

Electrotechnique

Électromagnétisme

Michel PIOU

Chapitre 2 Ferromagnétisme et circuits magnétiques

Édition 25/05/2010

Ferromagnétisme et circuits magnétiques

Table des matières

1.	POURQUOI ET COMMENT ?.....	1
2.	CIRCUITS MAGNETIQUES, CHAMP MAGNETIQUE ET THEOREME D'AMPERE.....	2
2.1	Circuits magnétiques.....	2
2.2	Ferromagnétisme.....	3
2.3	Notion de Champ d'excitation magnétique.....	6
2.4	Théorème d'Ampère.....	8
2.5	Circuits magnétiques linéaires ().....	14
2.6	Pertes par hystérésis et courants de Foucault.....	19
2.7	Les matériaux ferromagnétiques.....	22
3.	CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.....	24
4.	PROBLEMES ET EXERCICES.....	25
Chap 2. Exercice 1 :	Orientation et signes.....	25
Chap 2. Exercice 2 :	Bobinage soumis à un flux variable.....	25
Chap 2. Exercice 3 :	Calcul d'une force magnéto-motrice.....	26
Chap 2. Exercice 4 :	Sonde à effet Hall type module LEM®.....	27
Chap 2. Exercice 5 :	Surintensité à la mise sous tension d'un bobinage en alternatif sinus.....	28
5.	REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS.....	30

Copyright : droits et obligations des utilisateurs

Ce document est extrait de la ressource *MagnElecPro* qui est disponible en version numérique sur le site Internet *IUT en ligne*

Je ne renonce pas à ma qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de mon document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document et de la ressource *MagnElecPro*, notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Tout ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou*, la référence à *MagnElecPro* et au site Internet *IUT en ligne*.

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes - FRANCE

1. POURQUOI ET COMMENT ?

Nous avons vu dans le chapitre précédent la notion de champ d'induction magnétique dans l'air.

Certains matériaux (dont le plus connu est le fer) ont la propriété de modifier considérablement ce champ d'induction magnétique. Cette propriété est appelée « ferromagnétisme ».

Avec ces matériaux, on réalise des objets qui peuvent canaliser le champ d'induction magnétique; on parle alors de « circuits magnétiques ». Ces circuits magnétiques se rencontrent dans de nombreux systèmes électrotechniques (par exemple dans les inductances, les transformateurs et les moteurs électriques).

Prérequis :

Les notions de **champ d'induction** magnétique \vec{B} et de **flux**, ainsi que la loi de **Faraday** doivent être connus avec les choix d'**orientations** associés. (revoir au besoin le chapitre 1)

Objectifs :

Pour étudier les circuits magnétiques, nous aurons besoin d'une notion nouvelle : le champ d'excitation magnétique \vec{H} . Celui-ci est doté d'une propriété particulière appelée « le **théorème d'Ampère** ». L'objectif est de connaître par cœur le théorème d'Ampère et de savoir le mettre en œuvre dans des situations simples.

On insistera plus particulièrement sur les **circuits magnétiques en « régime linéaire »**, car cette approche permet de « dégrossir » rapidement une étude (avant d'utiliser éventuellement un logiciel de simulation pour une étude plus fine).

Méthode de travail :

Comme dans le chapitre précédent, ces notions nouvelles, relativement théoriques, nécessiteront un effort d'apprentissage

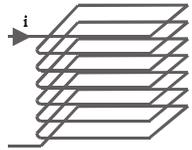
Une grande attention devra être apportée aux questions de la rubrique « Ce que j'ai retenu de ce chapitre ». Les définitions à retenir devront être connues par cœur même si leur compréhension n'est pas totale dans un premier temps.

Travail en autonomie :

Pour permettre une étude du cours de façon autonome, les réponses aux questions du cours sont données en fin de document.

2. CIRCUITS MAGNETIQUES, CHAMP MAGNETIQUE ET THEOREME D'AMPERE.

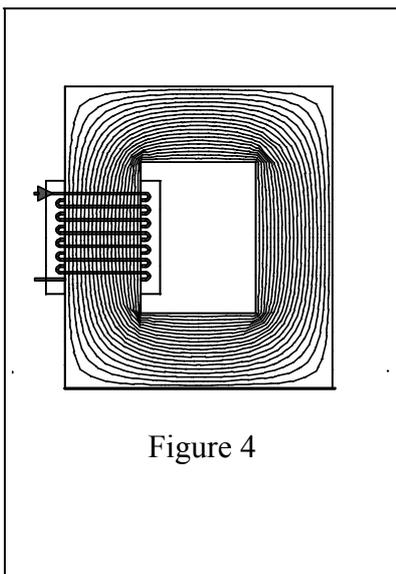
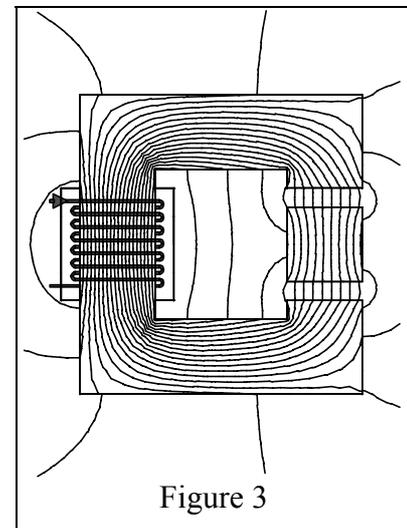
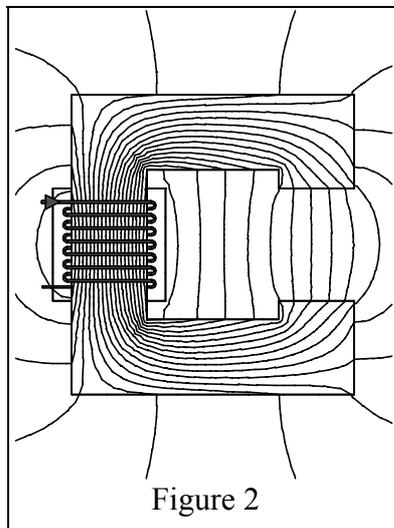
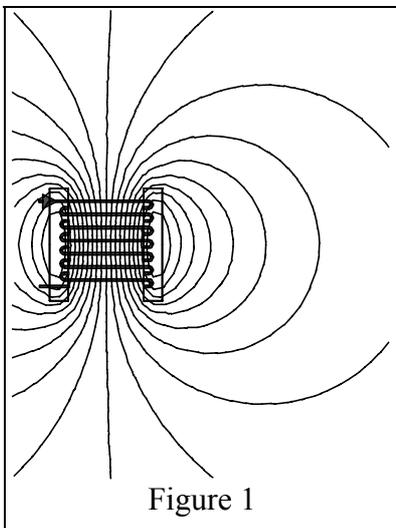
2.1 Circuits magnétiques



Une bobine parcourue par un courant engendre un champ d'induction magnétique dans son environnement.

Si on place dans cet environnement un objet en matériau « ferromagnétique », celui-ci peut modifier considérablement ce champ. On parle alors de « circuit magnétique ».

Voici le résultat de différentes simulations avec un logiciel de calcul de champs. Ce logiciel simule en deux dimensions. On obtient donc des vues en coupe de la bobine.



- La figure 1 est le résultat de la simulation des lignes de champ d'induction générée par une bobine parcourue par un courant et placée dans l'air (vue en coupe).

Les deux petits rectangles représentent les limites d'encombrement de cette bobine.

- La figure 2 est le résultat de la simulation des lignes de champ d'induction générée par la même bobine enroulée autour d'un objet réalisé en matériaux ferromagnétique.

L'objet présente une large ouverture (entrefer). Les lignes de champ sont assez dispersées. *(Il est conseillé de colorier l'objet)*

Pour la figure 3, on a ajouté un noyau carré en matériau ferromagnétique dans l'entrefer précédent. *(Colorier les objets ferromagnétiques)*. Les lignes de champ sont principalement canalisées dans le circuit magnétique ainsi réalisé. **(Réponse 1:)**

- Le circuit magnétique de la figure 4 ne présente pas d'entrefer. Les lignes de champ sont très bien canalisées.

Conclusion:

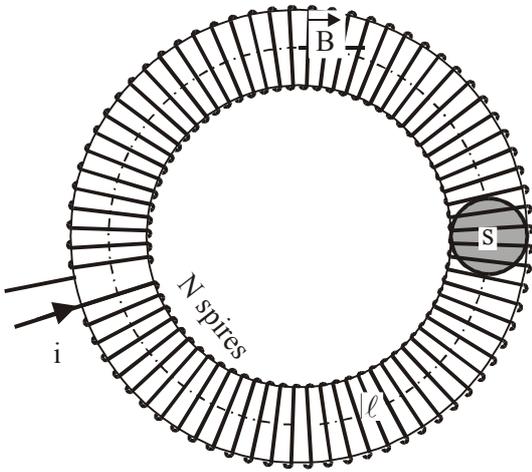
Un circuit magnétique est un ensemble de corps aimantables (ferromagnétiques en général) qui canalises les lignes d'induction magnétiques.

On les retrouve dans les machines électromécaniques, les transformateurs, les inductances, les capteurs inductifs...

2.2 Ferromagnétisme

2.2.1 Force magnétomotrice.

Considérons un tore bobiné ⁽¹⁾, ce tore constitue un circuit magnétique car il canalise les lignes d'induction magnétique.



Si le tore est rempli d'air ou de vide, l'induction magnétique sur sa "fibre moyenne" ⁽²⁾ (de longueur ℓ sur le schéma) est: $\|\vec{B}\| = \mu_o \cdot \frac{N.i}{\ell}$

(Cette relation ne sera pas démontrée)

Avec: μ_o : perméabilité magnétique du vide:

$$(\mu_o = 4.\pi.10^{-7} \text{ SI})$$

N: nombre de spires du bobinage.

i: intensité du courant dans le bobinage.

ℓ : longueur de la fibre moyenne du tore.

Le produit $N.i$ est appelé « force magnétomotrice » (en abrégé: f.m.m.).
Il constitue la cause du magnétisme.

2.2.2 Notion d'hystérésis.

Si le tore est constitué d'un matériau ferromagnétique (fer ou alliage fer+nickel ou fer+cobalt etc.), pour un même bobinage et un même courant, l'induction magnétique est beaucoup plus grande qu'avec de l'air.

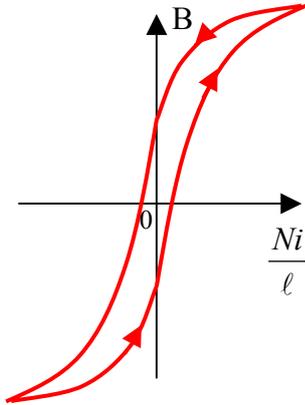
De plus la relation entre l'induction et la force magnétomotrice $N.i$ n'est pas toujours linéaire et elle dépend de l'état antérieur du matériau.

(1) La "section droite" d'un tore est circulaire.

(2) La "fibre moyenne" est la ligne d'induction "moyenne" du circuit magnétique. Elle passe par le centre des sections droites du circuit magnétique.

- On représente généralement le graphe : B en fonction de $\frac{N.i}{\ell}$ (3)

C'est ce qu'on appelle: le "cycle d'hystérésis" du matériau.

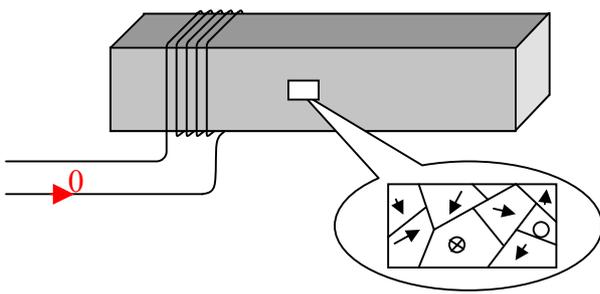


Ce cycle d'hystérésis dépend du matériau considéré, mais aussi d'autres paramètres tels que la fréquence et l'allure du courant $i(t)$ (sinusoïdal, carré, etc...), la présentation du matériau (massif ou feuilleté) et même les contraintes mécaniques (pression ou traction exercée sur le circuit magnétique).

