

## Exercices sur les diagrammes de Bode du 1<sup>er</sup> ordre

Ce document est une compilation des exercices posés en devoirs surveillés d'électricité au département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l'IUT de Nantes. Ces devoirs se sont déroulés généralement sans documents, sans calculette et *sans téléphone portable...*

Les devoirs d'une durée de 80 min sont notés sur 20 points. Donc chaque point proposé au barème correspond approximativement à une activité de 4 min.

Ces exercices correspondent au chapitre 8 de ressource [Baselecpro](#) sur le site [IUTenligne](#).

Un corrigé avec barème de correction est remis aux étudiants en sortie du devoir (C'est souvent le seul moment où ils vont réfléchir à ce qu'ils ont su (ou pas su) faire dans ce devoir)

Personnellement, je me refuse à manipuler le barème d'un devoir lors de la correction dans le but d'obtenir une moyenne présentable. (*ni trop ni trop peu...*)

La moyenne d'un devoir doit refléter l'adéquation entre les objectifs de l'enseignant et les résultats des étudiants.

Les documents proposés ici sont délivrés dans un format qui permet tout assemblage/désassemblage ou modification à la convenance de l'utilisateur. Les dessins et les équations ont été réalisés avec Word97.

Nos étudiants disposent d'une masse considérable d'informations sur internet. Les enseignants sont maintenant soucieux de leur apprendre à utiliser intelligemment cet immense champ de connaissance. Ils leur apprennent notamment à citer les sources...

Ressource [ExercicElecPro](#) proposée sur le site Internet 

### Copyright : droits et obligations des utilisateurs

L'auteur ne renonce pas à sa qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de son document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Toute ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou* et la référence au site Internet *IUT en ligne*. La diffusion de toute ou partie de cette ressource sur un site internet autre que le site IUT en ligne est interdite.

Une version de Baselecpro est disponible sous forme d'un livre aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre

[\*\*\*ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l'électricité\*\*\*](#)

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes – France

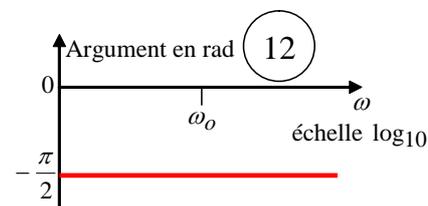
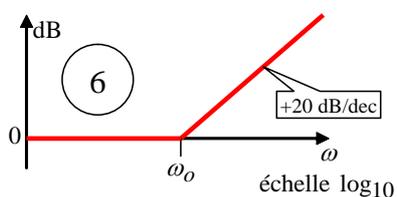
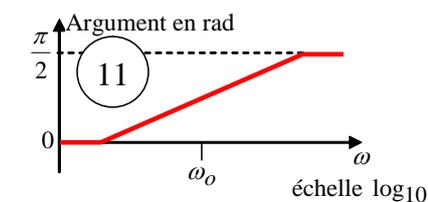
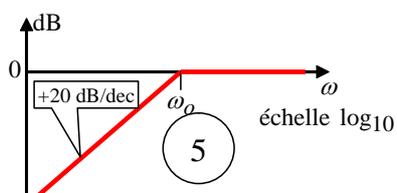
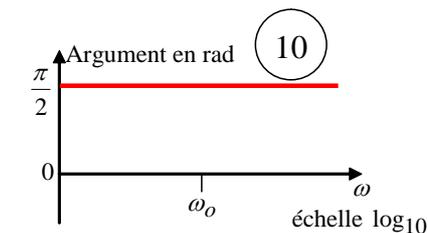
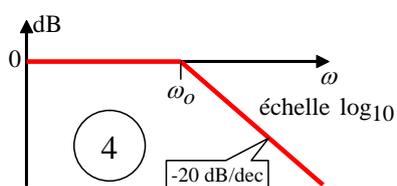
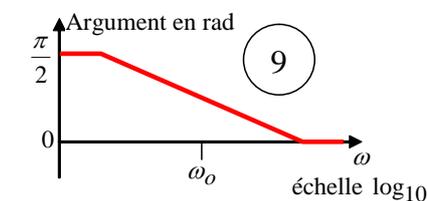
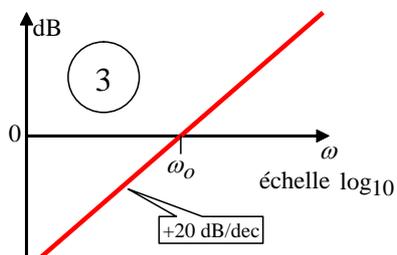
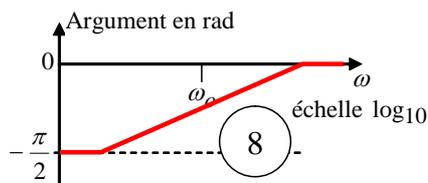
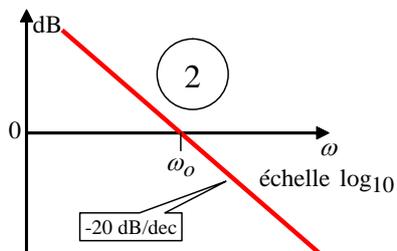
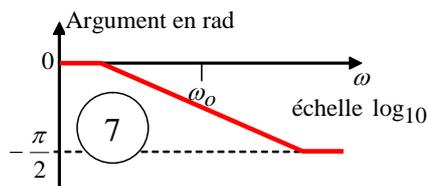
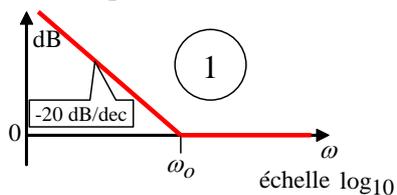
11/01/2016

## Table des matières

1	Reconnaissance des diagrammes de Bode canoniques du 1 <sup>er</sup> ordre.....	1
2	Filtre décrit par un diagramme de Bode (3,5 pts).....	3
3	Filtre décrit par un diagramme de Bode (3 pts).....	5
4	Lecture du diagramme de Bode d'un réseau linéaire RLC. (3,5 pts).....	8
5	Diagramme de Bode d'un circuit RC (3 pts).....	12
6	Diagramme de Bode d'un circuit RL (5 pts).....	14
7	Diagramme de Bode d'un circuit RL (Variante) (3 pts).....	14
7	Diagramme de Bode d'un circuit RL (Variante) (3 pts).....	15
8	Etablissement du diagramme de Bode d'un produit de fonctions élémentaires (5 pts).....	16
9	Etablissement du diagramme de Bode d'un produit de fonctions élémentaires (3 pts).....	17
10	Diagramme de Bode d'un intégrateur en régime sinusoïdal (8 pts).....	19
11	Diagramme de Bode de la réponse d'un capteur (11 pts).....	22
12	Diagramme de Bode d'une mesure à l'oscilloscope (7 pts).....	27
13	La fonction AC/DC d'un oscilloscope.....	30
14	Montages à AOP en régime alternatif sinusoïdal (5 pts).....	34
15	Filtre à AOP en régime alternatif sinusoïdal.....	36

# 1 Reconnaissance des diagrammes de Bode canoniques du 1<sup>er</sup> ordre

Les figures ci-dessous représentent les allures des diagrammes de Bode (module et argument) associés à différentes expressions complexes de référence. ( $\omega_o$  est une constante)



Compléter le tableau en faisant correspondre les numéros des diagrammes ci-dessus avec les expressions complexes ci-dessous

