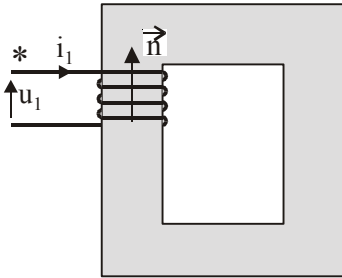
Etablir l'équation du courant dans  $L_{H2}$  sachant que ce courant est nul à  $t = 0$ .

c) Le temps de montée du constructeur est donné pour  $v_2 = 70\%$  de sa valeur finale. Vérifier la valeur donnée.

d) La largeur maximum de l'impulsion de tension doit être  $t_o < \frac{250}{5} \text{ μs}$ . Quel est le phénomène physique qui impose une telle limite ?

9. REPONSES DU CHAPITRE TRANSFORMATEUR MONOPHASE.

Réponse 1:



La normale aux spires peut être obtenue par la règle de la main droite, la règle du tire-bouchon, la règle du bonhomme d'Ampère, etc...

[Retour](#)

Réponse 2:

<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-end; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_1 = + N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_2 = - N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{u_2}{u_1} = - \frac{N_2}{N_1}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1}</math></div> </div>	<p style="text-align: center;">ajouter les points * cohérents avec le flux <math>\phi</math></p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-end; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_1 = - N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_2 = + N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{u_2}{u_1} = - \frac{N_2}{N_1}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{i_1}{i_2} = + \frac{N_2}{N_1}</math></div> </div>
<p style="text-align: center;">ajouter le flux <math>\phi</math> et le second point *</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-end; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_1 = - N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_2 = + N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{u_2}{u_1} = - \frac{N_2}{N_1}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1}</math></div> </div>	<p style="text-align: center;">Compléter les cases sans représenter les bobinages en supposant le flux <math>\phi</math> cohérent avec les points *</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-end; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_1 = + N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>u_2 = + N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{u_2}{u_1} = + \frac{N_2}{N_1}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px; text-align: center;"><math>\frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1}</math></div> </div>

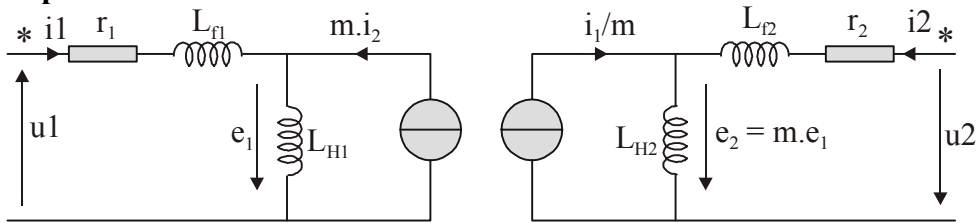
[Retour](#)

Réponse 3:

$$u_1(t) = r_1 \cdot i_1 + \frac{d\phi_1(t)}{dt}$$

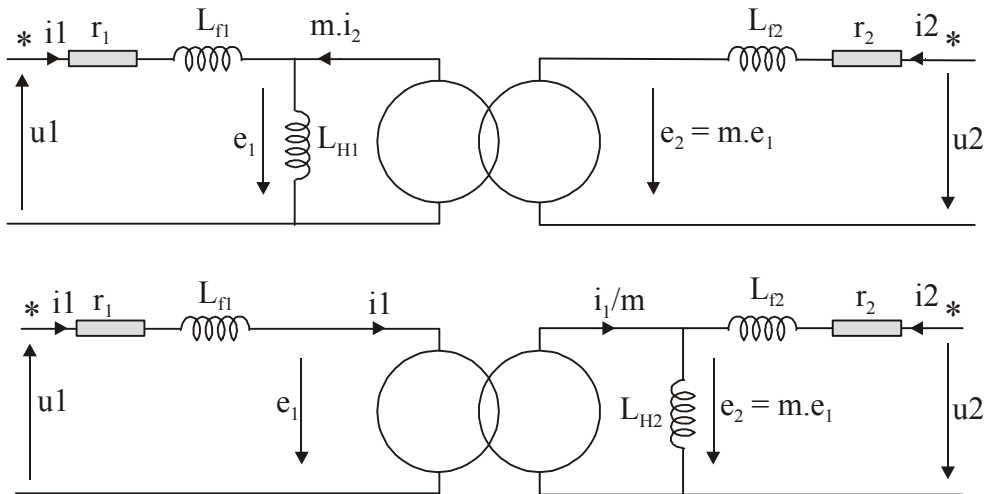
[Retour](#)

Réponse 4:



[Retour](#)

Réponse 5:



[Retour](#)