Nous reviendrons sur ces caractéristiques dans le chapitre consacré aux pertes d'énergie dans les circuits magnétiques.

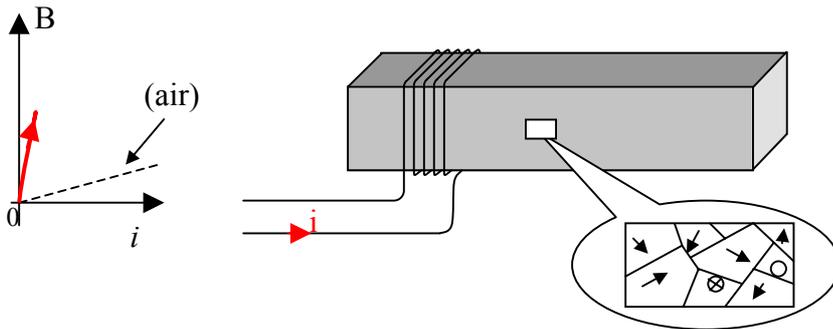
Pour les matériaux non ferromagnétiques la valeur de B (à $\frac{N.i}{\ell}$ donné) est beaucoup plus faible que pour des matériaux ferromagnétiques. (dans un rapport qui est souvent de 1 à 1000 !).

- Ce phénomène d'hystérésis (qui est particulier à quelques matériaux) s'explique par la présence dans ceux-ci de "domaines magnétiques" dits "domaines de Weiss" résultant d'une organisation particulière des atomes.
Ces matériaux sont cloisonnés en petits éléments, chacun d'eux se comportant comme un aimant microscopique.



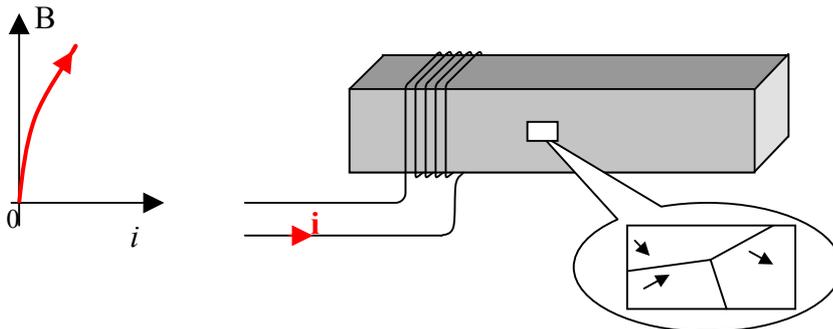
Lorsque le matériau n'est pas « magnétisé », les effets de ces petits aimants s'annulent entre eux, et, à l'échelle macroscopique, il n'en résulte aucune induction.

(3) $B = \|\vec{B}\|$ multiplié par +1 ou -1 selon que \vec{B} est ou n'est pas dans le sens définie par la normale \vec{n} (donnée par l'orientation de la spire).

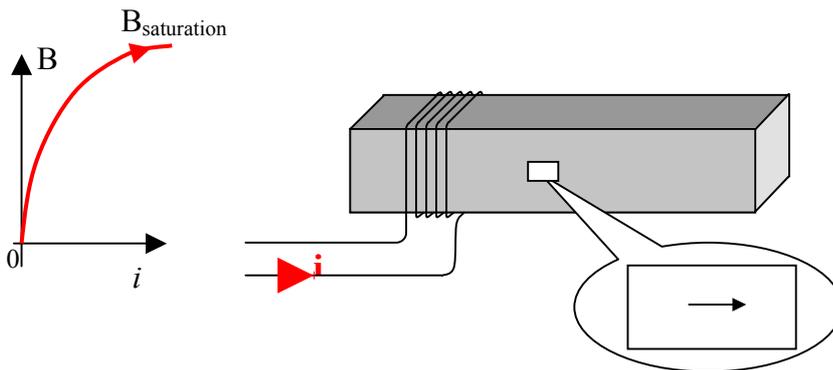


est donc globalement renforcée par rapport à ce qu'elle serait dans l'air.

- Sous l'action d'une force magnétomotrice $N.i$ extérieure, dans un premier temps, les « parois » entre les domaines se déplacent. Les domaines dont l'aimantation se rapproche le plus de l'action extérieure s'agrandissent au détriment des autres. L'induction magnétique

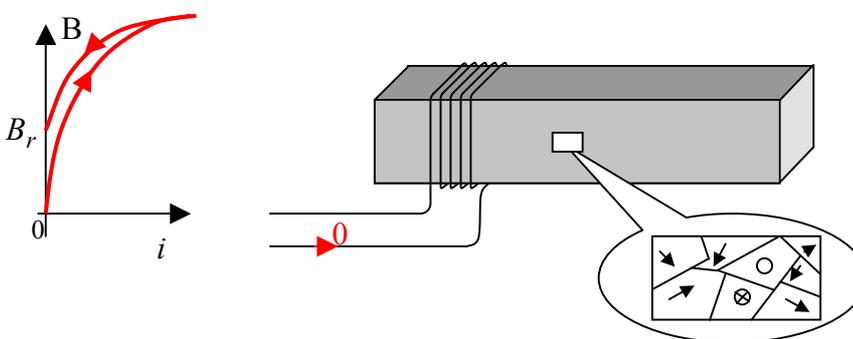


- Si la force magnéto-motrice $N.i$ se renforce, les domaines dont l'aimantation est contraire disparaissent

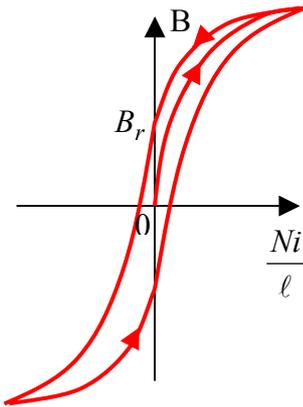


- Si la force magnéto-motrice $N.i$ se renforce encore, les dernières parois disparaissent, et l'aimantation interne du matériau prend la direction de l'action extérieure. Le matériau est alors saturé.

Une augmentation supplémentaire de la force magnéto-motrice extérieure n'engendrera pas d'accroissement significatif de l'aimantation.



- Si la force magnétomotrice $N.i$ est supprimée, l'aimantation interne ne revient pas à zéro. De manière imagée, on peut dire que le matériau est doté d'une « viscosité » magnétique. L'induction résiduelle, après suppression de toute action extérieure est appelée « induction rémanente » (B_r).



- Si on inverse la force magnétomotrice, B peut évoluer dans le tore suivant la courbe ci-contre jusqu'à $-B_{\text{saturation}}$ par exemple.
 - Si on chauffe un matériau aimanté (à B rémanent) au-delà d'une température spécifique (dite **point de Curie** de ce matériau), celui-ci perd son aimantation rémanente et retrouve son état désaimanté initial.
- Par exemple le point de Curie de l'acier est d'environ 750°C.

Conclusion:

La relation entre l'effet (\vec{B}) et la cause ($N.i$) dépend de l'environnement (nature et forme du circuit magnétique), elle dépend également de l'histoire du circuit magnétique (état initial des domaines magnétiques). Il n'existe donc pas un cycle d'hystérésis unique pour caractériser un matériau ferromagnétique donné.

Les matériaux (en particulier les matériaux ferromagnétiques) interviennent sur l'état magnétique de leur environnement. Pour prendre en compte l'influence des matériaux présents dans un environnement magnétisé, on introduit un vecteur « excitation magnétique » \vec{H} .

2.3 Notion de Champ d'excitation magnétique.

Le vecteur excitation magnétique \vec{H} a une signification qui dépasse le cadre de ce cours. Nous nous contenterons de le définir pour les matériaux isotropes ⁽⁴⁾ :

En tout point de l'espace, pour un état magnétique donné:

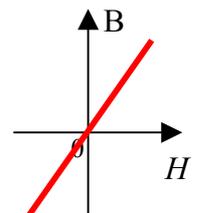
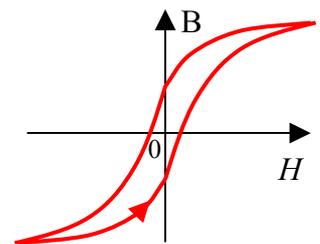
☞ Le **Module**:

○ Pour l'air: $\|\vec{B}\| = \mu_0 \cdot \|\vec{H}\|$ ⁽⁵⁾

○ Pour un matériau ferromagnétique isotrope: $\|\vec{H}\|$ est obtenu par un cycle d'hystérésis du matériau. Le cycle d'hystérésis donne à la fois le module et le sens (voir ci-après).

○ Pour un **matériau ferromagnétique isotrope non saturé** dont on peut approximer le cycle d'hystérésis avec **une droite**: $\|\vec{B}\| = \mu \cdot \|\vec{H}\|$ avec μ constant.
(μ est appelée: **perméabilité magnétique absolue du matériau**)

○ *Les autres cas ne sont pas envisagés dans ce cours*

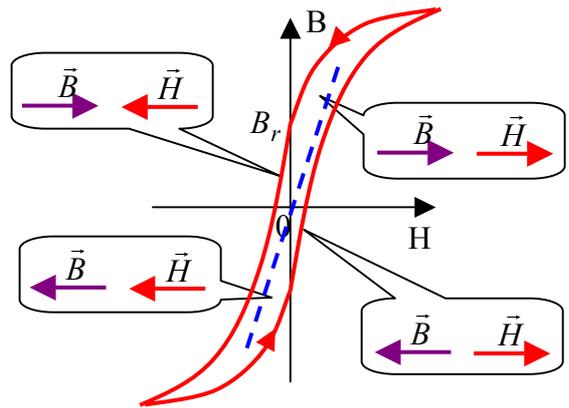


⁽⁴⁾ "isotrope : même comportement dans toutes les directions.

⁽⁵⁾ En unités du système international: $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$

☞ Dans les matériaux isotropes, \vec{H} a la **direction** de \vec{B}

☞ Le **sens** de \vec{H} est celui de \vec{B} lorsque $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$, ou lorsque B et H sont de même signe sur le cycle d'hystérésis (pour un état magnétique considéré); et le sens de \vec{H} est l'opposé de celui de \vec{B} lorsque B et H sont de signe contraire sur le cycle d'hystérésis.

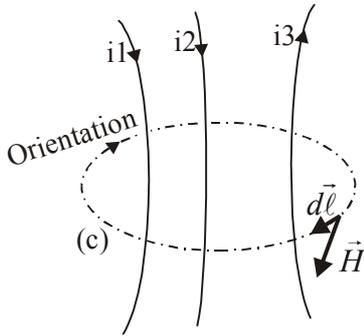


➤ $\|\vec{H}\|$ s'exprime en **Ampère par mètre** (A/m).

➤ Les constructeurs de matériaux indiquent parfois la **perméabilité magnétique relative** μ_r qui est égale à μ / μ_0 .

Cette définition du champ d'excitation magnétique \vec{H} peut paraître abstraite, mais cette notion est incontournable car ce champ est doté d'une propriété très importante: le théorème d'Ampère (qui nous servira pour le calcul des circuits magnétiques).

2.4 Théorème d'Ampère

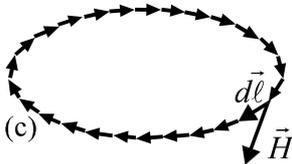


Théorème d'Ampère (Ce théorème ne sera pas démontré):

La « circulation » du vecteur champ d'excitation magnétique \vec{H} le long d'une courbe fermée (c) est égale à la somme algébrique des courants enlacés par cette courbe:

$$\oint_{(c)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum i$$

- La courbe fermée (c) peut suivre dans l'espace un chemin quelconque.



