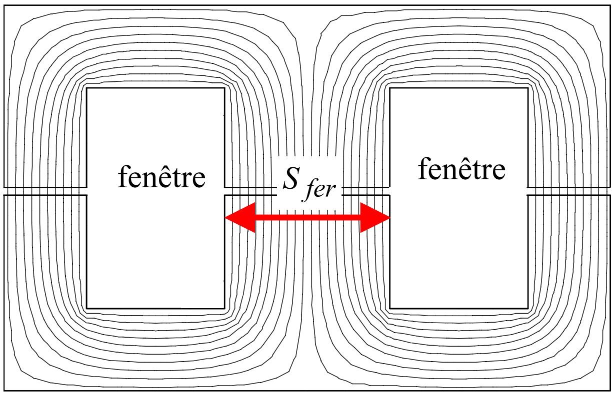
Corrigé de : Chapitre4. Exercice 4 « Justification de la constitution d'une inductance de lissage »

a) L'objectif de cet exercice est de justifier le dimensionnement de l'inductance de lissage. La « surface de fer » (on a conservé l'expression du sujet de concours) est donc la surface du circuit magnétique qui canalise les lignes de champ. Cette surface S_{fer} est destinée au calcul du flux dans une spire du bobinage.



C'est donc l'aire d'une section droite du noyau central :

$S_{fer} = 140 \,.\, 160 = 22400 \; mm^2 = 2{,}24.10^{-2} \; m^2$

$I_{max} = I_{moy} + I_{alternatif\,max} = 410 + 65 = 475 \; A$

$\phi_{max} = L \,.\, I_{max} = N.S_{fer} \,.\, B_{max}$

$\Rightarrow S_{fer} = \dfrac{L \,.\, I_{max}}{N.\, B_{max}} = \dfrac{4{,}4.10^{-3} \,.\, 475}{62 \,.\, 1{,}5} = 22{,}47.10^{-3} \; m^2$.

C'est cohérent avec la valeur choisie pour S_{fer}.

b) La section du conducteur qui réalise le bobinage est liée à l'effet joule et à la difficulté pour évacuer la chaleur produite par cet effet. L'effet joule dépend de la valeur efficace du courant. C'est pour cette raison que le calcul de la valeur efficace et de la section du conducteur sont associés dans la même question.

$$I_{eff} = \sqrt{410^2 + \left(\frac{65}{\sqrt{2}}\right)^2} = 412{,}6 \; A \quad (^1)$$