Réponse 6:

$$\varphi_c = \frac{N_1 \cdot i_1}{\mathfrak{R}} \Rightarrow L_{H1} = \frac{N_1 \cdot \varphi_c}{i_1} = \frac{N_1 \cdot \left( \frac{N_1 \cdot i_1}{\mathfrak{R}} \right)}{i_1} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}}$$

$$M = \frac{N_2 \cdot \varphi_c}{i_1} = \frac{N_2 \cdot \left( \frac{N_1 \cdot i_1}{\mathfrak{R}} \right)}{i_1} = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathfrak{R}}$$

$$L_{H2} = \frac{M^2}{L_{H1}} = \frac{\left( \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathfrak{R}} \right)^2}{\frac{N_1^2}{\mathfrak{R}}} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}}$$

$$\Rightarrow L_{f1} = L_1 - L_{H1}, L_{f2} = L_2 - L_{H2} \text{ et } m = \sqrt{\frac{L_{H2}}{L_{H1}}} = \frac{N_2}{N_1}$$

Retour

**Réponse 7:**

$$L_{f2} = 0 \Rightarrow L_{H2} = L_2 - L_{f2} = L_2$$

$$L_{H1} = \frac{M^2}{L_{H2}} = \frac{M^2}{L_2} = \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} \cdot L_1 = k^2 \cdot L_1$$

(avec:  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$  : coefficient de couplage).

$$L_{f1} = L_1 - L_{H1} = L_1 - k^2 \cdot L_1 = L_1 \cdot (1 - k^2) = \sigma \cdot L_1$$

(avec :  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - k^2$  : coefficient de dispersion)

Retour

**Réponse 8:**

$$L_{f1} = 0 \Rightarrow L_{H1} = L_1 - L_{f1} = L_1$$

$$L_{H2} = \frac{M^2}{L_{H1}} = \frac{M^2}{L_1} = \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} \cdot L_2 = k^2 \cdot L_2$$

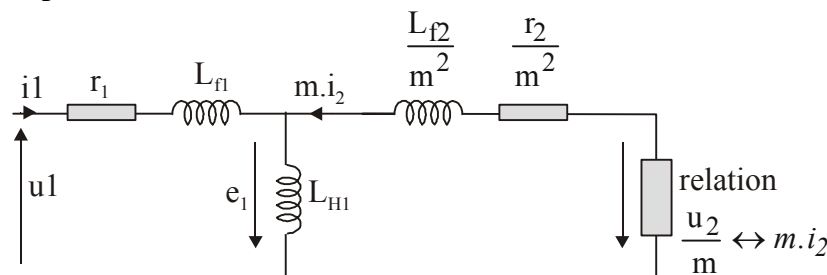
(avec:  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$  : coefficient de couplage).

$$L_{f2} = L_2 - L_{H2} = L_2 - k^2 \cdot L_2 = L_2 \cdot (1 - k^2) = \sigma \cdot L_2$$

(avec :  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - k^2$  : coefficient de dispersion)

Retour

**Réponse 9:**



Retour



**Réponse 10:**

En régime alternatif sinusoïdal:  $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 \Leftrightarrow \frac{\underline{U}_2}{m} = \frac{\underline{Z}_2}{m} \cdot \underline{I}_2 = \left( \frac{\underline{Z}_2}{m^2} \right) \cdot (m \cdot \underline{I}_2)$ .

$\Rightarrow$  La relation entre  $\frac{\underline{U}_2}{m}$  et  $(m \cdot \underline{I}_2)$  est une impédance  $\frac{\frac{\underline{U}_2}{m}}{m \cdot \underline{I}_2} = \frac{\underline{Z}_2}{m^2}$ . On remplace donc le dipôle établissant la relation entre  $\frac{\underline{U}_2}{m}$  et  $(m \cdot \underline{I}_2)$  par une impédance équivalent  $\frac{\underline{Z}_2}{m^2}$

[Retour](#)**Réponse 11:**

Lorsque la charge est une diode idéale en série avec une résistance R:

Si  $u_2 > 0 \Rightarrow i_2 = 0 \rightarrow$  Si  $\frac{u_2}{m} > 0 \Rightarrow m \cdot i_2 = 0$ .

Si  $u_2 < 0 \Rightarrow i_2 = \frac{u_2}{R} \rightarrow$  Si  $\frac{u_2}{m} < 0 \Rightarrow m \cdot i_2 = m \cdot \frac{u_2}{R} = \left( \frac{m^2}{R} \right) \cdot \left( \frac{u_2}{m} \right)$ .