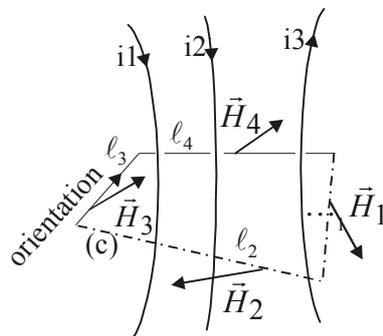
- Le symbole $\oint_{(c)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell}$ désigne la somme des produits scalaires $\vec{H} \cdot d\vec{\ell}$ pour tous les éléments $d\vec{\ell}$ successifs (pris dans le sens de l'orientation) qui constituent la courbe fermée (c).

Théoriquement, la courbe fermée (c) est découpée en une infinité d'éléments $d\vec{\ell}$ infiniment petits ⁽⁶⁾.

- Le symbole $\sum i$ représente la somme des courants enlacés par la courbe (c).

Les courants de sens cohérent avec l'orientation de la normale au circuit fermé (c) ⁽⁷⁾ sont comptés positivement et les autres négativement.

Dans le cas ci-contre: $\sum i = i_1 + i_2 - i_3$.



• Remarque

Dans de nombreux cas, le circuit fermé (c) est constitué de quelques segments de droite sur lesquels le champ magnétique \vec{H} est considéré uniforme.

Dans ce cas, l'expression $\oint_{(c)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum i$ se simplifie. Par exemple, dans le cas ci-contre, elle

devient:

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{\ell}_1 + \vec{H}_2 \cdot \vec{\ell}_2 + \vec{H}_3 \cdot \vec{\ell}_3 + \vec{H}_4 \cdot \vec{\ell}_4 = i_1 + i_2 - i_3$$

Dans les applications de ce cours, le théorème d'Ampère sera souvent utilisé sous cette forme simplifiée.

⁽⁶⁾ $\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell}$ est une « intégrale curviligne » d'où le symbole mathématique particulier « \oint ».

⁽⁷⁾ On peut utiliser par exemple du « tire-bouchon » ou « la règle de la main droite ».

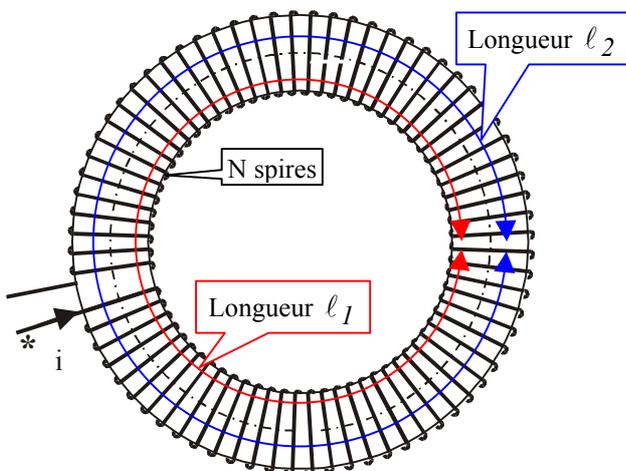
Conclusion:

Dans les applications concrètes, nous effectuerons souvent des hypothèses simplificatrices assez grossières de façon à « **modéliser** » les phénomènes de manière simple, et obtenir ainsi un ordre de grandeur des résultats.

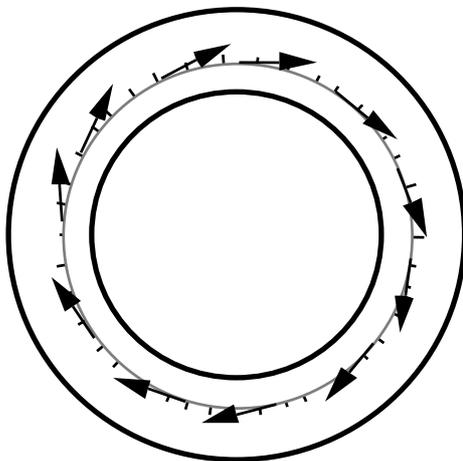
Si une plus grande précision est requise, la simulation informatique permet de l'obtenir...

Mais... l'expérience montre qu'il n'est pas possible d'utiliser efficacement les moyens de simulation informatique si on ne possède pas au préalable un minimum de connaissances de façon à détecter les erreurs éventuelles et interpréter correctement les résultats.

➤ **Application du théorème d'Ampère pour un bobinage torique :**



Compte tenu de la symétrie du bobinage et du circuit magnétique, les lignes de champ d'induction sont des cercles concentriques sur lesquels: $\|\vec{B}\|$ est constant. Donc sur chaque ligne d'induction: $\|\vec{H}\| = \text{constante}$ en tout point. On note « H_1 » la valeur du champ d'induction sur la ligne d'induction de longueur ℓ_1 et H_2 la valeur du champ d'induction sur la ligne d'induction de longueur ℓ_2 ci-contre.



Sur une ligne d'induction, le vecteur \vec{B} est tangent à celle-ci.

Découpons la ligne d'induction ℓ_1 en une multitude de petits éléments (théoriquement infiniment petits)

Puis considérons un petit élément $d\vec{\ell}$ de celle-ci.

Sur cet élément $d\vec{\ell}$, l'induction \vec{B} est colinéaire ⁽⁸⁾ à $d\vec{\ell}$.

$$\vec{B} \text{ et } \vec{H} \text{ sont de même direction donc } \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = H \cdot d\ell \quad \Rightarrow \quad \oint_{\ell_1} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\ell_1} H \cdot d\ell = H \cdot \int_{\ell_1} d\ell = H \cdot \ell_1$$

L'application du théorème d'Ampère au circuit fermé que constitue la ligne d'induction ℓ_1 s'énoncera donc dans le cas de ce tore: $N \cdot i = H_1 \cdot \ell_1$

(8) "colinéaire" c'est à dire "sur la même ligne".

De même sur la ligne d'induction ℓ_2 : $N.i = H_2 \cdot \ell_2$

Sachant que $\ell_1 < \ell_2$, on en déduit que $H_1 > H_2$.

Pour calculer l'état magnétique d'un circuit magnétique, on peut prendre en compte les variations du champ d'excitation magnétique en fonction de la longueur des lignes de champ. Mais cela conduit à faire appel à de longs calculs avec des intégrales.

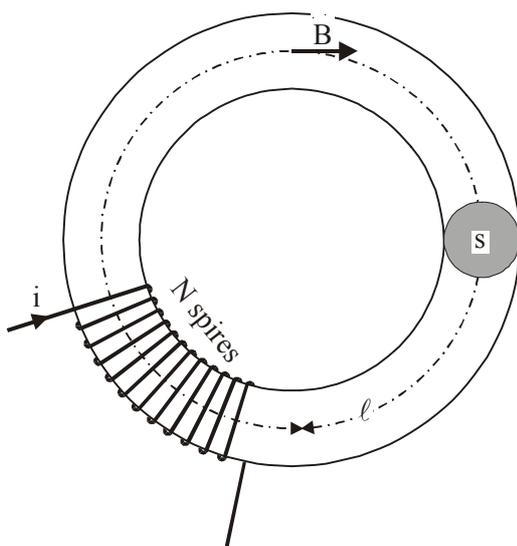
L'objectif étant d'obtenir un ordre de grandeur (avant un éventuel recours à la simulation informatique), on considèrera le champ d'excitation magnétique uniforme sur une section droite.

Pour minimiser les erreurs dues à cette approximation, on appliquera le théorème d'ampère à une ligne d'induction moyenne (appelée *fibre moyenne*).

Dans les trois exemples qui suivent, on s'efforcera de bien repérer les approximations qui sont faites pour mettre en oeuvre le théorème d'Ampère de façon simple.

➤ Exemple n° 1

Considérons deux tores de mêmes dimensions; l'un est en acier doux et l'autre est en fonte.



La fonte et l'acier doux sont des matériaux ferromagnétiques qui dans le cas présent seront considérés isotropes.

Les deux tores présentent une section droite « s » ⁽⁹⁾.

La longueur de leur fibre moyenne ⁽¹⁰⁾ est :
 $\ell = 62,5$ cm.

Chaque tore est équipé d'un bobinage parcouru par un courant i . Ce bobinage est supposé "sans fuites" ⁽¹¹⁾, c'est à dire que le tore constitue un tube d'induction.

La résistance du bobinage est négligée.

Question:

Avec la méthode décrite ci-dessus, déterminer, dans chaque cas, le nombre de spires nécessaires pour obtenir une induction magnétique B de 1T à l'intérieur du tore avec un courant de 1,5A.

(Pour une induction de 1T le champ d'excitation magnétique est de 500A/m pour l'acier doux et de 12500A/m pour la fonte) ⁽¹²⁾ (\vec{B} et \vec{H} sont de même sens).

Méthode :

⁽⁹⁾ Section droite: Section normale à la fibre moyenne (ici la fibre moyenne est de longueur ℓ).

⁽¹⁰⁾ La "fibre moyenne" est la ligne d'induction "moyenne" du circuit magnétique. Elle passe par le centre des sections droites du circuit magnétique.

⁽¹¹⁾ On parle de « fuites » pour les lignes d'induction qui s'échappent du circuit magnétique.

⁽¹²⁾ Ces valeurs correspondent à un point particulier du cycle d'hystérésis de chacun des matériaux.

L'induction magnétique sera considérée uniforme sur une section droite.
Afin de limiter les erreurs dues à cette approximation, le théorème d'Ampère sera appliqué à la "fibre moyenne".

Le tore constitue un "tube d'induction" puisqu'on néglige les fuites éventuelles.

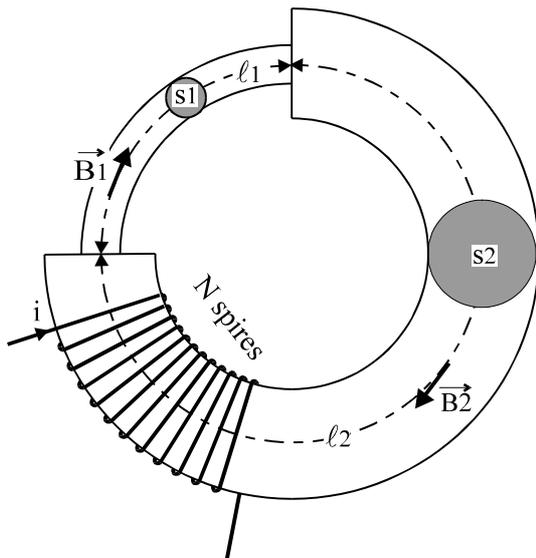
Sur une section droite de ce tore l'induction "moyenne" (celle qu'on trouve sur la fibre moyenne) est égale à $\frac{\varphi}{s}$ (puisque'on fait l'hypothèse d'une induction uniforme sur cette section).

Le flux φ étant conservatif et la section droite du tore étant constante: $\|\vec{B}\| = \text{constante}$ en tout point de la fibre moyenne. $\Rightarrow \|\vec{H}\| = \text{constante}$ en tout point de la fibre moyenne. On note « H » cette valeur.

L'application du théorème d'Ampère au circuit fermé que constitue la fibre moyenne s'énoncera donc dans le cas de ce tore: $N.i = H.\ell$.