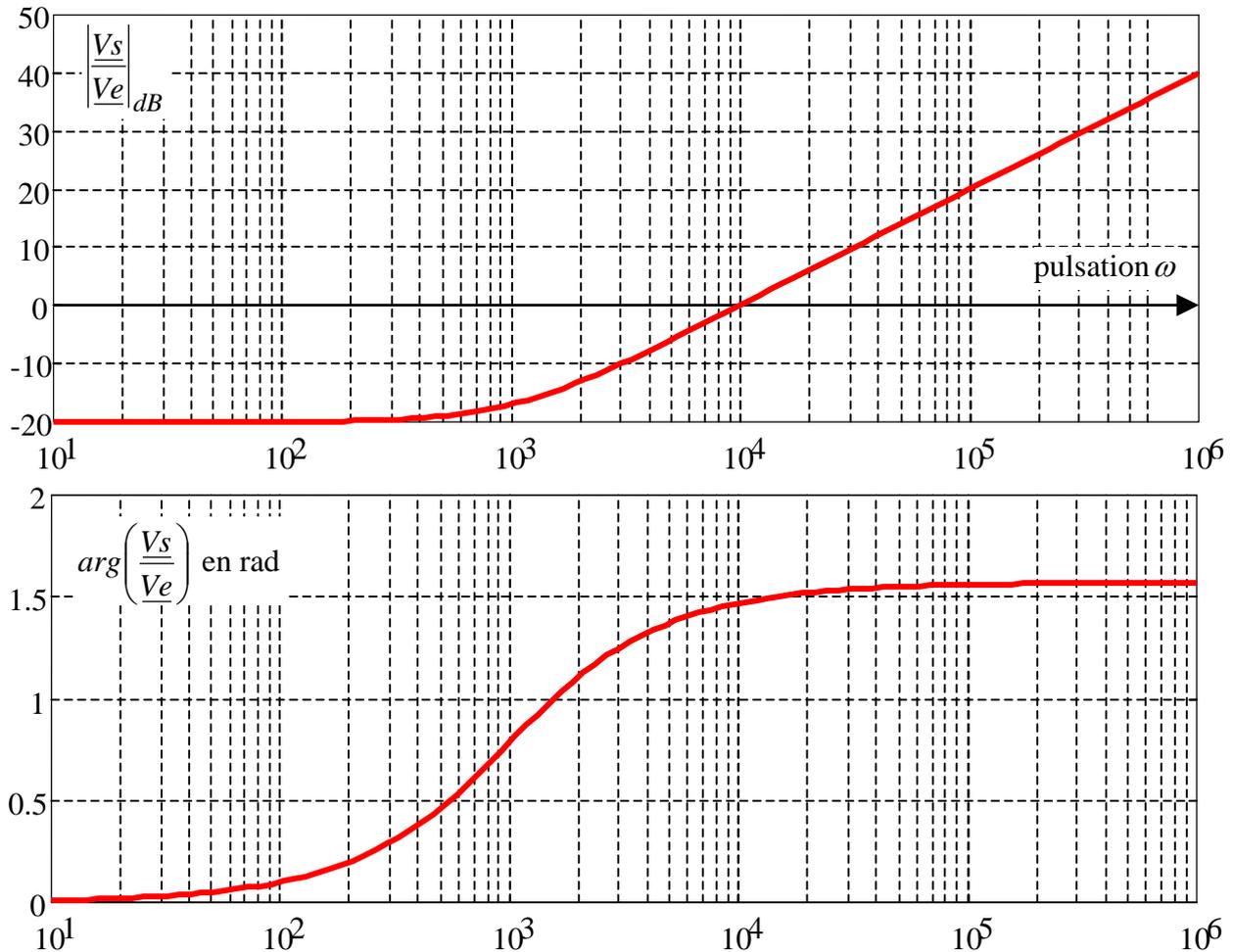
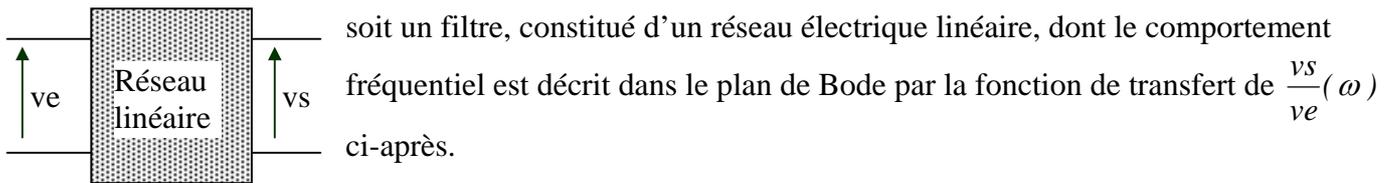
	module	argument		module	argument
$\frac{j.\omega}{\omega_o}$			$\frac{1}{1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}}$		
$\frac{1}{\frac{j.\omega}{\omega_o}}$			$\frac{j.\omega}{\omega_o} = \frac{j.\omega}{\omega_o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}}$		
$1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}$					

Corrigé :

½ pt par réponse correcte

	module	argument		module	argument
$\frac{j.\omega}{\omega_o}$	3	10	$\frac{1}{1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}}$	4	7
$\frac{1}{\frac{j.\omega}{\omega_o}}$	2	12	$\frac{j.\omega}{\omega_o} = \frac{j.\omega}{\omega_o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}}$	5	9
$1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}$	6	11			

## 2 Filtre décrit par un diagramme de Bode (3,5 pts)



Pourquoi peut-on appliquer le théorème de superposition à ce filtre?

A la pulsation  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  : avec  $v_e(t) = V_{e_{max}} \cdot \cos(10t)$  et  $v_s(t) = V_{s_{max}} \cdot \cos(10t + \alpha)$

Déterminer la valeur  $\frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}}$  à partir de la lecture graphique de  $\left| \frac{V_s}{V_e} \right|_{dB}$

Dans le cas où  $v_e(t) = 1 \cdot \cos(10t)$ , déterminer l'expression numérique de  $v_s(t)$ .

Dans le cas où  $v_e(t) = 1 \cdot \cos(10^5 t)$ , déterminer l'expression numérique de  $v_s(t)$ .

Dans le cas où  $v_e(t) = 1 \cdot \cos(10t) + 1 \cdot \cos(10^5 t)$ , déterminer l'expression numérique de  $v_s(t)$ .

Corrigé :

a) Le théorème de superposition s'applique aux réseaux linéaires, ce qui est le cas ici. (0,5 pt)

b)  $\omega = 10 \text{ rad/s} : 20 \log_{10} \left( \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} \right) = -20 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} \right) = -1 \Leftrightarrow \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} = 10^{-1}$  (0,5 pt)

c)  $\omega = 10 \text{ rad/s} : V_{e_{\max}} = 1 \Leftrightarrow V_{s_{\max}} = 0.1$  (0,5 pt). Déphasage de  $v_s(t)$  par rapport à  $v_e(t)$  : 0 rad.

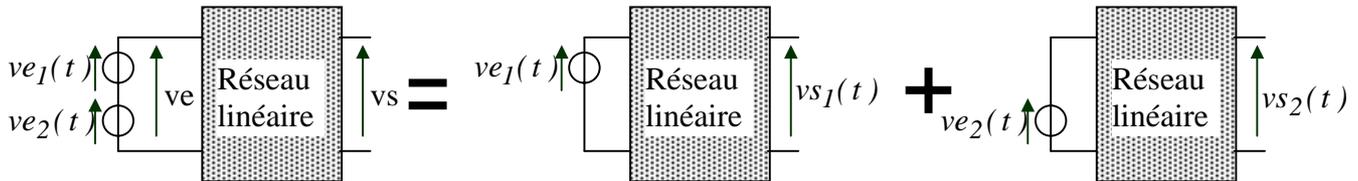
$\Rightarrow v_s(t) = 0.1 \cdot \cos(10.t)$  (0,5 pt)

d)  $\omega = 10^5 \text{ rad/s} : 20 \log_{10} \left( \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} \right) = 20 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} = \frac{V_{s_{\max}}}{1} = 10^1$ .

$\Leftrightarrow V_{s_{\max}} = 10$ .

Déphasage de  $v_s(t)$  par rapport à  $v_e(t)$  :  $1.57 \text{ rad} \left( = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \right)$ .  $\Rightarrow v_s(t) = 10 \cdot \cos(10^5.t + 1.57)$  (1 pt)

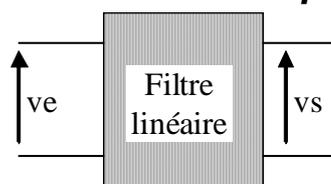
e) En appliquant le théorème de superposition, on en déduit :



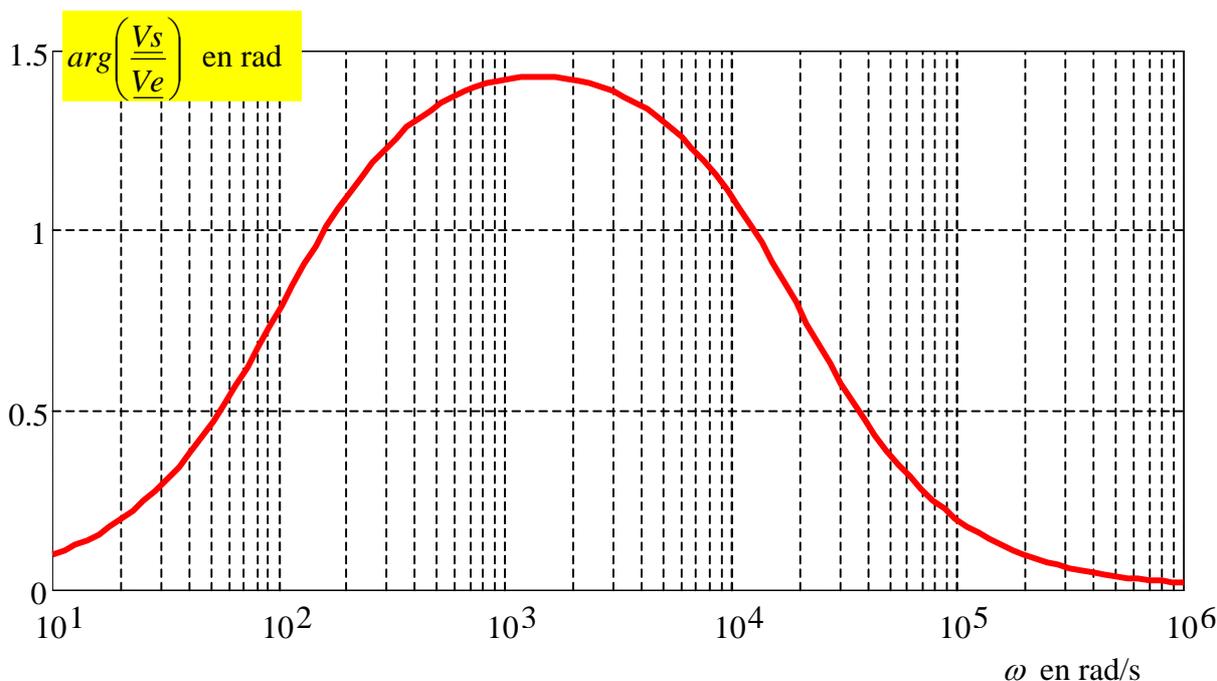
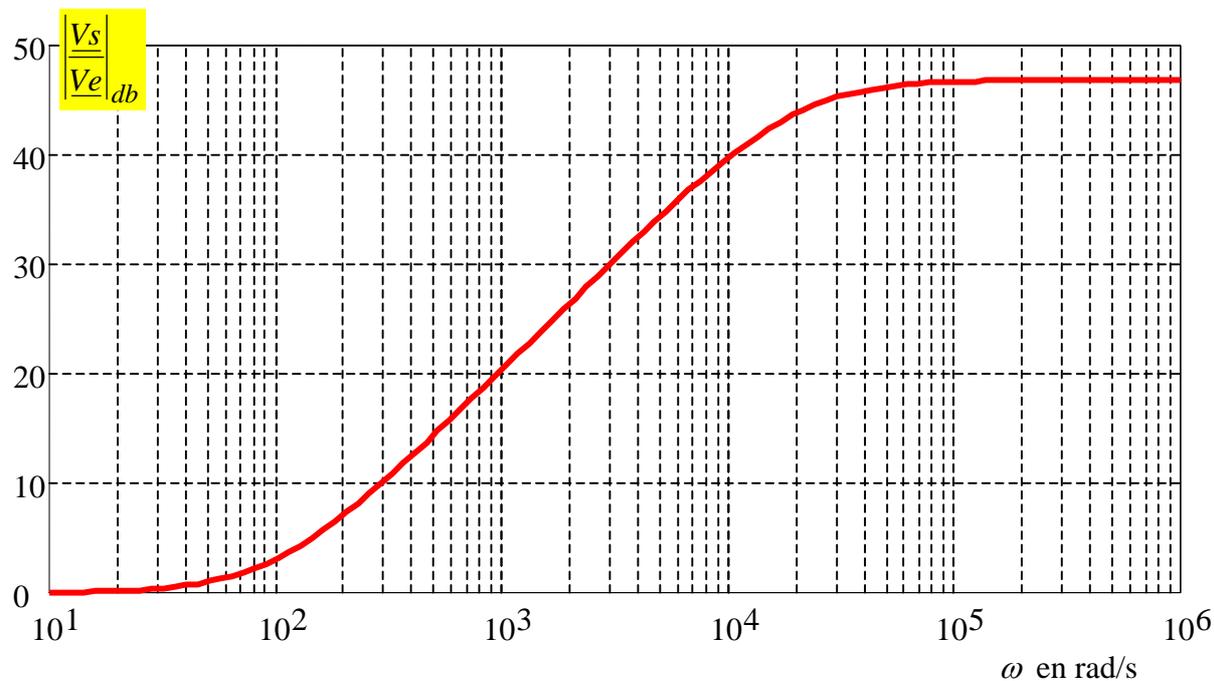
$v_{e1}(t) = 1 \cdot \cos(10.t) \quad v_{e2}(t) = 1 \cdot \cos(10^5.t)$