La relation entre  $\frac{u_2}{m}$  et  $m \cdot i_2$  peut être symbolisée par une diode idéale en série avec une résistance  $\frac{R}{m^2}$ . On peut généraliser cette démarche à un dipôle comportant des interrupteurs idéaux associés à des dipôles linéaires (très utile en électronique de puissance...)

[Retour](#)**Réponse 12:**

Le déplacement de  $L_{H1}$  en entrée du montage ne doit pas modifier de façon importante le comportement du dipôle. Cela suppose que la chute de tension dans  $r_1$  et  $L_{f1}$  soit faible devant  $u_1$ :

$$r_1 \cdot i_1(t) + L_{f1} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \ll u_1(t).$$

La suppression de  $L_{H1}$  dans le schéma équivalent du transformateur suppose que le courant dans  $L_{H1}$  soit négligeable devant  $m \cdot i_2$  (Ce qui suppose un fonctionnement en charge).

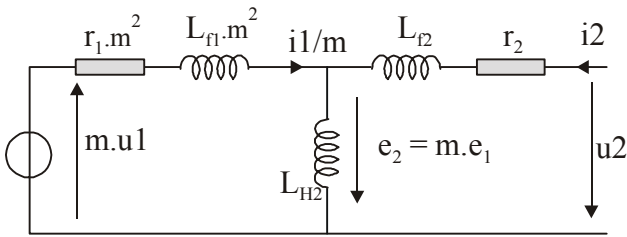
[Retour](#)**Réponse 13:**

$$e_1(t) = L_{f1} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + r_1 \cdot i_1(t) - u_1(t)$$

$$\Rightarrow e_2(t) = m \cdot e_1(t) = m \cdot L_{f1} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + m \cdot r_1 \cdot i_1(t) - m \cdot u_1(t)$$

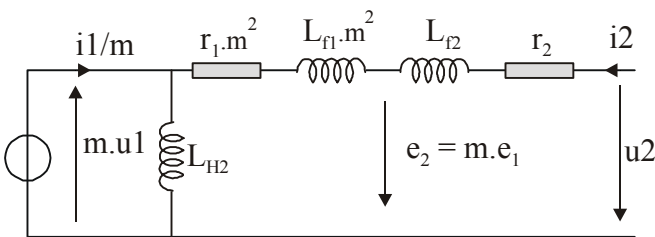
$$\Rightarrow e_2(t) = m^2 \cdot L_{f1} \cdot \frac{d\left(\frac{i_1(t)}{m}\right)}{dt} + m^2 \cdot r_1 \cdot \left(\frac{i_1(t)}{m}\right) - m \cdot u_1(t).$$

On en déduit le schéma équivalent ramené au secondaire suivant:



$$\text{Si } r_1 \cdot i_1(t) + L_{f1} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \ll u_1(t) \Rightarrow r_1 \cdot m^2 \cdot \frac{i_1(t)}{m} + L_{f1} \cdot m^2 \cdot \frac{d\left(\frac{i_1(t)}{m}\right)}{dt} \ll m \cdot u_1(t).$$

Dans ce cas  $L_{H2}$  peut être déplacé près de  $m \cdot u_1$ .



Vu des bornes du secondaire, c'est équivalent à faire disparaître  $L_{H2}$  lorsque le primaire est attaqué par une source de tension  $u_1$ .

- La suppression de  $L_{H2}$  dans le schéma équivalent du transformateur suppose que le courant dans  $L_{H2}$  soit négligeable devant  $i_2$ . (Ce qui suppose un fonctionnement en charge). Cela conduit à écrire  $i_1(t) = -m \cdot i_2(t)$  ou  $\frac{i_1(t)}{m} = -i_2(t)$ .

Vu du secondaire, cela conduit donc à négliger l'influence de  $L_{H2}$ .

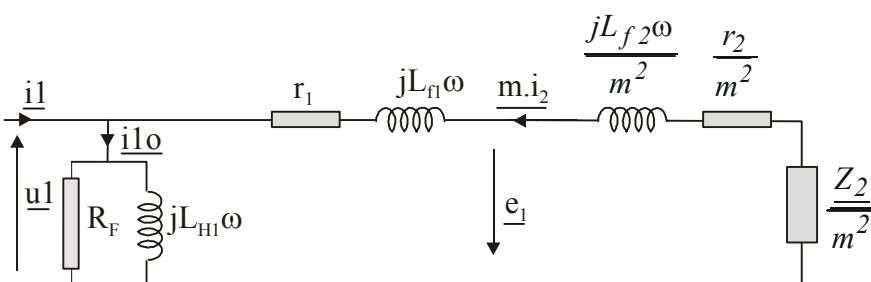
[Retour](#)