On en déduit N dans chacun des deux cas. (Réponse 2:)

➤ Exemple N° 2 :

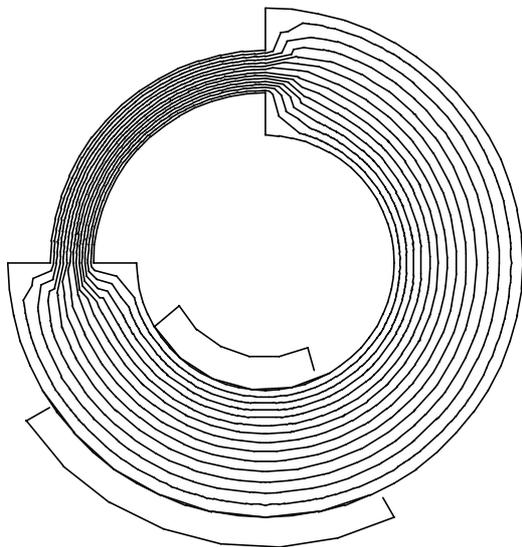


Le circuit magnétique ci-contre est constitué d'un matériau ferromagnétique isotrope non saturé de perméabilité magnétique absolue μ supposée constante dans la zone de fonctionnement utilisée ⁽¹³⁾.

Ce circuit magnétique est supposé sans fuite ⁽¹⁴⁾. Il constitue donc un tube d'induction.

Il comporte deux éléments respectivement de section droite s_1 et s_2 , et de longueur moyenne ℓ_1 et ℓ_2 .

Il est équipé d'un bobinage de N spires parcourues par un courant $i > 0$.



- Voici les lignes d'induction dans ce circuit magnétique obtenues par une simulation informatique.

On constate que dans les zones anguleuses, les lignes d'induction s'incurvent progressivement.

Dans les calculs à la main, nous négligerons ce phénomène.

- Afin d'exprimer le flux φ dans une section du circuit magnétique en fonction du courant i dans le bobinage, il faut tout d'abord munir ce circuit d'une orientation.

On prendra arbitrairement le sens de l'orientation identique à celui de i .

- Placer le point * de polarité cohérent avec l'orientation de la spire.

- Exprimer la relation entre le flux φ_1 dans s_1 , et le flux φ_2 dans s_2 .

- L'induction est supposée uniforme dans une section droite du circuit magnétique. (C'est une hypothèse simplificatrice couramment utilisée lors d'une étude simplifiée).

Exprimer $\|\vec{B}_1\|$ et $\|\vec{B}_2\|$ dans les éléments 1 et 2 en fonction du flux φ .

En déduire $\|\vec{H}_1\|$ et $\|\vec{H}_2\|$ dans les éléments 1 et 2 en fonction du flux φ .

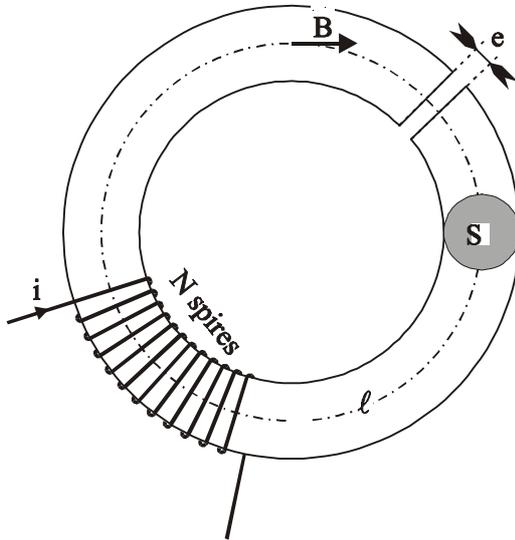
⁽¹³⁾ Le cycle d'hystérésis du matériau est donc modélisé par une droite: $B = \mu.H$.

⁽¹⁴⁾ "sans fuite" signifie que les lignes d'induction ne sortent jamais du circuit magnétique.

- Appliquer le théorème d'Ampère pour en déduire la relation entre i et φ .

(Réponse 3:)

➤ Exemple N° 3 .



- La longueur de la fibre moyenne du circuit magnétique ci-contre est: $\ell = 1\text{m}$ et l'épaisseur de son entrefer $e = 1\text{mm}$. ("entrefer" = une lame d'air entre deux éléments ferromagnétiques)

- Il est constitué d'un alliage fer nickel pour lequel le champ d'excitation magnétique est de $6,4\text{ A/m}$ lorsque l'induction magnétique est de $0,8\text{ T}$.

- Le bobinage est supposé "sans fuites", c'est à dire que tout le flux créé par celui-ci passe dans le tore.

- Les lignes d'induction dans l'entrefer sont supposées normales aux faces du "fer". Elles décrivent des cercles concentriques. ⁽¹⁵⁾

Comme dans le cas précédent, le circuit magnétique est constitué de deux morceaux:

- Le matériau ferromagnétique (dont on connaît un point du cycle d'hystérésis)
- l'entrefer (pour lequel $B = \mu_0 \cdot H$)

Calculer la f.m.m. qui produit une induction de $0,8\text{T}$ dans l'entrefer du tore ci-dessus.

(Pour simplifier, on fera toujours l'hypothèse d'une induction uniforme dans la section droite S de l'entrefer).

(Réponse 4:)

(15) On néglige l'écartement (on dit aussi l'épanouissement) des lignes de champ dans l'entrefer d'épaisseur « e »

2.5 Circuits magnétiques linéaires ⁽¹⁶⁾

Remarque: Dans les circuits magnétiques, la valeur de l'induction n'est pas constante en tout point d'une section droite.

Afin de pouvoir conduire des calculs simples, nous ferons cependant l'hypothèse d'un "champ" d'induction uniforme dans une section droite du circuit magnétique.

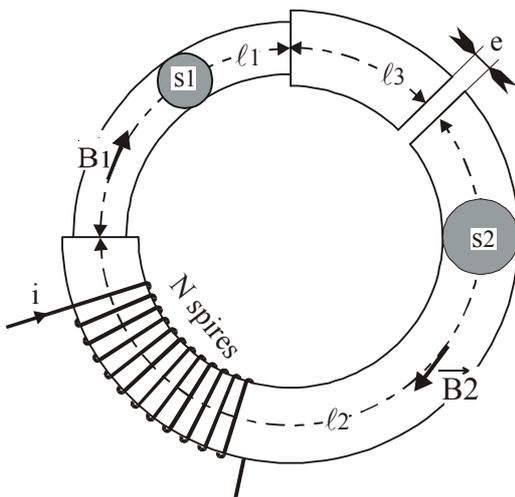
La valeur de l'induction qui sera retenue sera celle de la fibre moyenne.

On appliquera toujours le théorème d'Ampère à la fibre moyenne.

L'objectif de ce cours n'est pas d'obtenir des résultats rigoureux en ce qui concerne les circuits magnétiques, mais d'obtenir des résultats approchés, au moyen d'approximations "raisonnables".

Si des résultats plus précis sont recherchés, il faut généralement faire appel aux moyens de simulation informatique.

2.5.1 Circuit magnétique série. ⁽¹⁷⁾



Le circuit magnétique est supposé **sans fuites**; cela signifie que les lignes d'induction restent bien concentriques. Les déviations progressives des lignes d'induction au voisinage des changements de section sont négligées.

"L'épanouissement" de ces lignes d'induction dans l'entrefer sera négligé; on supposera qu'elles restent bien parallèles entre elles. (Cela suppose un entrefer de faible épaisseur).

Le « fer » du circuit magnétique est constitué de trois parties numérotées 1, 2 et 3. L'indice pour l'entrefer sera « 0 ».

D'après le théorème d'Ampère (en supposant tous les vecteurs orientés tangentiellement à la fibre moyenne comme \vec{B}_1 et \vec{B}_2):

$$H_1 \cdot \ell_1 + H_2 \cdot \ell_2 + H_3 \cdot \ell_3 + H_0 \cdot e = N \cdot i .$$

Si les matériaux qui constituent le circuit magnétique sont non saturés et de perméabilité magnétique absolue respectivement μ_1 , μ_2 , μ_3 et μ_0 (pour l'entrefer):

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_1} = \frac{\varphi_1}{\mu_1 \cdot s_1} ; H_2 = \frac{B_2}{\mu_2} = \frac{\varphi_2}{\mu_2 \cdot s_2} \dots etc$$

⁽¹⁶⁾ "linéaire" signifie ici que $B = \mu \cdot H$, avec $\mu = \text{constante}$.

⁽¹⁷⁾ Dans un circuit magnétique série, tous les éléments qui constituent le circuit magnétique sont placés les uns au bout des autres pour former une seule maille.

$$\Rightarrow \frac{\varphi_1 \cdot \ell_1}{\mu_1 \cdot S_1} + \frac{\varphi_2 \cdot \ell_2}{\mu_2 \cdot S_2} + \frac{\varphi_3 \cdot \ell_3}{\mu_3 \cdot S_3} + \frac{\varphi_0 \cdot e}{\mu_0 \cdot S_0} = N \cdot i$$

Le flux étant conservatif dans un tube d'induction:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_0 = \varphi$$

$$\Rightarrow \varphi \left(\frac{\ell_1}{\mu_1 \cdot S_1} + \frac{\ell_2}{\mu_2 \cdot S_2} + \frac{\ell_3}{\mu_3 \cdot S_3} + \frac{e}{\mu_0 \cdot S_0} \right) = N \cdot i$$

La constante $\frac{\ell_1}{\mu_1 \cdot S_1}$ est appelée "**réductance**" de la partie 1: (\mathfrak{R}_1). Elle dépend uniquement de la nature du matériau employé et des dimensions géométriques du morceau de circuit considéré.

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{\ell_1}{\mu_1 \cdot S_1}$$

Il en va de même pour la partie 2, la partie 3 et l'entrefer dont les réductances sont notées: \mathfrak{R}_2 , \mathfrak{R}_3 et \mathfrak{R}_0 .

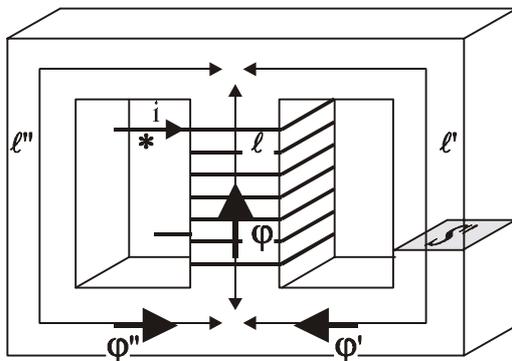
Conclusion: pour un circuit magnétique série:

$$N \cdot i = \varphi \cdot (\sum \mathfrak{R}_n) = \varphi \cdot (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \dots)$$

Les réductances en série s'ajoutent.

2.5.2 Circuit magnétique parallèle.

Le circuit magnétique est supposé linéaire et sans fuites.



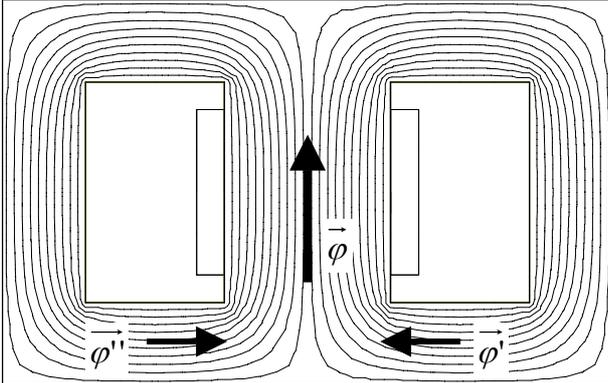
Ce circuit magnétique est constitué de trois morceaux de longueur ℓ , ℓ' et ℓ'' ; de section S , S' et S'' ; de perméabilité magnétique μ , μ' et μ'' ; et traversés par des flux φ , φ' et φ'' . (Les différents vecteurs sont orientés comme $\vec{\varphi}$, $\vec{\varphi}'$ et $\vec{\varphi}''$).