$v_s(t) = v_{s1}(t) + v_{s2}(t) = 0.1 \cdot \cos(10.t) + 10 \cdot \cos(10^5.t + 1.57)$  (0,5 pt)

### 3 Filtre décrit par un diagramme de Bode (3 pts)



soit un filtre linéaire dont le comportement fréquentiel est décrit dans le plan de Bode par la fonction de transfert  $\frac{V_s}{V_e}(\omega)$  suivante:



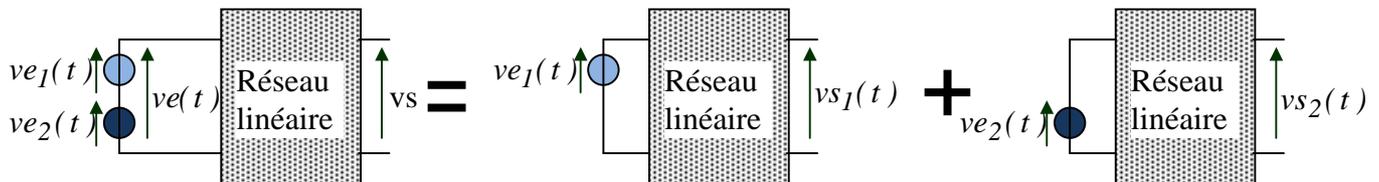
Sachant que la tension en entrée du filtre est  $v_e(t) = 0,01 \cdot \cos(10000 \cdot t) + 0,01 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$ , en déduire l'expression de  $v_s(t)$ .

**Corrigé :**

La tension  $ve(t)$  est la somme de deux fonctions alternatives sinusoïdales de fréquences différentes:  $ve_1(t)$  et  $ve_2(t)$  :

$$ve(t) = \underbrace{0,01 \cdot \cos(10000 \cdot t)}_{ve_1(t)} + \underbrace{0,01 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)}_{ve_2(t)}$$

Le théorème de superposition s'applique aux réseaux linéaires, ce qui est le cas ici :



➤  $\omega = 10000 \text{ rad/s} = 10^4 \text{ rad/s}$  : Pour cette pulsation, on peut voir sur le diagramme :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{Vs1_{max}}{Ve1_{max}} \right) = 40 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{Vs1_{max}}{Ve1_{max}} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{Vs1_{max}}{Ve1_{max}} = 10^2$$

$$\Leftrightarrow Vs1_{max} = 10^2 \cdot Ve1_{max} = 100 \cdot 0,01 = 1 \text{ V}$$

Déphasage de  $vs_1(t)$  par rapport à  $ve_1(t)$  :  $1,1 \text{ rad}$  .  $\Rightarrow vs_1(t) = 1 \cdot \cos(10000 \cdot t + 1,1)$

➤  $\omega = 1000 \text{ rad/s} = 10^3 \text{ rad/s}$  : Pour cette pulsation, on peut voir sur le diagramme :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{Vs2_{max}}{Ve2_{max}} \right) = 20 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{Vs2_{max}}{Ve2_{max}} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{Vs2_{max}}{Ve2_{max}} = 10^1$$

$$\Leftrightarrow Vs2_{max} = 10 \cdot Ve2_{max} = 10 \cdot 0,01 = 0,1 \text{ V}$$

Déphasage de  $vs_2(t)$  par rapport à  $ve_2(t)$  :  $1,4 \text{ rad}$  .  $\Rightarrow vs_2(t) = 0,1 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2} + 1,4\right)$

$$\Rightarrow vs_2(t) = 0,1 \cdot \cos(1000 \cdot t - 0,17)$$

➤ En appliquant le théorème de superposition, on en déduit :

$$vs(t) = vs_1(t) + vs_2(t) = 1 \cdot \cos(10000 \cdot t + 1,1) + 0,1 \cdot \cos(1000 \cdot t - 0,17)$$

**VARIANTE 2015 (4 pts) :**

- a) Pourquoi peut-on appliquer le théorème de superposition à ce filtre?
- b) Sachant que la tension en entrée du filtre est  $ve_1(t) = 0,01 \cdot \cos(10000 \cdot t)$ , en déduire l'expression de la tension de sortie du filtre  $vs_1(t)$  dans ce cas.
- c) Sachant que la tension en entrée du filtre est  $ve_2(t) = 0,01 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$ , en déduire l'expression de la tension de sortie du filtre  $vs_2(t)$  dans ce cas.
- d) Sachant que la tension en entrée du filtre est  $ve(t) = 0,01 \cdot \cos(10000 \cdot t) + 0,01 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$ , en déduire l'expression de  $vs(t)$ .

**Corrigé :**

a) Le théorème de superposition s'applique aux réseaux linéaires, ce qui est le cas ici. (0,5 pt)

b)  $\omega = 10000 \text{ rad/s} = 10^4 \text{ rad/s}$  : Pour cette pulsation, on peut voir sur le diagramme :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{Vs_{1 \max}}{Ve_{1 \max}} \right) = 40 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{Vs_{1 \max}}{Ve_{1 \max}} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{Vs_{1 \max}}{Ve_{1 \max}} = 10^2$$

$$\Leftrightarrow Vs_{1 \max} = 10^2 \cdot Ve_{1 \max} = 100 \cdot 0,01 = 1 \text{ V}$$

Déphasage de  $vs_1(t)$  par rapport à  $ve_1(t)$  :  $1,1 \text{ rad}$  .  $\Rightarrow vs_1(t) = 1 \cdot \cos(10000 \cdot t + 1,1)$  (1,5 pt)

c)  $\omega = 1000 \text{ rad/s} = 10^3 \text{ rad/s}$  : Pour cette pulsation, on peut voir sur le diagramme :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{Vs_{2 \max}}{Ve_{2 \max}} \right) = 20 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{Vs_{2 \max}}{Ve_{2 \max}} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{Vs_{2 \max}}{Ve_{2 \max}} = 10^1$$

$$\Leftrightarrow Vs_{2 \max} = 10 \cdot Ve_{2 \max} = 10 \cdot 0,01 = 0,1 \text{ V}$$

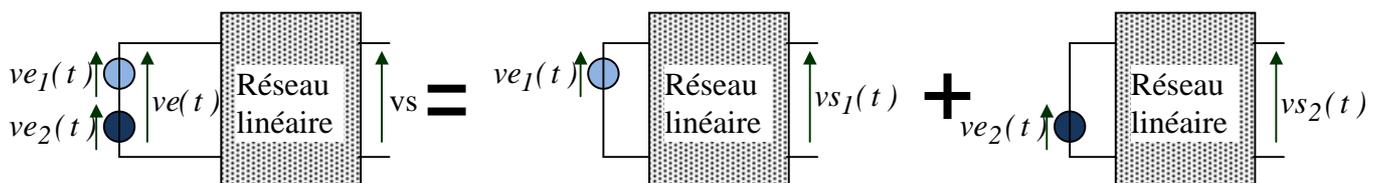
Déphasage de  $vs_2(t)$  par rapport à  $ve_2(t)$  :  $1,4 \text{ rad}$  .  $\Rightarrow vs_2(t) = 0,1 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2} + 1,4\right)$