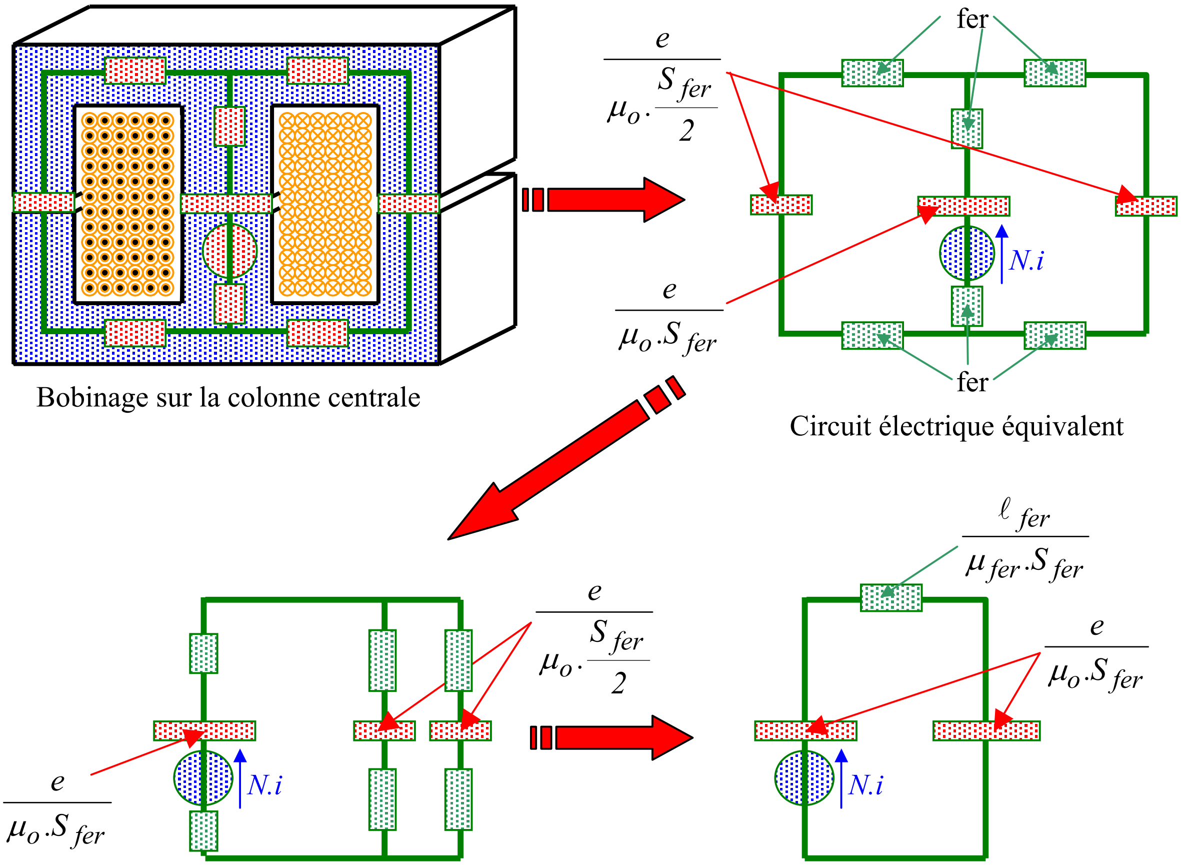
La valeur maximale du courant efficace admissible dans le bobinage est (en négligeant l'effet de peau):
$(I_{eff})_{max} = J_{max} \,.\, S_{cu} = 5 \,.\, 95 = 475 \; A$
. La section du conducteur choisi est donc suffisante.

c) Surface de la fenêtre du circuit magnétique : $S_{fenêtre} = 120 \,.\, 170 = 20400 \; mm^2$

Surface du bobinage (ou section droite du bobinage) : $S_b = N \,.\, S_{cu} \,.\, K_b = 62 \,.\, 95 \,.\, 3 = 17670 \; mm^2$.
Il y a donc assez de place dans la fenêtre pour loger la bobine. (C'est ce qu'on voulait vérifier)

([1]) Pour revoir la notion de valeur efficace et ses propriétés, voir Baselecpro chapitre 10

d)



$$\Re_{fer} = \frac{\ell_{fer}}{\mu_{fer} . S_{fer}} = \frac{0{,}98}{4\pi.10^{-7} \, . \, 1500 \, . \, 2{,}24.10^{-2}} = 23210 \ H^{-1}$$

$$\Re_{entrefer} = \frac{2 \, . \, e}{\mu_o . S_{fer}} = \frac{2 \, . \, 12.10^{-3}}{4\pi.10^{-7} \, . \, 2{,}24.10^{-2}} = 852616 \ H^{-1}$$

On remarque $\Re_{entrefer} >> \Re_{fer}$

$$L = \frac{N^2}{\Re_{eq}} = \frac{N^2}{\Re_{fer} + \Re_{entrefer}} = \frac{62^2}{23210 + 852616} = 4{,}39 \ mH$$

e) $$W_{f_{max}} = \frac{{B_{max}}^2 . v_{fer}}{2.\mu_{fer}} = \frac{1{,}5^2 \, . \, 0{,}98 \, . \, 2{,}24.10^{-2}}{2 \, . \, 4\pi.10^{-7} \, . \, 1500} = 13{,}1 \ J$$

$$W_{e_{max}} = \frac{{B_{max}}^2 . v_{entrefer}}{2.\mu_o} = \frac{1{,}5^2 \, . \, 12.10^{-3} \, . \, 2{,}24.10^{-2} \, . \, 2}{2 \, . \, 4\pi.10^{-7}} = 481{,}3 \ J$$

L'énergie magnétique stockée dans le fer est très faible par rapport à l'énergie magnétique stockée dans l'entrefer.