Nous pouvons appliquer le théorème d'Ampère sur trois circuits fermés différents en utilisant les fibres moyennes de longueur ℓ et ℓ' , ou ℓ et ℓ'' ou encore ℓ' et ℓ'' . On en déduit: $Ni = H \cdot \ell + H' \cdot \ell'$; $Ni = H \cdot \ell + H'' \cdot \ell''$ et $0 = H' \cdot \ell' - H'' \cdot \ell''$

En appliquant les relations $H = \frac{B}{\mu} = \frac{\varphi}{\mu \cdot S}$ sur chacun des trois morceaux du circuit magnétique, les équations précédentes deviennent:

$$N \cdot i = \frac{\varphi \cdot \ell}{\mu \cdot S} + \frac{\varphi' \cdot \ell'}{\mu' \cdot S'} ; N \cdot i = \frac{\varphi \cdot \ell}{\mu \cdot S} + \frac{\varphi'' \cdot \ell''}{\mu'' \cdot S''} ; 0 = \frac{\varphi' \cdot \ell'}{\mu' \cdot S'} - \frac{\varphi'' \cdot \ell''}{\mu'' \cdot S''}$$

Ces trois équations sont "dépendantes", c'est à dire qu'on peut déduire l'une des trois à partir des deux autres. Donc, si on souhaite faire un calcul sur ce circuit magnétique, seulement deux de ces trois équations pourront être retenues car la troisième équation n'apporte aucune information supplémentaire.



Si par exemple on souhaite exprimer le flux dans chaque branche du circuit magnétique à partir de la force magnétomotrice Ni , il manque une équation puisque nous avons trois inconnues : φ , φ' et φ'' .

Cette troisième équation est obtenue en utilisant la conservation du flux dans le tube d'induction que constitue le circuit magnétique (voir le résultat de simulation ci-contre):

$$\varphi = \varphi' + \varphi''$$

Le problème se ramène à la résolution d'un système de trois équations à trois inconnues:

$$N \cdot i = \frac{\varphi \cdot \ell}{\mu \cdot S} + \frac{\varphi' \cdot \ell'}{\mu' \cdot S'} ; N \cdot i = \frac{\varphi \cdot \ell}{\mu \cdot S} + \frac{\varphi'' \cdot \ell''}{\mu'' \cdot S''} \quad \text{et} \quad \varphi = \varphi' + \varphi''$$

Si on appelle \mathfrak{R} la réluctance $\frac{\ell}{\mu \cdot S}$; \mathfrak{R}' la réluctance $\frac{\ell'}{\mu' \cdot S'}$ et \mathfrak{R}'' la réluctance $\frac{\ell''}{\mu'' \cdot S''}$, ces équations deviennent:

$$Ni = \mathfrak{R} \cdot \varphi + \mathfrak{R}' \cdot \varphi' ; Ni = \mathfrak{R} \cdot \varphi + \mathfrak{R}'' \cdot \varphi'' \quad \text{et} \quad \varphi = \varphi' + \varphi''$$

➤ **Équivalences électriques.**

Pour le circuit magnétique série et le circuit magnétique parallèle précédents, les relations entre flux et courant s'expriment par des relations du type $N.i = \sum \mathfrak{R}_n \cdot \varphi_n$ et $\varphi = \varphi' + \varphi''$.

L'équation $N.i = \sum \mathfrak{R}_n \cdot \varphi_n$ s'apparente à une loi des mailles.

L'équation $\varphi = \varphi' + \varphi''$ s'apparente à une loi des noeuds;

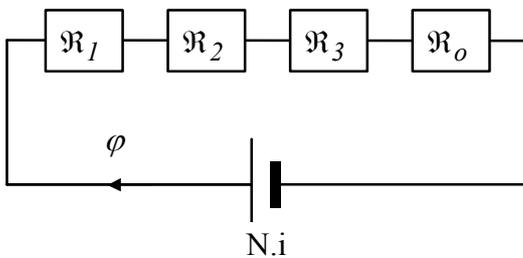
Il est donc possible de résoudre ce type de problème en utilisant une « **équivalence électrique** ».

Un problème de circuit magnétique peut se traiter comme un problème électrique en utilisant les équivalences suivantes:

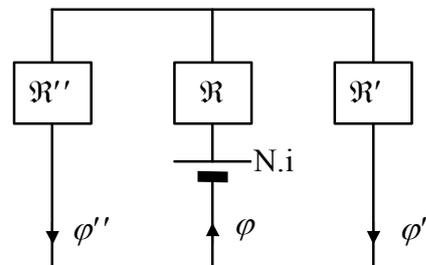
Grandeur magnétique	Grandeur électrique
réductance	résistance
Flux d'induction	intensité
Force magnétomotrice (f.m.m)	Force électromotrice (f.e.m)

Les équations du système restent les mêmes, mais cette approche est beaucoup plus familière à l'électricien de formation.

Voici, à titre d'exemple, les circuits électriques équivalents aux deux circuits magnétiques précédents:



circuit magnétique série



circuit magnétique parallèle

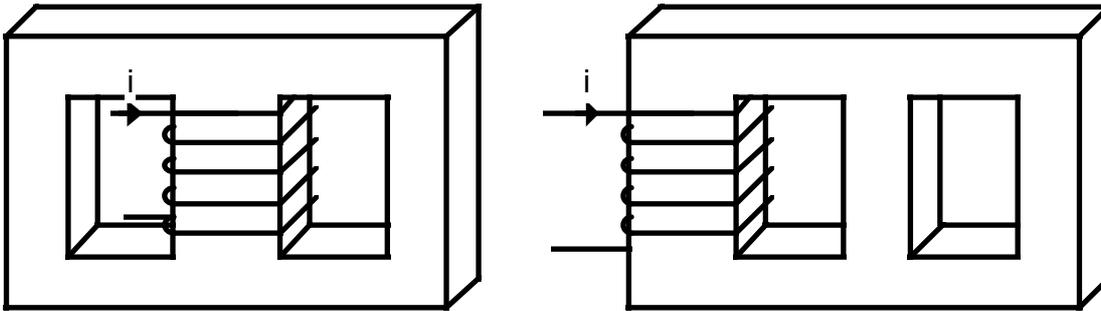
Vérifier que ces deux schémas équivalents rendent bien compte des équations établies pour les circuits magnétiques série et parallèle précédents en régime linéaire.

Attention! *Il faut bien prendre conscience que cette équivalence électrique des circuits magnétiques n'est qu'une méthode de raisonnement adaptée à l'électricien. Elle lui permet d'utiliser la panoplie des outils qu'il a développés pour l'étude des circuits électriques afin d'étudier des circuits magnétiques linéaires. Mais il ne faut pas oublier qu'une réductance n'est pas une résistance, un flux n'est pas un courant et une f.m.m. n'est pas une f.e.m.*

Exemple:

- Dans les deux circuits magnétiques ci-dessous, représenter les lignes d'induction ...

(Sachant que deux lignes d'induction ne peuvent pas se croiser, que les lignes d'induction restent dans le circuit magnétique (si celui-ci est supposé "sans fuites"), et que la répartition de ces lignes d'induction à partir de la source d'induction (le bobinage parcouru par un courant i) vers les différentes branches se fait en fonction de la réluctance de ces dernières).

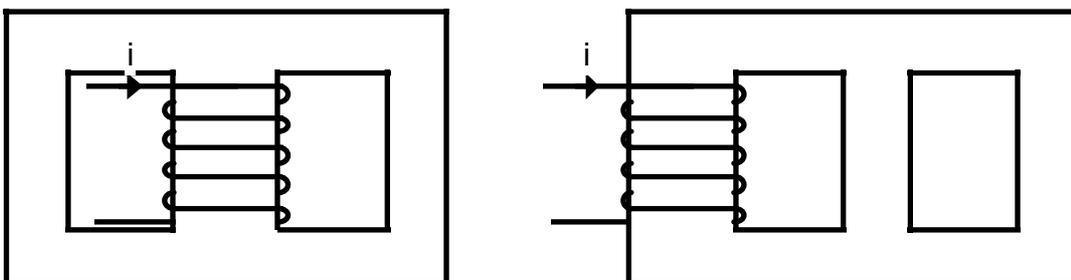


- Sur la vue de face (ci-dessous) de ces deux même circuits magnétiques, représenter leur circuit électrique équivalent en utilisant les équivalences précédentes:

- * Bobinage parcouru par un courant $i \Rightarrow$ f.m.m. $Ni \leftrightarrow$ différence de potentiel.
- * Portion de circuit magnétique + hypothèse $B = \mu.H \Rightarrow$ réluctance \leftrightarrow résistance.
- * Flux \leftrightarrow courant.

Recommandations:

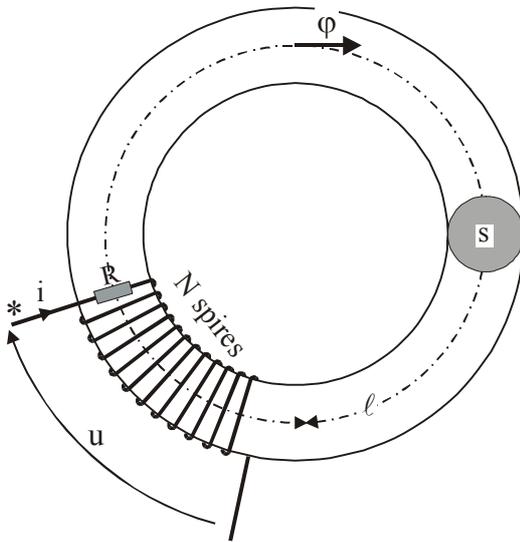
- Représenter le schéma électrique équivalent en superposition sur le dessin du circuit magnétique. Cela permet de mieux situer les différents éléments du schéma.
- Utiliser la lettre \mathcal{R} et non pas R pour les réluctances (de façon à ne pas confondre la réluctance et la résistance dans les problèmes avec des bobinages).
- Il faut tout d'abord positionner la ou les sources de magnétisme (le ou les bobinages parcourus par un courant).
- Chaque branche du circuit magnétique (de même que chaque entrefer) constitue pour le flux une difficulté qu'il faut franchir. Elle sera matérialisée par une réluctance.



(Réponse 5:)

2.6 Pertes par hystérésis et courants de Foucault.

2.6.1 Pertes par hystérésis.



Soit une bobine de N spires, de résistance interne R ⁽¹⁸⁾, bobinée sur un circuit magnétique sans entrefer, indéformable et sans fuite.

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= R.i(t) - e(t) \\ e(t) &= -\frac{d\phi(t)}{dt} \\ \phi(t) &= N.\varphi(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow u(t) = R.i(t) + \frac{d\phi(t)}{dt}$$

L'énergie électrique reçue par le dipôle sur un intervalle de temps dt est $dw = u(t).i(t).dt$.

$$\Leftrightarrow dw = \left[R.i(t) + \frac{d\phi(t)}{dt} \right].i(t).dt = R.i(t)^2 .dt + \frac{d\phi(t)}{dt} .i(t) .dt$$

$R.i(t)^2 .dt$ exprime l'énergie perdue par effet Joule dans la résistance interne de la bobine sur l'intervalle de temps dt .

$\frac{d\phi(t)}{dt} .i(t).dt$ exprime l'énergie reçue et qui n'a pas été perdue par effet joule. c'est-à-dire l'énergie cédée au circuit magnétique sur l'intervalle de temps dt .

Si on note ℓ la longueur de la fibre moyenne et S la section droite du circuit magnétique indéformable ; On en déduit que l'énergie cédée au circuit magnétique sur l'intervalle de temps dt vaut :

$$\frac{d\phi(t)}{dt} .i(t).dt = N.\frac{d\phi(t)}{dt} .i(t).dt = N.\left(S.\frac{dB(t)}{dt} \right).\left(\frac{H(t).\ell}{N} \right).dt = \ell.S.H.dB = V.H.dB$$

(Avec « V » : Volume du circuit magnétique).