$\Rightarrow vs_2(t) = 0,1 \cdot \cos(1000 \cdot t - 0,17)$  (1,5 pt)

d) La tension  $ve(t)$  est la somme de deux fonctions alternatives sinusoïdales de fréquences différentes:  $ve_1(t)$  et  $ve_2(t)$  :

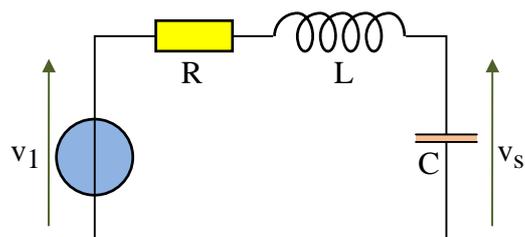
$$ve(t) = \underbrace{0,01 \cdot \cos(10000 \cdot t)}_{ve_1(t)} + \underbrace{0,01 \cdot \cos\left(1000 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)}_{ve_2(t)}$$

Le théorème de superposition s'applique aux réseaux linéaires, ce qui est le cas ici :



$vs(t) = vs_1(t) + vs_2(t) = 1 \cdot \cos(10000 \cdot t + 1,1) + 0,1 \cdot \cos(1000 \cdot t - 0,17)$  (0,5 pt)

#### 4 Lecture du diagramme de Bode d'un réseau linéaire RLC. (3,5 pts)



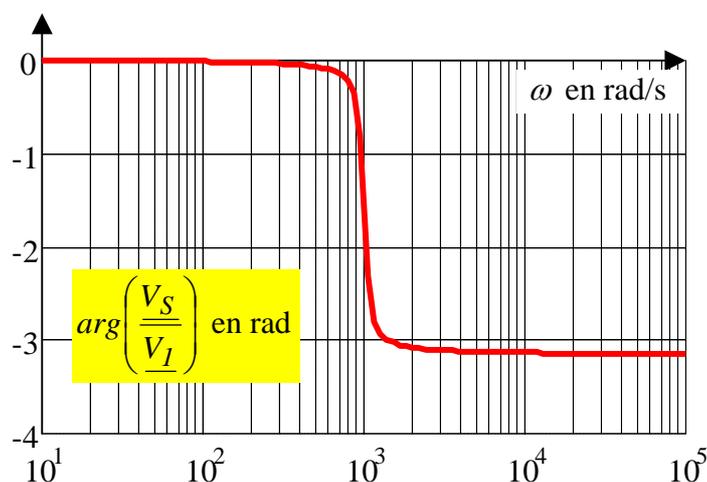
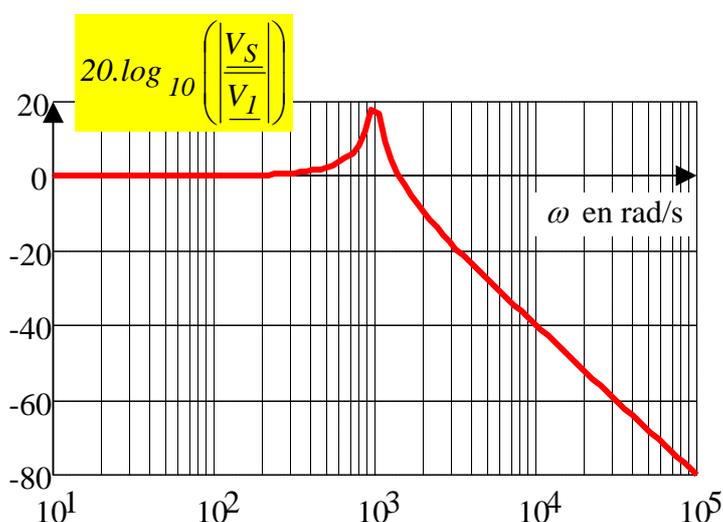
a) Dans le montage ci-contre,  $v_1$  est une source de tension alternative sinusoïdale :  $v_1(t) = \hat{V}_1 \cdot \cos(\omega.t)$

Exprimer le complexe  $\underline{V}_S$  en fonction de  $\underline{V}_1$ , R, L, C et  $\omega$ .

b) Les composants ont les valeurs suivantes :  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 10 \text{ mH}$  et  $C = 100 \mu\text{F}$ .

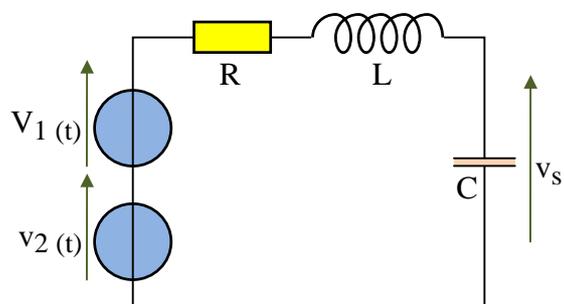
Pour ces valeurs, le diagramme de Bode de  $\frac{V_S}{V_1}$  est donné ci-après

(Il n'est pas demandé de justifier ce diagramme de Bode, mais simplement de savoir le lire)



L'expression de la source de tension alternative sinusoïdale est :  $v_1(t) = \hat{V}_1 \cdot \cos(10^2.t)$

Déterminer l'expression de  $v_S(t)$  en fonction de  $\hat{V}_1$ .



c) On ajoute au montage précédent une source de tension de valeur  $v_2(t) = \hat{V}_2 \cdot \cos(10^4.t)$ .

En utilisant le diagramme de Bode précédent, déterminer l'expression de  $v_S(t)$  en régime permanent en fonction de  $\hat{V}_1$  et  $\hat{V}_2$ .

Corrigé :

a) On peut appliquer la formule du pont diviseur de tension :

$$\frac{V_S}{V_I} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{jRC\omega + j^2 LC\omega^2 + 1} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

b) A 100 rad/s :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} \right) = 0 \text{ dB} \Leftrightarrow \frac{V_{s_{max}}}{V_{I_{max}}} = 1 \quad \text{et}$$

$$\arg \left( \frac{V_S}{V_I} \right) = (\vec{V}_I, \vec{V}_S) = 0, \text{ donc } v_{s_1}(t) = \hat{V}_1 \cdot \cos(10^2 \cdot t). \quad (1 \text{ pt})$$

c) A  $10^4 \text{ rad/s}$  :

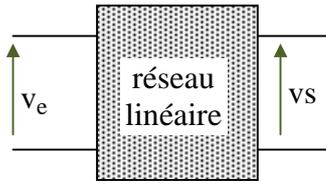
$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s_{max}}}{V_{2_{max}}} \right) = -40 \text{ dB} \Leftrightarrow \frac{V_{s_{max}}}{V_{2_{max}}} = 10^{-2} \quad \text{et}$$

$$\arg \left( \frac{V_S}{V_2} \right) = (\vec{V}_2, \vec{V}_S) = -3,14 \text{ rad}, \text{ donc } v_{s_2}(t) = \hat{V}_2 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(10^4 \cdot t - 3,14). \quad (1 \text{ pt})$$

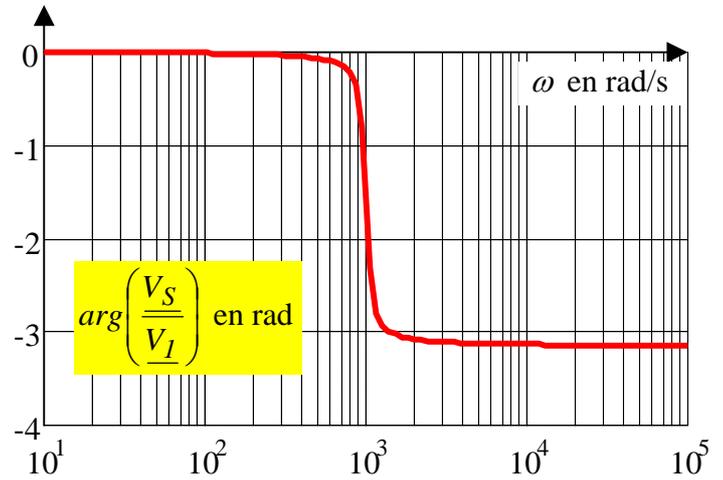
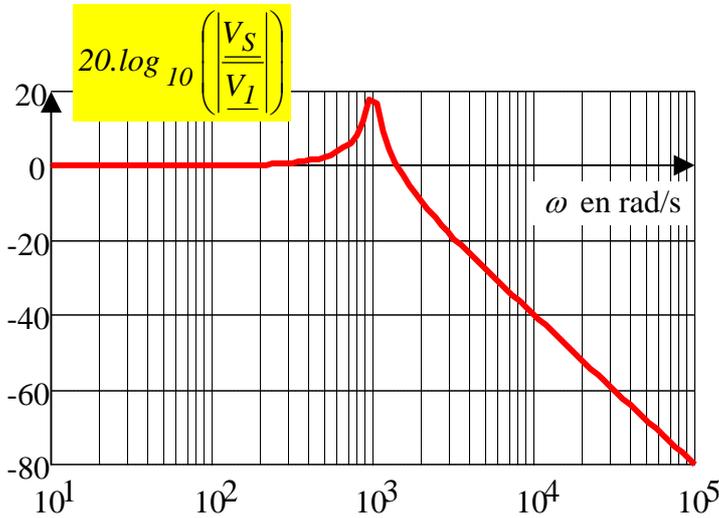
on applique le **théorème de superposition** et on en déduit :

$$v_s(t) = \underbrace{\hat{V}_1 \cdot \cos(10^2 \cdot t)}_{v_{s_1}(t)} + \underbrace{\hat{V}_2 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(10^4 \cdot t - 3,14)}_{v_{s_2}(t)} \quad (1 \text{ pt})$$

Variante 2007



Soit un réseau électrique linéaire dont le diagramme de Bode de  $\frac{V_S}{V_e}$  est donné ci-après



- a) Si  $v_e(t) = v_{e1}(t) = 10 \cdot \cos(10^2 \cdot t)$ , déterminer l'expression  $v_{s1}(t)$  de la tension  $v_s(t)$ .
- b) Si  $v_e(t) = v_{e2}(t) = 5 \cdot \cos(10^4 \cdot t)$ , déterminer l'expression  $v_{s2}(t)$  de la tension  $v_s(t)$ .
- c) Si  $v_e(t) = v_{e3}(t) = \underbrace{10 \cdot \cos(10^2 \cdot t)}_{v_{e1}(t)} + \underbrace{5 \cdot \cos(10^4 \cdot t)}_{v_{e2}(t)}$ , déterminer l'expression  $v_{s3}(t)$  de la tension  $v_s(t)$ . Justifier

la méthode utilisée en citant la loi de l'électricité mise en œuvre.