$W_{t_{max}} = W_{f_{max}} + W_{e_{max}} = 13{,}1 + 481{,}3 = 494{,}4 \ J$ et $\frac{1}{2} . L . {I_{max}}^2 = \frac{1}{2} . 4{,}4.10^{-3} \, . \, 475^2 = 496{,}4 \ J$

Les deux résultats sont cohérents (0,4 % de différence)

2-a) : *L'objectif est maintenant de développer une méthode de dimensionnement d'une inductance de lissage. Ensuite, on vérifiera les dimensions proposées en début d'exercice.*

$$L = \frac{N^2}{\Re_{eq}} = \frac{N^2}{\dfrac{\ell_{fer}}{\mu . S_{fer}} + \dfrac{e}{\mu o . S_{fer}}} \approx \frac{N^2}{\dfrac{e}{\mu o . S_{fer}}} \quad \Rightarrow L \approx \frac{N^2 . \mu o . S_{fer}}{e} \; ;$$

$$N.i = H_{fer} . \ell_{fer} + H_{entrefer} . e \approx H_{entrefer} . e , \quad \Rightarrow i \approx \frac{B . e}{\mu o . N} \quad \Rightarrow I_{max} \approx \frac{B_{max} . e}{\mu o . N}$$

$$L . I_{max}{}^2 = L . I_{max} . F_c . I_{eff} \quad \approx \left(\frac{N^2 . \mu o . S_{fer}}{e} \right) . \left(\frac{B_{max} . e}{\mu o . N} \right) . \left(F_c . \frac{J . S_b}{N . K_b} \right) = \frac{S_{fer} . B_{max} . F_c . J . S_b}{K_b}$$

Les grandeurs J et K_b sont des constantes issues de l'expérience. Le facteur de crête F_c dépend du fonctionnement du montage utilisant l'inductance.

Le nombre de spires constituant le bobinage est limité par la taille de la fenêtre du circuit magnétique. On a vu dans l'exercice *Chap4 Exercice 2* qu'il est souhaitable de calculer l'entrefer de façon que le bobinage occupe la quasi-totalité de l'espace disponible dans la fenêtre ($S_b \le S_{fenêtre}$). Cette condition permet de réduire la taille du circuit magnétique et donc la longueur des spires du bobinage.

Les grandeurs B_{sat} (limite de saturation), S_{fer} et $S_{fenêtre}$ sont données par les catalogues de constructeurs de circuits magnétiques. La connaissance de $L . I_{max}{}^2$ (qui a la dimension d'une énergie (en Joule)) permet donc de choisir un circuit magnétique de façon que $\boxed{\underbrace{L . I_{max}{}^2}_{connu} \le S_{fer} . B_{sat} . S_{fenêtre} . \underbrace{\frac{J . F_c}{K_b}}_{connu}}$.

Après avoir choisi le circuit magnétique dans un catalogue, on connaît donc les valeurs de B_{sat} , S_{fer} et $S_{fenêtre}$ données par le fabriquant du circuit magnétique.

Sachant que $\phi_{max} = L . I_{max} = N . S_{fer} . B_{max} \quad \Leftrightarrow N = \dfrac{L . I_{max}}{S_{fer} . B_{max}}$, il faut choisir $\boxed{N \ge \dfrac{L . I_{max}}{S_{fer} . B_{sat}}}$ pour que B_{max} n'atteigne pas la limite de saturation B_{sat} .

De façon que le bobinage tienne dans la fenêtre On prend $\boxed{\left(N = \dfrac{J . S_b}{I_{eff} . K_b} \right) \le \dfrac{J . S_{fenêtre}}{I_{eff} . K_b}}$.

Après avoir déterminé le nombre de spires *N*, on déduit $B_{max} = \dfrac{L . I_{max}}{S_{fer} . N}$ et l'entrefer $\boxed{e = \dfrac{I_{max} . \mu o . N}{B_{max}}}$.