Au facteur « V » près, cette énergie est représentée par la petite zone hachurée sur la figure 1 suivante.

⁽¹⁸⁾ La résistance interne est répartie sur toute la longueur du conducteur, mais pour pouvoir la représenter sur le schéma, on l'a localisée en un point du bobinage.

On peut en déduire l'énergie cédée au circuit magnétique lorsque le point de fonctionnement décrit un cycle d'hystérésis complet :

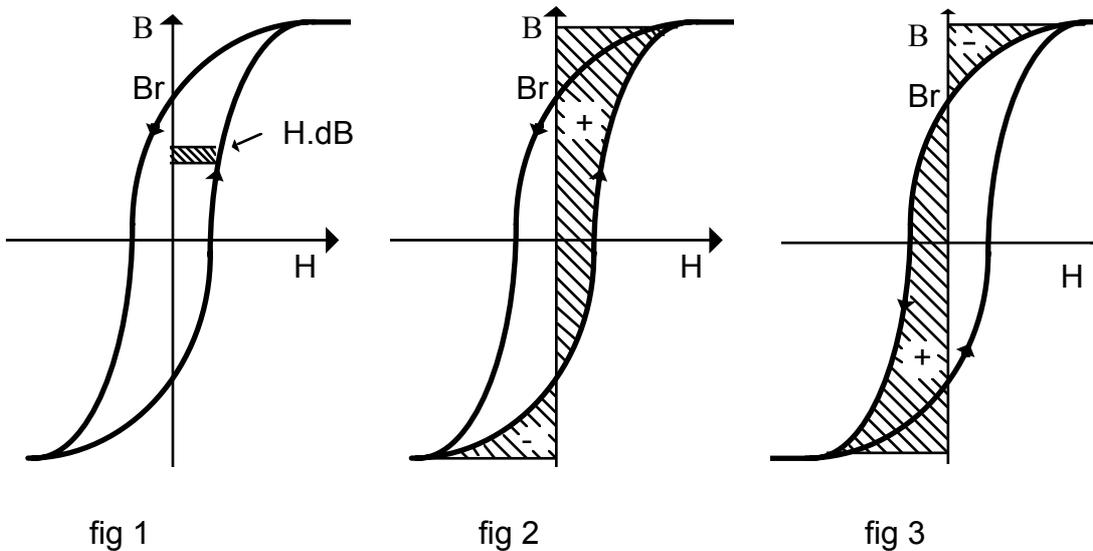


fig 1: $H.dB$ lors d'une variation dB de l'induction magnétique.

fig 2: L'énergie cédée au circuit magnétique lors d'une variation de B de sa valeur minimum à sa valeur maximum est égale à l'aire hachurée (comptée positivement quand H est positif et négativement quand H est négatif) multipliée par le volume V .

fig 3: L'énergie cédée au circuit magnétique lors d'une variation de B de sa valeur maximum à sa valeur minimum est égale à l'aire hachurée (comptée négativement quand H est positif et positivement quand H est négatif) multipliée par le volume V .

⇒ L'énergie cédée au circuit magnétique lorsque le point de fonctionnement parcourt un cycle complet est égale à l'aire du cycle d'hystérésis multipliée par le volume V . **Cette énergie est transformée en chaleur.**

Conclusion:

La **puissance « fer » perdue par le phénomène d'hystérésis** = P_{fer} = énergie perdue en 1 seconde.

$P_{\text{fer}} = (\text{Volume du circuit magnétique: } V) \cdot (\text{Aire du cycle: } A) \cdot (\text{fréquence: } f)$.

$$P_{\text{fer}} = V \cdot A \cdot f$$

Cette relation est à connaître par cœur. Elle intervient dans les études d'échauffement des circuits magnétiques

2.6.2 Courants de Foucault.

Si un champ d'induction magnétique variable traverse un **matériau conducteur massif**, il apparaît dans celui-ci des f.e.m. d'induction qui engendrent des **courants dans la masse**.

Ceux-ci, appelés **courants de Foucault**, tendent à s'opposer à la variation de flux qui leur donne naissance. Ils sont souvent gênants car ils dissipent de l'énergie thermique.

Pour diminuer ces **pertes d'énergie** et réduire l'**échauffement** du matériau, on emploie des **tôles minces empilées et isolées entre elles** de façon à empêcher les boucles de courant de se refermer (On peut citer en exemple les tôles de transformateurs ou de machines électriques tournantes).

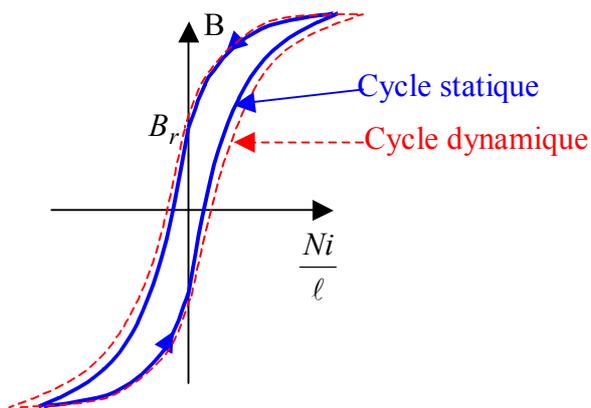
Les pertes par courant de Foucault dans des tôles de résistivité ρ , d'épaisseur e (isolées entre elles) et soumises à un champ d'induction variable de façon sinusoïdale dans le plan de ces tôles à une fréquence f peut être approchée par la formule suivante:

$$P_{(enW/m^3)} = \frac{\pi^2}{6\rho} \cdot e^2 \cdot B_{max}^2 \cdot f^2$$

Cette formule est donnée à titre indicatif. Nous retiendrons simplement que les pertes par courants de Foucault augmentent avec e , B_{max} et f , et qu'elles diminuent quand la résistivité du matériau augmente.

Remarque : cycle d'hystérésis et courants de Foucault:

Dans un circuit magnétique: H représente la cause des phénomènes magnétiques, et B représente l'effet. Les courants de Foucault s'opposent aux variations de B , ce qui entraîne un "traînage" de B par rapport à H sur le cycle d'hystérésis parcouru rapidement (cycle dynamique).



Le cycle statique est parcouru à vitesse très lente.

Le cycle dynamique inclut les phénomènes de courants de Foucault. Et donc l'aire du cycle dynamique prend en compte les pertes par courant de Foucault

La formule $P_{fer} = V.A.f$ prend donc en compte les phénomènes de courants de Foucault (à

condition de considérer le cycle d'hystérésis obtenu dans les mêmes conditions de fréquence et d'épaisseur des tôles).

L'usage est d'appeler cette puissance: "**pertes fer**"

- Dans le cas de tôles au fer-silicium, pour des variations limitées de l'induction et de la fréquence, les pertes fer (en W/kg) peuvent s'exprimer approximativement par la formule:

$$P_f \approx K_1 \cdot f \cdot B_{\max}^2 + K_2 \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \quad (\text{où } K_1 \text{ et } K_2 \text{ sont des coefficients propres à chaque matériau})$$

- Les "courants de Foucault" s'opposent à la variation d'induction qui leur donne naissance. Aussi, aux fréquences élevées, ceux-ci s'opposent à la pénétration de l'induction à l'intérieur des matériaux. (C'est l'effet pelliculaire).

2.7 Les matériaux ferromagnétiques.

Les contraintes:

(sauf les aimants permanents qui seront traités dans un autre chapitre)

- a) **Le prix** le plus bas possible, compte tenu des autres exigences.
- b) **Les pertes fer faibles** (problème de rendement et de refroidissement). (Les phénomènes de courants de Foucault sont d'autant plus faibles que la résistivité est élevée). Les pertes fer limitent la fréquence d'utilisation des matériaux.
- c) **La valeur B_{sat} élevée** pour avoir un flux important sous une section (donc un volume et une masse) réduits.
- d) **une perméabilité magnétique μ élevée**: de façon à obtenir une induction élevée avec une force magnétomotrice (Ni) réduite; donc avec moins de bobinage (prix de cuivre et masse réduits; pertes Joule réduites).

Le fer doux:

Il présente un B_{sat} de 2,16T. ⁽¹⁹⁾

Sa résistivité est très faible ($10^{-7}\Omega\text{m}$). Son usage est donc limité aux inductions constantes (utilisé en matériau massif), et au très bas de gamme pour les fréquences ≈ 50 Hz (sous forme de "tôles carrosserie"). Son faible prix constitue son principal avantage.

On l'utilise par exemple pour l'électroménager malgré des pertes fer de 8 à 12W par Kg à 1,5T et 50Hz.

⁽¹⁹⁾ Les chiffres cités sur cette page sont donnés à titre indicatif, seuls sont à retenir les ordres de grandeur.

Alliage fer silicium:

(1 à 3% de silicium)

L'adjonction de silicium augmente la résistivité du fer. Par contre B_{sat} diminue: (2T à 3% de Si).

Les pertes fer diminuent (2,2W/kg à 1,5T et 50Hz pour des tôles à grains non orientés de 0,35mm d'épaisseur constituées de fer allié à 3% de silicium et 0,3% d'aluminium).

Les tôles à grains non orientés sont utilisées lorsque l'induction n'a pas de direction privilégiée (par exemple dans les rotors des machines à courant continu).

Par contre, lorsque l'induction a une direction constante, les tôles à "grain orienté" donnent de meilleurs résultats (à condition de leur appliquer l'induction dans le sens des "grains") (par exemple pour le circuit magnétique des transformateurs).

Les "tôles à grains orientés" sont des tôles laminées munies d'un isolant spécial qui maintient une tension dans la direction du laminage. Ainsi, les domaines magnétiques gardent une direction privilégiée.

Les pertes fer, avec une induction dans la direction des grains, sont par exemple de 1W/kg à 1,7T et 50Hz pour des tôles de 0,3mm à 3% de silicium. (Les pertes fer sont par contre multipliées par 3 ou 4 dans la direction perpendiculaire à l'orientation des grains)

Ces tôles sont réservées aux fréquences industrielles (50 Hz à quelques centaines de Hz).

Bien d'autres matériaux présentent des caractéristiques magnétiques intéressantes. Les choix technologiques sont faits en fonctions des contraintes évoquées précédemment. Les ferrites constituent une catégorie largement développée:

Les ferrites:

Les ferrites sont des matériaux en poudre agglomérée. Leur caractéristique principale est leur forte résistivité (de l'ordre de $1 \Omega\text{m}$ à $10^8 \Omega\text{m}$). En conséquence, le phénomène des courants de Foucault est négligeable et les ferrites n'ont pas besoin d'être feuilletées.

Les ferrites peuvent être utilisées pour des fréquences élevées (jusqu'à 500 MHz pour certains types, avec dans ce cas des inductions réduites ($\approx 10^{-2}$ T) de façon à limiter les pertes fer).