Corrigé :

a) A 100 rad/s :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s\max}}{V_{e\max}} \right) = 0 \text{ dB} \Leftrightarrow \frac{V_{s\max}}{V_{e\max}} = 1 \quad \text{et}$$

$$\arg \left( \frac{V_s}{V_e} \right) = (\vec{V}_e, \vec{V}_s) = 0, \text{ donc } v_{s1}(t) = 10 \cdot \cos(10^2 \cdot t). \quad (1 \text{ pt})$$

b) A  $10^4$  rad/s :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s\max}}{V_{e\max}} \right) = -40 \text{ dB} \Leftrightarrow \frac{V_{s\max}}{V_{e\max}} = 10^{-2} \quad \text{et}$$

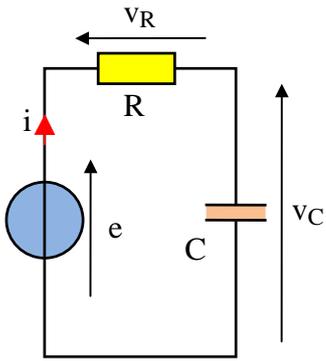
$$\arg \left( \frac{V_s}{V_e} \right) = (\vec{V}_e, \vec{V}_s) = -3,14 \text{ rad}, \text{ donc } v_{s2}(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(10^4 \cdot t - 3,14). \quad (1 \text{ pt})$$

c) Si  $v_e(t) = v_{e3}(t) = \underbrace{10 \cdot \cos(10^2 \cdot t)}_{v_{e1}(t)} + \underbrace{5 \cdot \cos(10^4 \cdot t)}_{v_{e2}(t)}$ ,

on applique le **théorème de superposition** et on en déduit :

$$v_s(t) = v_{s3}(t) = \underbrace{10 \cdot \cos(10^2 \cdot t)}_{v_{s1}(t)} + \underbrace{5 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(10^4 \cdot t - 3,14)}_{v_{s2}(t)} \quad (1 \text{ pts})$$

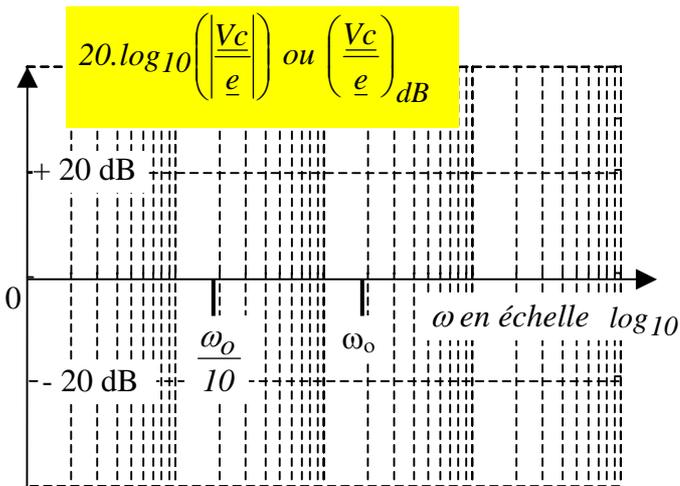
### 5 Diagramme de Bode d'un circuit RC (3 pts)



Soit le montage ci-contre avec  $e(t) = \hat{E} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ .

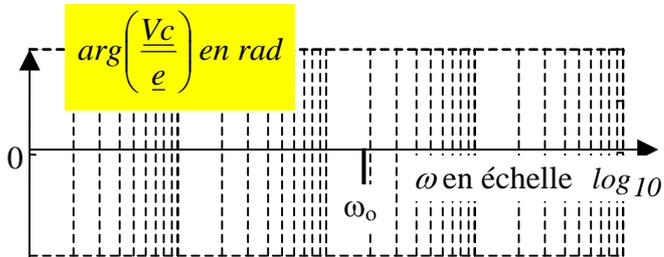
a) Exprimer le complexe  $\frac{V_c}{E}$  sous la forme  $\frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$ .

(Préciser la valeur de  $\omega_0$ ).

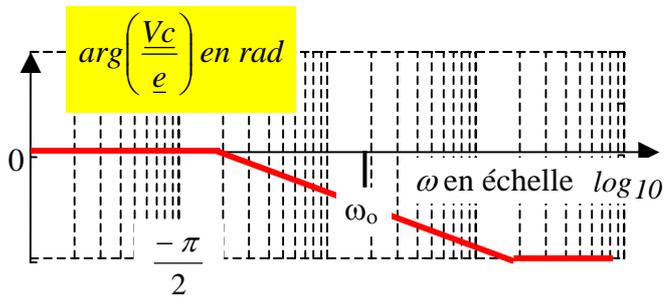
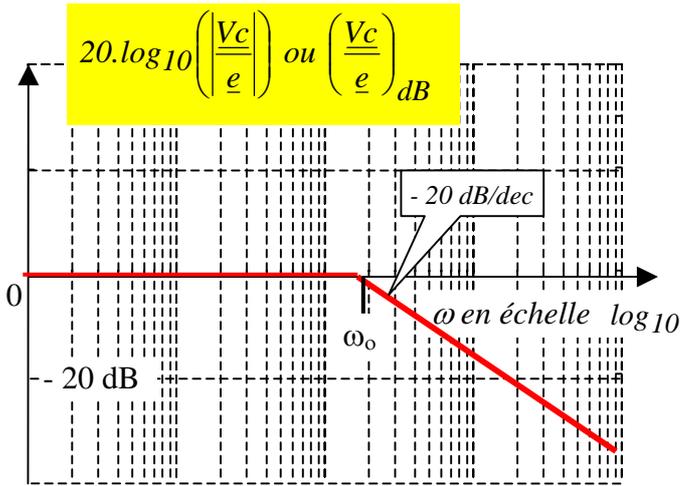


b) Représenter ci-contre (sans justification) le diagramme asymptotique de Bode (module et phase) du complexe  $\frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Préciser la pente en dB/dec sur le

graphe du module et graduer l'axe des arguments. ( $\omega_0$  est déjà positionnée sur le diagramme)



Corrigé :

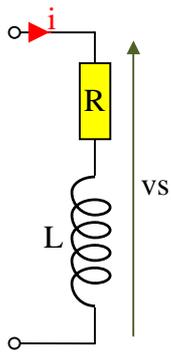


En utilisant la formule du pont diviseur de tension en complexe :

$$\frac{V_c}{E} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{\left(\frac{1}{jC\omega}\right) \cdot jC\omega}{\left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) \cdot jC\omega} = \frac{1}{jRC\omega + 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_c}{E} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

### 6 Diagramme de Bode d'un circuit RL (5 pts).



Soit le montage ci-contre avec  $i(t) = I_{max} \cdot \cos(\omega.t)$ .

Exprimer le complexe  $\frac{V_s}{I}$  puis mettre ce rapport sous la forme  $\frac{V_s}{I} = k \cdot \left(1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}\right)$ . Préciser la valeur des constantes  $k$  et  $\omega_o$

Représenter le diagramme asymptotique de Bode (module et phase) de  $\frac{V_s}{I}$ .

Sachant que  $R = 100 \Omega$  et  $L = 1 H$ , préciser les valeurs remarquables sur les axes. Préciser la pente en dB sur le graphe du module.