Ces valeurs étant approchées (voir les hypothèses simplificatrices de départ), on peut ensuite affiner le choix en faisant éventuellement appel à la simulation.

On trouvera des développements supplémentaires dans
EdP CNRS 5DimensTransfo-Inductances Jean-Claude Guignard juin-08

Vérifions le dimensionnement de notre bobine :

Cahier des charges : *On veut obtenir une bobine d'inductance 4,4 mH avec un courant* $I_{max} = 475\ A$ *et* $I_{eff} = 412{,}6\ A$*, donc avec un facteur de crête :* $F_c = \dfrac{I_{max}}{I_{eff}} = \dfrac{475}{412{,}6} = 1{,}151$

- La section du conducteur constituant le bobinage doit être au minimum de

$S_{cu_{min}} = \dfrac{I_{eff}}{J_{max}} = \dfrac{412{,}6}{5} = 82{,}5\ mm^2$. On trouve dans le commerce un conducteur de $95\ mm^2$ de section.

La densité maximale de courant sera donc $J = \dfrac{I_{eff}}{S_{cu}} = \dfrac{412{,}6}{95} = 4{,}343\ A/mm^2$

- Pour ce type de bobine, on sait par expérience que le coefficient de foisonnement est $K_b = 3$

- $\underbrace{L\,.\,I_{max}{}^2}_{connu} \leq S_{fer}\,.\,B_{sat}\,.\,S_{fenêtre}\,.\,\underbrace{\dfrac{J.F_c}{K_b}}_{connu} \Leftrightarrow S_{fer}\,.\,B_{sat}\,.\,S_{fenêtre} \geq \dfrac{L\,.\,I_{max}{}^2\,.\,K_b}{J.F_c}$

On calcule $\dfrac{L\,.\,I_{max}{}^2\,.\,K_b}{J.F_c} = \dfrac{4{,}4.10^{-3}\,.\,475^2\,.\,3}{4{,}34.10^6\,.\,1{,}151} = 5{,}96.10^{-4}\ T.m^4$

On trouve un circuit magnétique tel que $B_{sat} = 1{,}6\ T$, $S_{fer} = 140\,.\,160 = 22400\ mm^2 = 2{,}24.10^{-2}\ m^2$

et $S_{fenêtre} = 120\,.\,170 = 20400\ mm^2 = 0{,}0204\ m^2$

Donc $S_{fer}\,.\,B_{sat}\,.\,S_{fenêtre} = 2{,}24.10^{-2}\,.\,1{,}6\,.\,0{,}0204 = 7{,}31.10^{-4}\ T.m^4$

Ce circuit magnétique convient donc bien au cahier des charges.

- On veut $N \leq \left(\dfrac{J\,.\,S_{fenêtre}}{I_{eff}\,.K_b} = \dfrac{4{,}343.10^6\,.\,0{,}0204}{475\,.\,3} = 62{,}2\ spires \right)$ et

$N \geq \dfrac{L\,.\,I_{max}}{S_{fer}\,.\,B_{sat}} = \dfrac{4{,}4.10^{-3}\,.\,475}{2{,}24.10^{-2}\,.\,1{,}6} = 58{,}3\ spires$ On choisit $N = 62\ spires$ de façon que le point de fonctionnement reste en dessous de la saturation magnétique.

- $\Rightarrow B_{max} = \dfrac{L\,.\,I_{max}}{S_{fer}\,.\,N} = \dfrac{4{,}4.10^{-3}\,.\,475}{2{,}24.10^{-2}\,.\,62} = 1{,}505\ T$

$\Rightarrow e = \dfrac{I_{max}\,.\mu o.N}{B_{max}} = \dfrac{475\,.\,4\pi.10^{-7}\,.\,62}{1{,}505} = 0{,}0246 m$ soit deux entrefers de $12{,}3\ mm$

Les valeurs déterminées sont très proches des valeurs proposées par le sujet du concours.