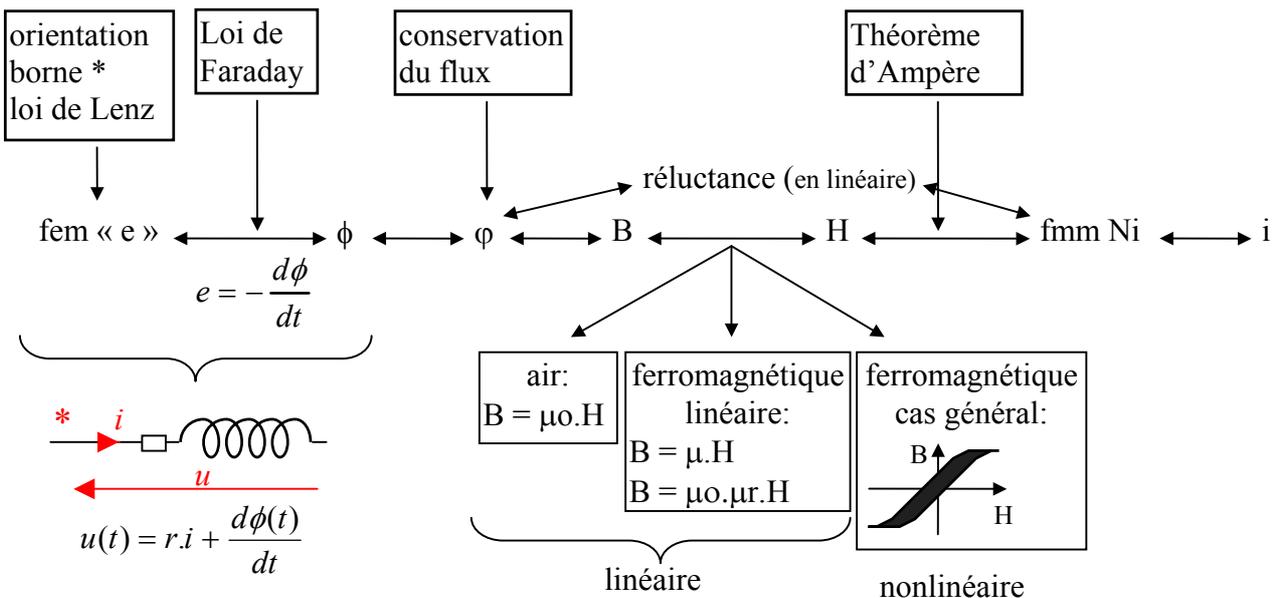
Les matériaux amorphes:

Les matériaux amorphes sont obtenus par un refroidissement très rapide d'alliages métalliques à base de fer et de cobalt. L'alliage en fusion est projeté sur une surface froide. Son refroidissement très rapide empêche le développement de structures cristallines, (on parle de verre métallique).

Ces matériaux se présentent sous forme de fins rubans (10 à 100 μm d'épaisseur) qui sont bobinés pour réaliser des circuits magnétiques. Les matériaux amorphes sont difficiles à fabriquer, mais leurs pertes sont réduites (environ 0,2 W/kg à 1,4 T et 60 Hz).

3. CE QUE J'AI RETENU DE CE CHAPITRE.

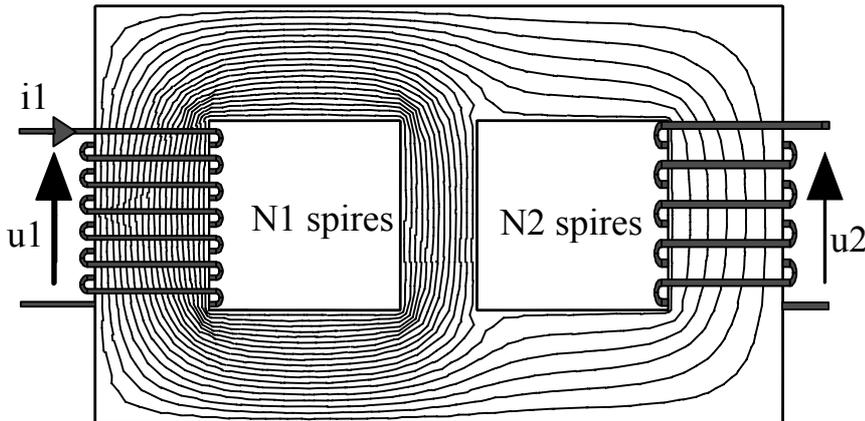
- 1 Les matériaux ferromagnétiques sont dotés d'une propriété appelée « hystérésis ». Indiquer qualitativement ce dont il s'agit ?
- 2 \vec{H} a été défini dans trois cas particuliers (qui sont les trois seuls cas rencontrés dans ce cours). Quels sont ces trois cas ?
- 3 Le champ d'excitation magnétique \vec{H} est doté d'une propriété appelée « Théorème d'..... ». Enoncer ce Théorème ?
- 4 Quand parle-t-on de circuits magnétiques « linéaires » ?
- 5 Sur un circuit magnétique linéaire, on peut dessiner un circuit électrique équivalent. Indiquer les trois équivalences mises en jeu ?
- 6 Qu'est-ce que la réluctance d'un morceau de circuit magnétique ?
- 7 Dans l'expression de la réluctance, que désigne la longueur et que désigne la section ?
- 8 Que signifie la formule $P_f = V.A.f$?
- 9 Pourquoi utilise-t-on parfois des matériaux ferromagnétiques sous forme de tôles plutôt que des matériaux massifs ?
- 10 Quand utilise-t-on des tôles à grain orienté ?
- 11 Est-ce que je comprends le résumé suivant ? (il est souhaitable de le retenir)



(voir Magnelecpro chapitre 2 diaporama_circuit_magnetique)

4. PROBLEMES ET EXERCICES.

Chap 2. Exercice 1 : Orientation et signes.



Le circuit magnétique ci-contre est équipé de deux bobinages.

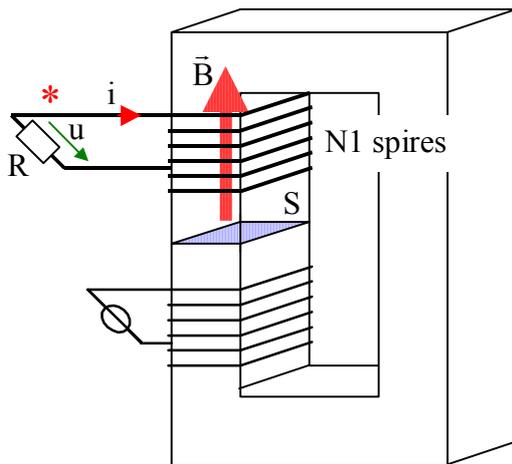
Le courant $i_1(t)$ dans le bobinage de N_1 spires est positif et croissant.

Le courant dans le bobinage de N_2 spires est nul.

Les lignes d'induction engendrées par i_1 ont été obtenues par simulation.

Préciser le signe de u_1 et le signe de u_2 en les justifiant.

Chap 2. Exercice 2 : Bobinage soumis à un flux variable



Le circuit magnétique ci-contre est équipé de deux bobinages.

On admet que l'ensemble de ces deux bobinages engendre dans une section droite quelconque « S » du circuit magnétique un champ d'induction \vec{B} uniforme colinéaire à la normale aux spires. On suppose les lignes de champ entièrement canalisées dans le circuit magnétique (On néglige donc les fuites magnétiques)

Lorsque \vec{B} est dans le sens de la flèche, on le considère positif. Dans le cas contraire, on le considère négatif.

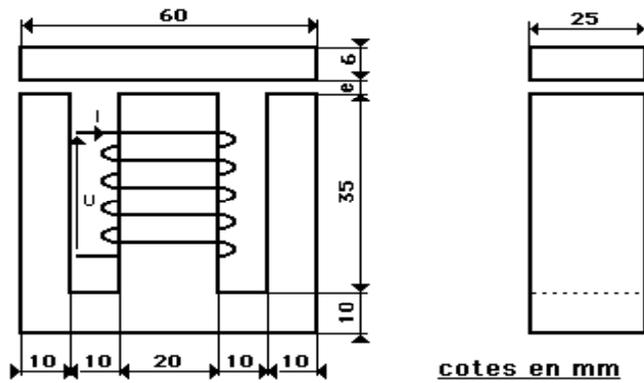
Avec cette convention, on peut décrire \vec{B} par une grandeur algébrique « B » telle que $|B| = \|\vec{B}\|$.

Avec cette convention, on prend comme hypothèse que le champ d'induction B varie en fonction du temps tel que $B(t) = \hat{B} \cdot \sin(\omega \cdot t)$.

- Représenter la normale aux N_1 spires cohérente avec la borne « * ».
- Exprimer le flux ϕ dans une spire.
- En négligeant la résistance du bobinage de N_1 spires, exprimer $u(t)$ en fonction de $\phi(t)$.
- Le bobinage de N_1 spires est refermé sur une résistance « R ». Déduire des questions précédentes l'expression de $i(t)$ en fonction des paramètres R, \hat{B} et ω (²⁰).
- Représenter le graphe de $B(t)$ et $i(t)$.
- Vérifier sur ces graphes que la loi de Lenz s'applique à chaque instant.

(²⁰) On négligera la résistance interne du bobinage car on ne dispose d'aucune information sur celle-ci.

Chap 2. Exercice 3 : Calcul d'une force magnéto-motrice



Le matériau ferromagnétique qui constitue le circuit magnétique ci-contre a une perméabilité magnétique relative: $\mu_r = 10000$. ⁽²¹⁾

- a) Représenter quelques lignes d'induction sur la vue de face (à gauche). Mettre en évidence la symétrie par rapport à l'axe central. (On négligera l'épanouissement des lignes de champ dans les entrefers).
- b) En appliquant la loi de conservation du flux, calculer la valeur du champ d'induction B dans les différentes parties du montage (en négligeant ce qui se passe dans les angles) sachant que sa valeur dans l'entrefer central est de 1 T.
- c) En appliquant le théorème d'Ampère sur une ligne d'induction moyenne, déterminer la force magnétomotrice Ni nécessaire pour avoir 1T dans l'entrefer sachant que l'épaisseur e de celui-ci est de 0,5mm.
- d) Reprendre la question précédente en utilisant le schéma électrique équivalent au circuit magnétique (Commencer par dessiner le schéma électrique équivalent directement sur le dessin du circuit magnétique en mettant en évidence la réluctance de chaque partie).

⁽²¹⁾ Valeur de la perméabilité magnétique du vide: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ SI.

Chap 2. Exercice 4 : Sonde à effet Hall type module LEM®.

Un capteur à effet Hall est constitué d'un ruban de silicium dopé parcouru par un courant continu I_0 . Lorsque celui-ci est soumis à un champ d'induction magnétique B perpendiculaire à I_0 , il apparaît dans la troisième dimension (perpendiculaire à B et I_0) une f.e.m. v_H proportionnelle à B (pour une valeur donnée de I_0) (voir fig 1).

Le capteur utilisé dans la suite de ce problème est parcouru par un courant I_0 de 100 mA. Il délivre une tension proportionnelle au flux qui le traverse (dans la direction de B): $v_H = k \cdot \Phi$, avec $k = 10^4 \text{ V/Wb}$.

Ce capteur sera utilisé pour la mesure d'un courant I_e avec une isolation galvanique.

On dispose ce capteur dans l'entrefer d'un circuit magnétique représenté sur la Fig 2. La perméabilité magnétique **relative** du matériau constituant le circuit est très grande (de l'ordre de $5 \cdot 10^3$ à $2 \cdot 10^4$), et celle du ruban de silicium est voisine de 1. (On rappelle la perméabilité magnétique du vide: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$).

(Le capteur occupe toute la section de l'entrefer du circuit magnétique).

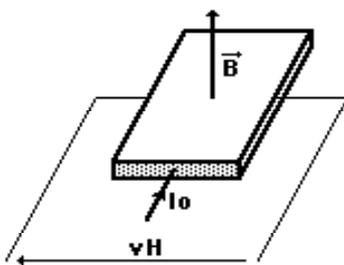


fig 1

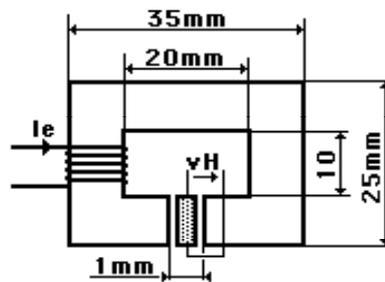


fig 2

a) Sachant que la section droite du circuit magnétique est de 1 cm^2 , calculer sa réluctance. (On justifiera les approximations éventuelles).