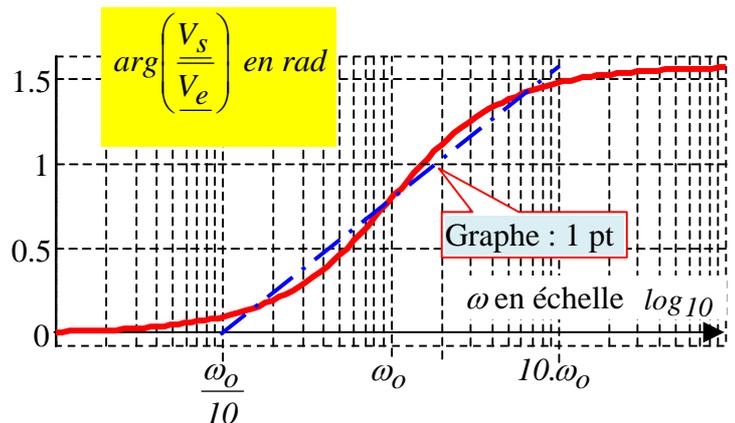
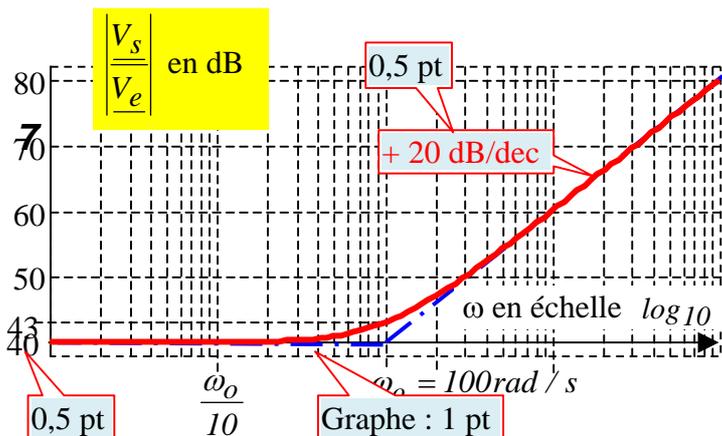
Corrigé :

le complexe  $\frac{V_s}{I}$  est égal à l'impédance du dipôle R-L

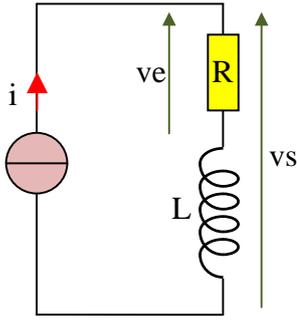
$$\underline{V_s} = (R + jL\omega) \cdot \underline{I} \Leftrightarrow \frac{\underline{V_s}}{\underline{I}} = R + jL\omega = R \cdot \left(1 + j.\omega \cdot \frac{L}{R}\right) = R \cdot \left(1 + \frac{j.\omega}{\frac{R}{L}}\right) = k \cdot \left(1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}\right) \text{ avec : } k = R \text{ et } \omega_o = \frac{R}{L}$$

$$\omega_o = \frac{R}{L} = 100 \text{ rad/s et pour } \omega \rightarrow 0 : 20 \cdot \log_{10}(R + j.L.\omega) \rightarrow 20 \cdot \log_{10}(R) = 20 \cdot \log_{10}(100) = 40 \text{ dB}$$

$1 + j \frac{\omega}{\omega_o}$  est une forme « canonique », c'est-à-dire une forme typique dont le diagramme de Bode fait parti des classiques qui doivent être connus. (voir le chapitre 8 de [Baselecpro](#) sur le site IUTenligne)



### Diagramme de Bode d'un circuit RL (Variante) (3 pts).



Soit le montage ci-contre avec  $i(t) = I_{max} \cdot \cos(\omega t)$ .

Exprimer le complexe  $\frac{V_s}{I}$  puis  $\frac{V_s}{V_e}$ .

Représenter le diagramme asymptotique de Bode (module et phase) de  $\frac{V_s}{V_e}$ . Préciser

les valeurs remarquables sur les axes.

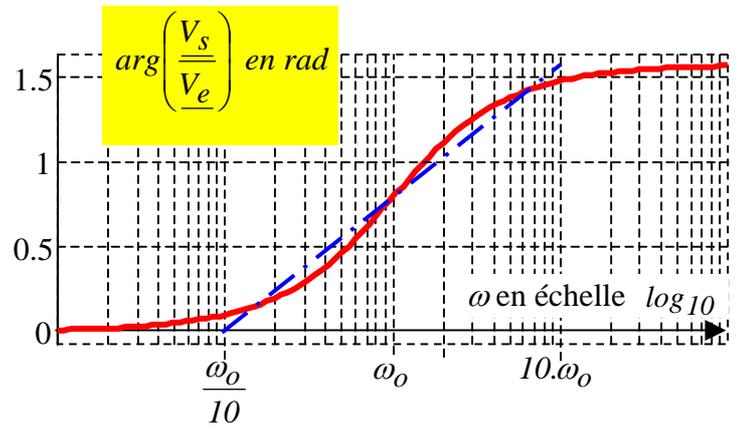
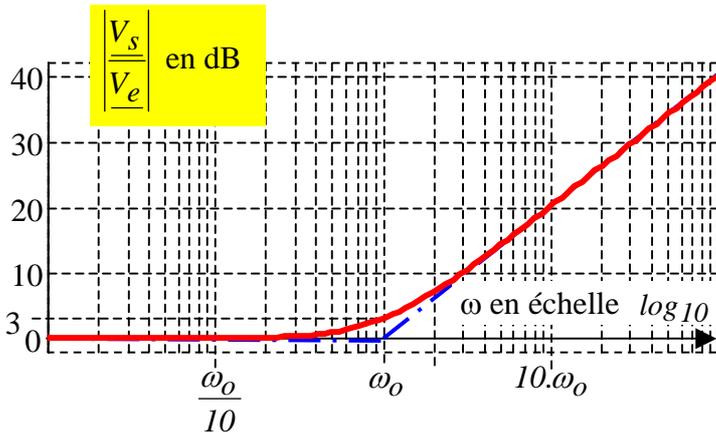
Préciser la pente en db sur le graphe du module.

Corrigé :

$$\underline{V_s} = (R + jL\omega) \cdot \underline{I} \Leftrightarrow \frac{\underline{V_s}}{\underline{I}} = R + jL\omega$$

$$\left. \begin{array}{l} \underline{V_s} = (R + jL\omega) \cdot \underline{I} \\ \underline{V_e} = R \cdot \underline{I} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{R + jL\omega}{R} = 1 + j \frac{\omega}{R/L} = 1 + j \frac{\omega}{\omega_o} \text{ avec } \boxed{\omega_o = R/L}$$

$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = 1 + j \frac{\omega}{\omega_o}$  est une forme « canonique », c'est-à-dire une forme typique dont le diagramme de Bode fait parti des classiques qui doivent être connus. (voir le chapitre 8 de [Baseleopro](#) sur le site IUTenligne)