**Réponse 14:**

$$m \cdot \underline{e}_1 = (jL_{f2} \cdot \omega + r_2 + \underline{Z}_2) \cdot \underline{i}_2 \Leftrightarrow \underline{e}_1 = \frac{(jL_{f2} \cdot \omega + r_2 + \underline{Z}_2)}{m} \cdot \underline{i}_2$$

$$\Leftrightarrow \underline{e}_1 = \frac{(jL_{f2} \cdot \omega + r_2 + \underline{Z}_2)}{m^2} \cdot m \cdot \underline{i}_2$$

Ce qui conduit au schéma équivalent « ramené au primaire » suivant:



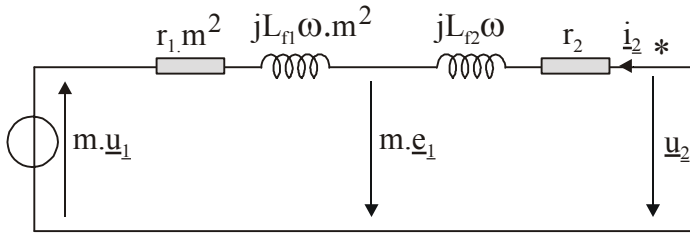
Cette démarche permet de déterminer un dipôle équivalent à l'ensemble transformateur + charge pour calculer son comportement vis à vis de la source d'alimentation du primaire

[Retour](#)

**Réponse 15:**

$$\underline{e}_1 = - (jL_{f1} \cdot \omega + r_1) \cdot m \cdot \underline{i}_2 - \underline{u}_1 \Leftrightarrow m \cdot \underline{e}_1 = - m \cdot (jL_{f1} \cdot \omega + r_1) \cdot m \cdot \underline{i}_2 - m \cdot \underline{u}_1$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \underline{e}_1 = - (jL_{f1} \cdot m^2 \cdot \omega + r_1 \cdot m^2) \cdot \underline{i}_2 - m \cdot \underline{u}_1$$



On obtient un modèle équivalent de Thévenin de l'ensemble source d'alimentation + transformateur. Ce modèle permet de calculer le comportement de cet ensemble lorsqu'il est associé à une charge.

[Retour](#)

**Réponse 16:**

Soient  $P = U_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi)$  et  $Q = U_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \sin(\varphi)$ .

A condition de prendre pour module des complexes la valeur efficace des tensions et des courants, on peut écrire la puissance apparente complexe:

$$\underline{S1} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = U_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot e^{j[arg(U_1) - arg(I_1)]} = U_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot e^{j\varphi}$$

$$\Rightarrow \underline{S1} = U_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi) + j \cdot U_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \sin(\varphi) = P + j \cdot Q$$

$\underline{S1}$  est la « puissance apparente complexe » consommée au primaire du transformateur en court-circuit.

$$\Rightarrow \underline{S1} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = [m \cdot \underline{U}_1] \left[ \frac{I_1^*}{m} \right] = \left[ - (r_1 m^2 + jL_{f1} \cdot \omega \cdot m^2 + jL_{f2} \cdot \omega + r_2) \underline{i}_2 \right] \cdot \left[ - \underline{I}_2^* \right]$$

$$\Rightarrow \underline{S1} = (r_1 m^2 + jL_{f1} \cdot \omega \cdot m^2 + jL_{f2} \cdot \omega + r_2) \cdot I_{2eff}^2$$

$$\Rightarrow \underline{S1} = \left[ (r_1 m^2 + r_2) I_{2eff}^2 \right] + j \cdot \left[ (L_{f1} \cdot \omega \cdot m^2 + jL_{f2} \cdot \omega) I_{2eff}^2 \right] = P + j \cdot Q$$

- En mesurant la puissance active P absorbée au primaire et le courant efficace au secondaire, lors de l'essai en court-circuit, on en déduit:  $r_1 m^2 + r_2 = \frac{P}{I_{2eff}^2}$ .

En mesurant la puissance réactive Q absorbée au primaire et le courant efficace au secondaire, lors de l'essai en court-circuit, on en déduit:  $L_{f1} \cdot \omega \cdot m^2 + jL_{f2} \cdot \omega = \frac{Q}{I_{2eff}^2}$ .

- Lors de l'essai en court-circuit,  $I_{1eff} = m \cdot I_{2eff}$ , et donc :

$$P = (r_1 m^2 + r_2) \cdot I_{2eff}^2 = r_1 \cdot I_{1eff}^2 + r_2 \cdot I_{2eff}^2 = \text{pertes joule dans les bobinages à } I_{2eff} \text{ donné.}$$

[Retour](#)