Sachant que le bobinage parcouru par le courant I_e à mesurer comporte 5 spires, déterminer l'expression de v_H en fonction de I_e lorsque le circuit n'est pas saturé.

b) La mesure du courant I_e ainsi réalisée s'avérait trop imprécise. Le montage est remplacé par

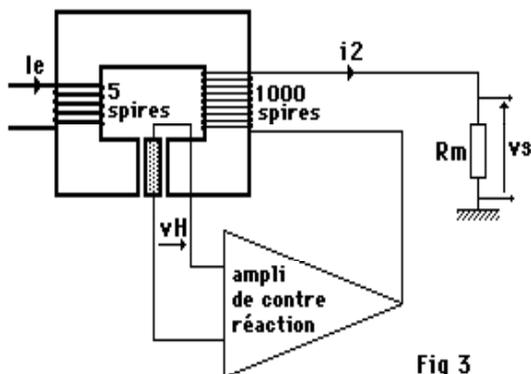


Fig 3

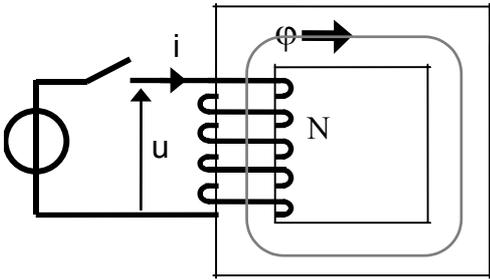
celui de la fig 3 où un amplificateur linéaire génère un courant i_2 dans un enroulement secondaire de 1000 spires de façon à annuler l'influence magnétique de l'enroulement primaire. La mesure s'effectue sur ce courant i_2 via la résistance R_m .

Exprimer v_s en fonction de I_e et de R_m .

Expliquer l'avantage de cette structure.

Chap 2. Exercice 5 : Surintensité à la mise sous tension d'un bobinage en alternatif sinus.

Soit un bobinage de N_1 spires bobiné sur un circuit magnétique :



La résistance du bobinage est négligée.

Le circuit magnétique est supposé non saturé: tel que $\mu_r = 1000$.

(Hypothèse linéaire).

Il est également supposé « sans fuites », ce qui signifie que toutes les lignes d'induction restent intégralement dans celui-ci.

$N = 500$ spires. La section droite du circuit magnétique est $S = 8 \text{ cm}^2$. La longueur de la fibre moyenne est : $\ell = 25 \text{ cm}$.

On veut étudier le comportement de ce bobinage à la mise sous tension à l'instant $t = 0$.

(On prendra donc $\varphi(t) = 0$ pour $t \leq 0$).

Remarques préliminaires:

- $\varphi(t)$ ne peut pas présenter de discontinuité, car si $\varphi(t)$ varie brutalement: $\frac{d\varphi}{dt} \rightarrow \infty \Rightarrow u \rightarrow \infty$ pendant la variation.
- Pour une spire : $e(t) = -\frac{d\varphi(t)}{dt} \Leftrightarrow \varphi(t) = -\int e(t) + cte$. La primitive d'une fonction est définie à une constante près. Cette constante peut être déterminée par une « condition initiale ».

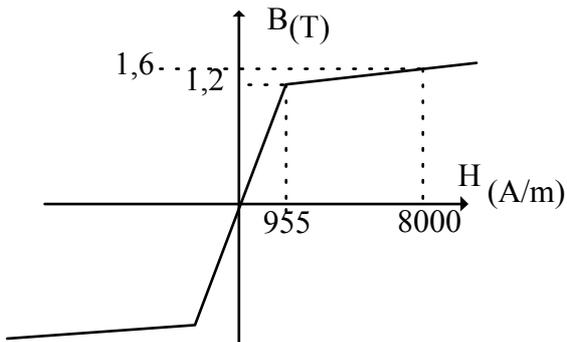
a) Positionner sur le schéma la borne de polarité cohérente avec l'orientation du flux. Sachant que la résistance du bobinage est négligée, doit-on écrire $u(t) = -N \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$ ou $u(t) = +N \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$?

b) Soit: $u(t) = 0$ pour $t \leq 0$
et $u(t) = 100 \cdot \cos(100\pi t)$ pour $t > 0$.

Représenter $u(t)$, $\varphi(t)$ et $i(t)$ en justifiant les allures. (Représenter les courbes les unes sous les autres avec la même échelle de temps).

c) Soit: $u(t) = 0$ pour $t \leq 0$
et $u(t) = 100 \cdot \sin(100\pi t)$ pour $t > 0$.

Représenter $u(t)$, $\varphi(t)$ et $i(t)$ en justifiant les allures. (Représenter les courbes les unes sous les autres avec la même échelle de temps).



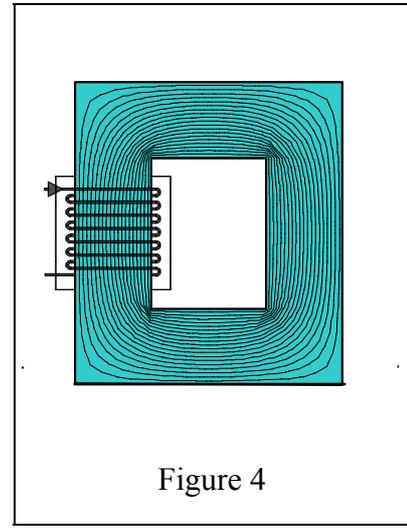
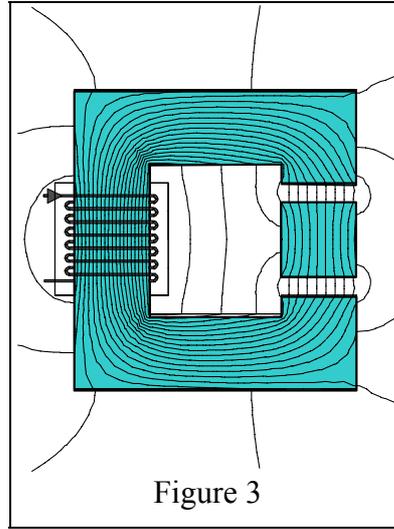
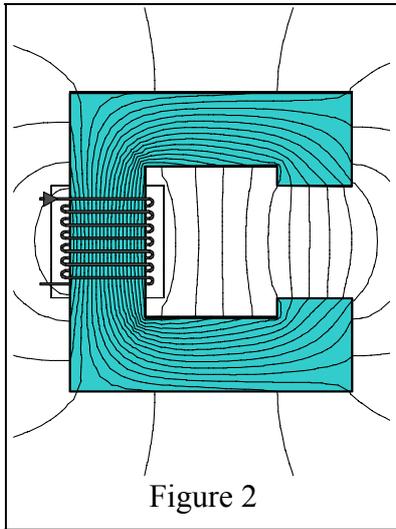
3 En réalité le circuit magnétique est saturable. (*On ne peut donc plus adopter l'hypothèse linéaire si $H \geq 955$ A/m*). Pour simplifier, le cycle d'hystérésis est assimilé à des segments de droites:

Reprendre les deux questions précédentes avec ses nouvelles données. Calculer en particulier la valeur maximale du courant.

Lors d'un démarrage en sinus, nous avons constaté une surintensité. Celle-ci disparaît progressivement sous l'effet de la résistance interne du bobinage (que nous avons négligée dans notre étude).

5. REPONSES AUX QUESTIONS DU COURS

Réponse 1:



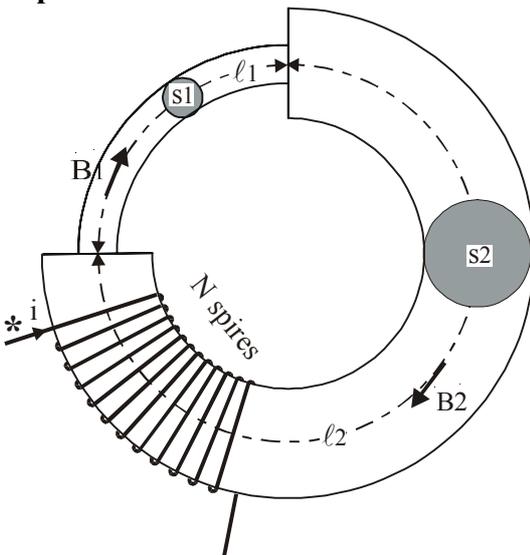
[Retour](#)

Réponse 2:

$$N = \frac{H \cdot \ell}{i} = \frac{500 \times 0,625}{1,5} = 208 \text{ spires. } N = \frac{H \cdot \ell}{i} = \frac{12500 \times 0,625}{1,5} = 5208 \text{ spires.}$$

[Retour](#)

Réponse 3:



Le point de polarité « * » correspond à la borne par laquelle entre le courant $i > 0$.

Soient φ_1 , B_1 et H_1 , le flux, le module du champ d'induction et le module du champ d'excitation magnétique dans l'élément de circuit magnétique de longueur ℓ_1 et de section S_1 .

Soient φ_2 , B_2 et H_2 , le flux, le module du champ d'induction et le module du champ d'excitation magnétique dans l'élément de circuit magnétique de longueur ℓ_2 et de section S_2 .

$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ (conservation du flux dans un tube d'induction).

Avec les hypothèses simplificatrices usuelles:

Induction uniforme dans une section droite du circuit magnétique.

Non prise en compte des phénomènes particuliers dans les angles:

$$B_1 = \frac{\varphi}{S_1}; B_2 = \frac{\varphi}{S_2}; H_1 = \frac{B_1}{\mu}; H_2 = \frac{B_2}{\mu}$$

$$\Rightarrow N.i = H_1.l_1 + H_2.l_2 = \frac{B_1}{\mu}.l_1 + \frac{B_2}{\mu}.l_2 = \varphi \cdot \left(\frac{l_1}{\mu.S_1} + \frac{l_2}{\mu.S_2} \right)$$

(Afin de minimiser les erreurs dues aux approximations, on applique toujours le théorème d'Ampère à la fibre moyenne lors d'un calcul rapide à la main)

Retour

Réponse 4:

Le tube d'induction constitué par le circuit magnétique torique et l'entrefer a une section constante (car on néglige l'épanouissement des lignes d'induction dans l'entrefer)

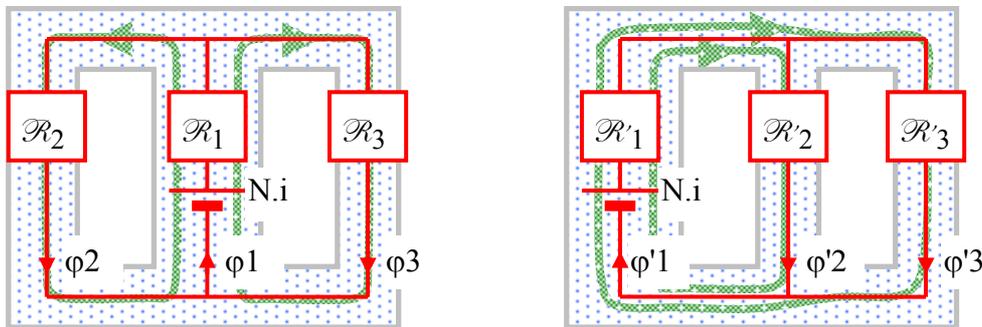
Le flux est conservatif dans un tube d'induction.

Donc le module du champ d'induction (supposé uniforme dans une section droite du tube de champ) a une valeur $B = \frac{\varphi}{s}$ constante dans tout le tube de champ. (le fer comme l'entrefer)

$$N.i = H.(l - e) + H_0.e = \frac{B}{\mu}.(l - e) + \frac{B}{\mu_0}.e = 643A$$

Retour

Réponse 5:



Retour