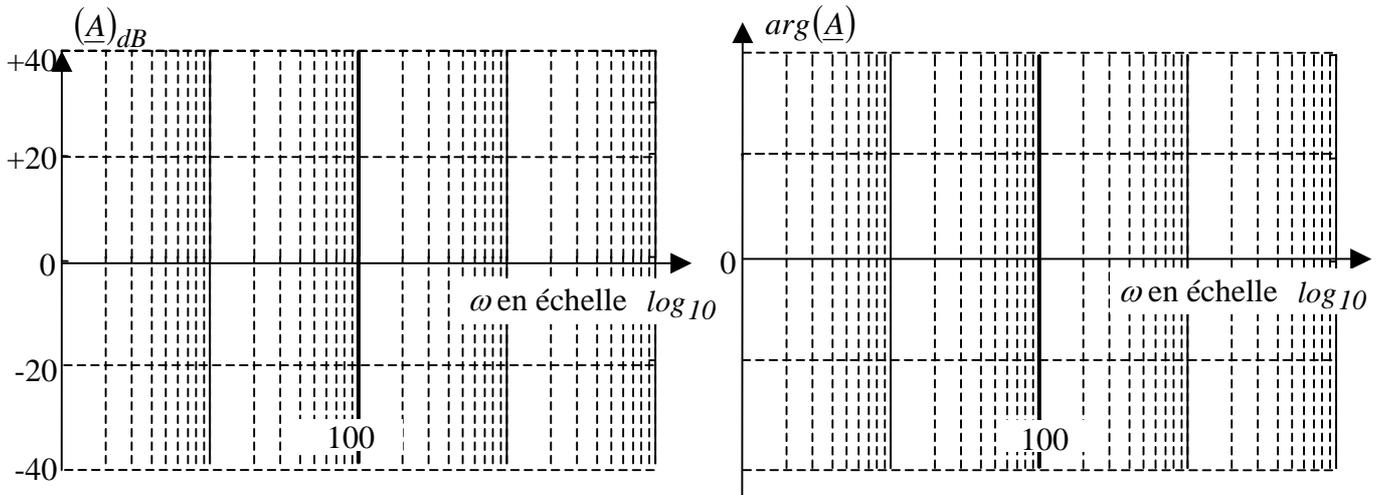


### 8 Etablissement du diagramme de Bode d'un produit de fonctions élémentaires (5 pts)

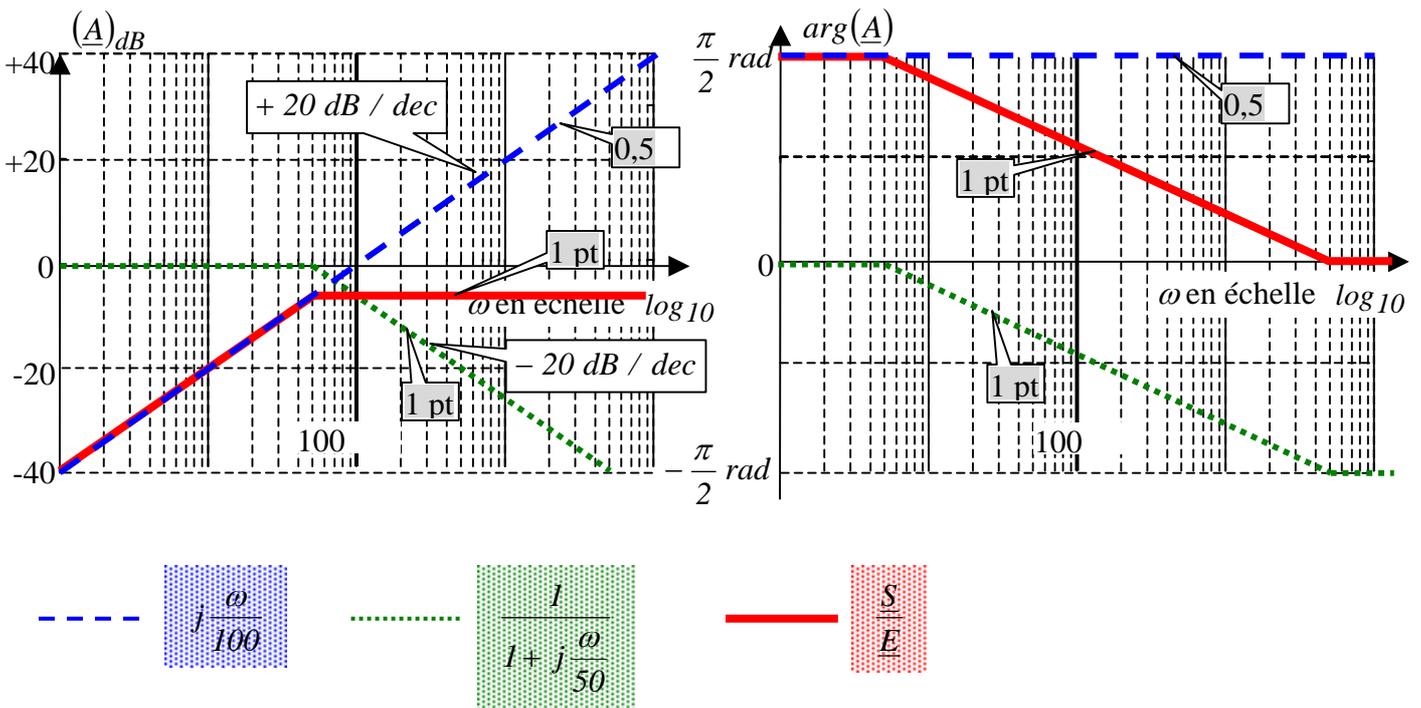
Répondre directement sur cette feuille

e) Avec trois couleurs différentes clairement identifiées, représenter (sans justification) les diagrammes asymptotiques de Bode des 3 complexes :  $j\frac{\omega}{100}$  ;  $\frac{1}{1+j\frac{\omega}{50}}$  et  $\frac{S}{E} = j\frac{\omega}{100} \cdot \frac{1}{1+j\frac{\omega}{50}}$

Les arguments pourront être approximés avec trois segments.  
Graduer l'axe des arguments.



Corrigé :



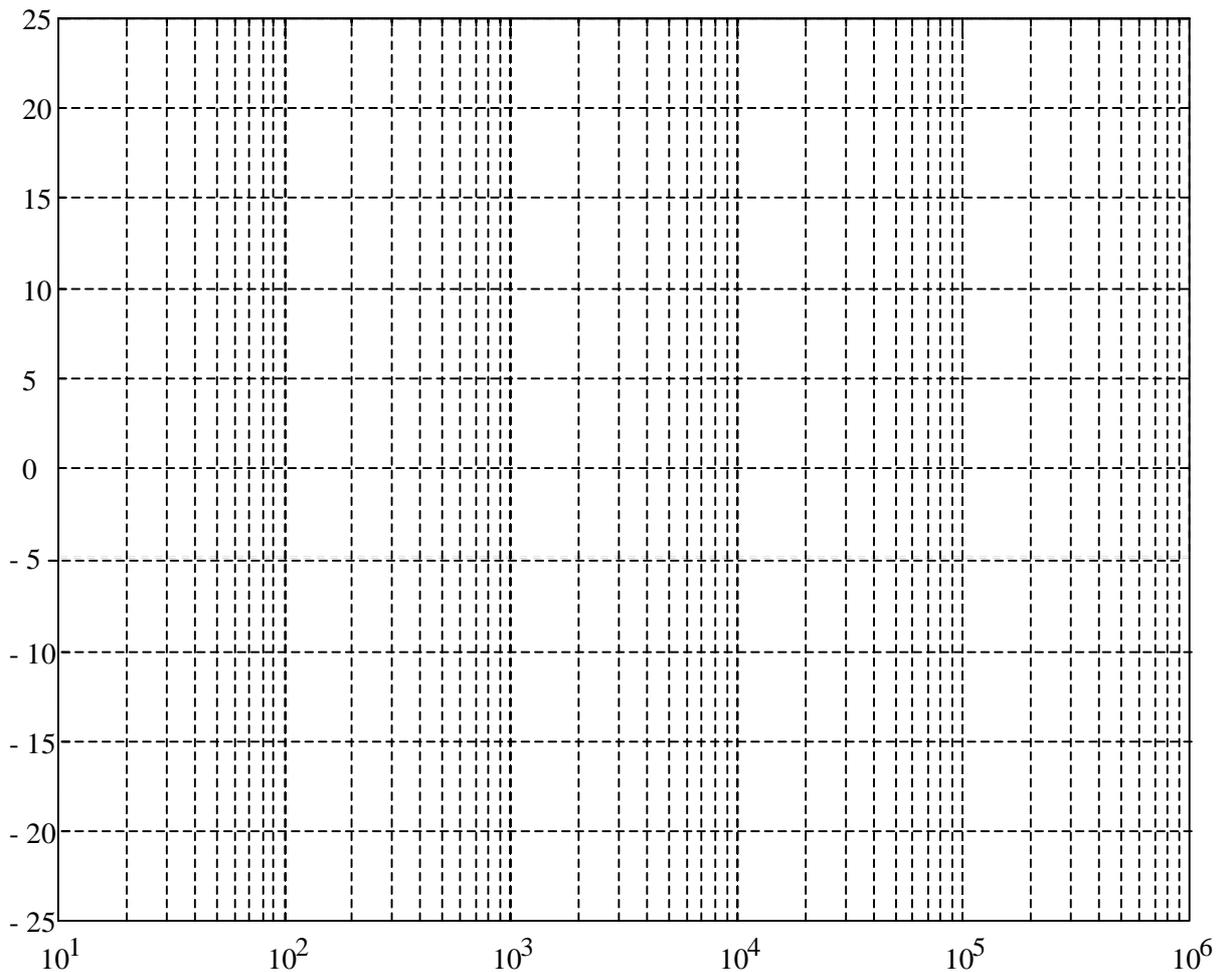
## 9 Etablissement du diagramme de Bode d'un produit de fonctions élémentaires (3 pts)

Les diagrammes de Bode présentent l'intérêt de « visualiser » une expression complexe  $\underline{A}(\omega)$ . Les échelles choisies permettent de transformer des produits en sommes et des rapports en différences. On obtient une bonne approche des diagrammes de Bode par des « diagrammes de Bode asymptotiques ».

L'objectif de cet exercice est de tester votre maîtrise des diagrammes de Bode du 1<sup>er</sup> ordre.

Représenter, dans le plan de Bode, la courbe asymptotique du module de  $\underline{A} = 0,1 \cdot (1 + j\omega\tau_2) \cdot \left( \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \right)$

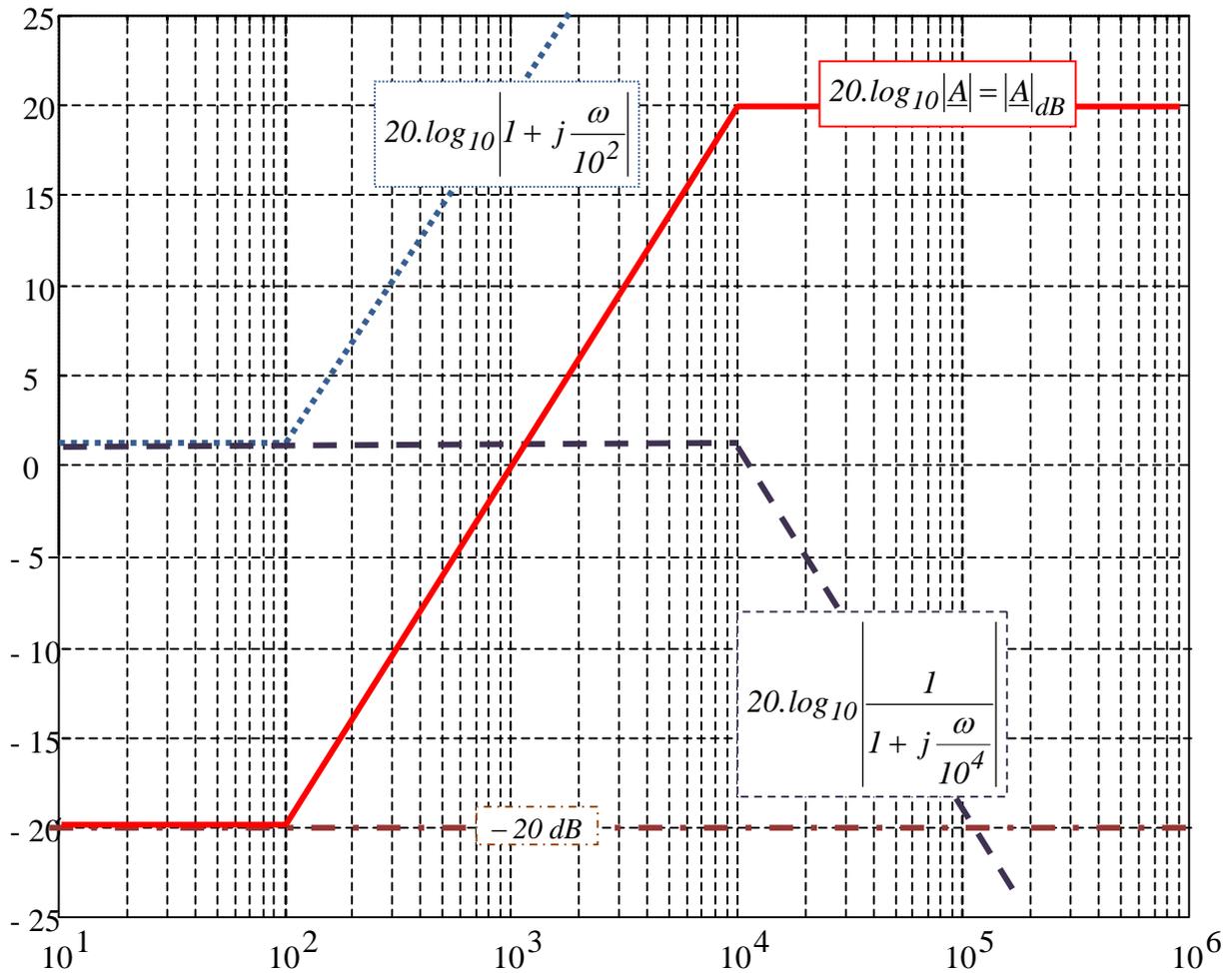
avec  $\tau_1 = 10^{-4} \text{ s}$  et  $\tau_2 = 10^{-2} \text{ s}$



Corrigé :

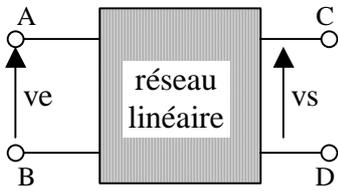
$$\underline{A} = 0,1 \cdot (1 + j\omega \cdot 10^{-2}) \cdot \left( \frac{1}{1 + j\omega \cdot 10^{-4}} \right) = 10^{-1} \cdot \left( 1 + j \frac{\omega}{10^2} \right) \cdot \left( \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{10^4}} \right)$$

$$20 \cdot \log_{10} |A| = \underbrace{20 \cdot \log_{10} (10^{-1})}_{-20 \text{ dB}} + 20 \cdot \log_{10} \left| 1 + j \frac{\omega}{10^2} \right| + 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{10^4}} \right|$$

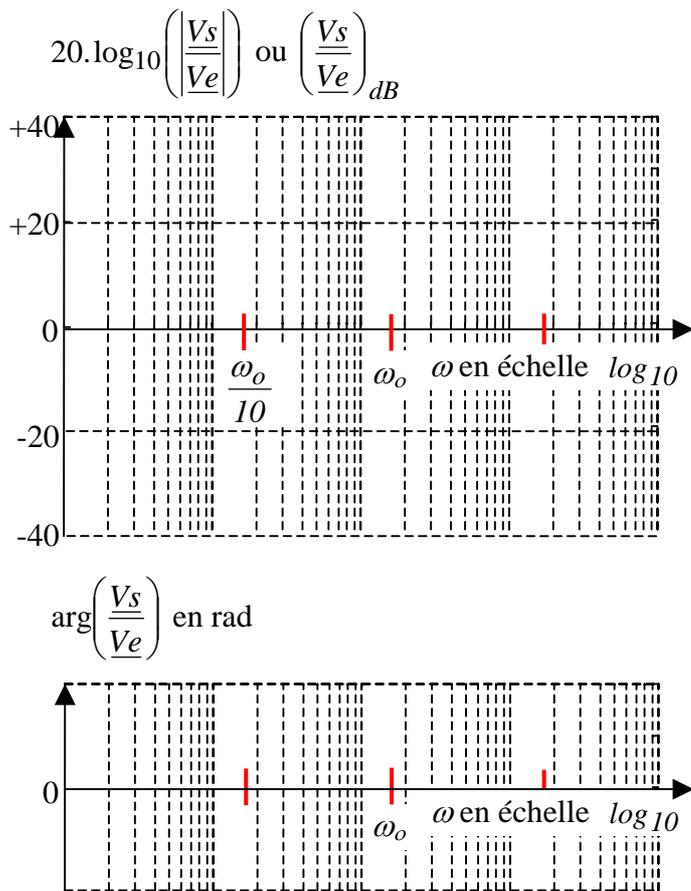


### 10 Diagramme de Bode d'un intégrateur en régime sinusoïdal (8 pts)

On veut montrer qu'un montage « R,C » permet, sous certaines conditions, d'obtenir la primitive d'une fonction alternative sinusoïdale.



a) soit un réseau électrique linéaire possédant 4 bornes A, B, C et D. Lorsqu'on applique entre les bornes A et B une tension  $v_e(t) = \hat{E} \cdot \cos(\omega t)$ , on obtient en sortie une fonction alternative sinusoïdale  $v_s(t) = k \cdot \int v_e(t)$  avec « k » : constante réelle fixée par la nature du réseau linéaire. (On dit que ce réseau linéaire est un « intégrateur »)



Déterminer l'expression de  $v_s(t)$  sous la forme

$$v_s(t) = \frac{k \cdot \hat{E}}{\dots} \cos(\omega t - \dots) + cte.$$

On suppose que le réseau linéaire est tel que  $cte = 0$

En déduire le rapport complexe  $\frac{V_s}{V_e}$  sous la

forme  $\frac{1}{j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$  (Préciser la valeur de  $\omega_o$ ).

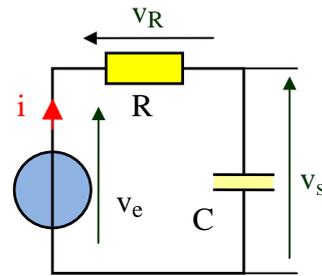
b) Représenter ci-contre l'allure du diagramme asymptotique de Bode du complexe  $\frac{1}{j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$  (module et

phase). Indiquer la pente en dB/dec sur le graphe du module et graduer l'axe des arguments. ( $\omega_o$  est déjà positionnée sur le diagramme)

c) Soit le montage ci-contre avec  $v_e(t) = \hat{E} \cdot \cos(\omega t)$ .

Exprimer le complexe  $\frac{V_s}{V_e}$  sous la forme  $\frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$ .

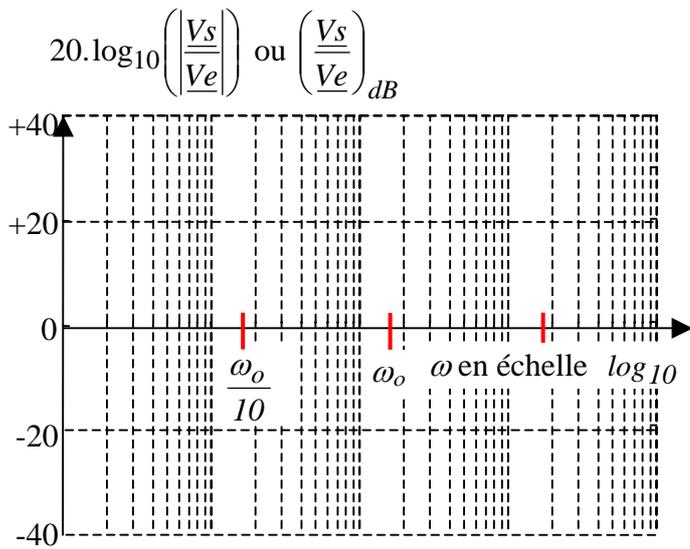
(Préciser la valeur de  $\omega_o$ ).



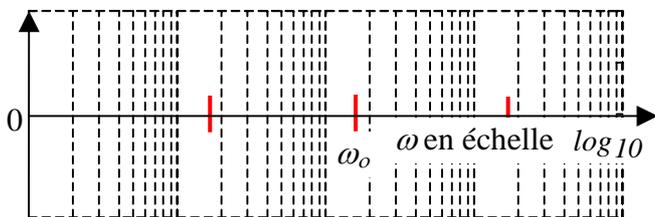
d) Représenter ci-contre le diagramme asymptotique de Bode (module et phase) du complexe  $\frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$ .

Indiquer la pente en dB/dec sur le graphe du module. ( $\omega_o$  est déjà positionnée sur le diagramme)

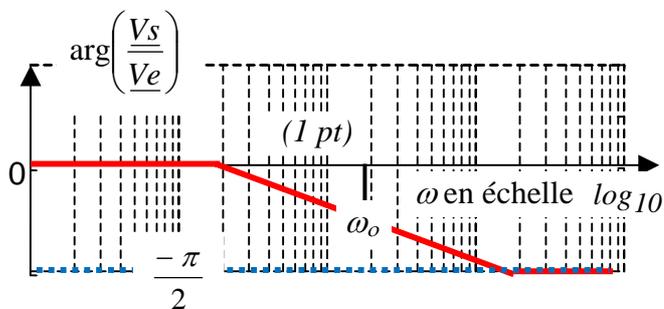
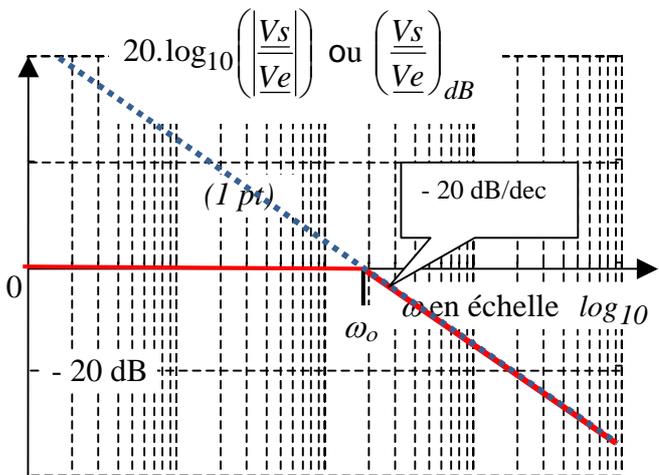
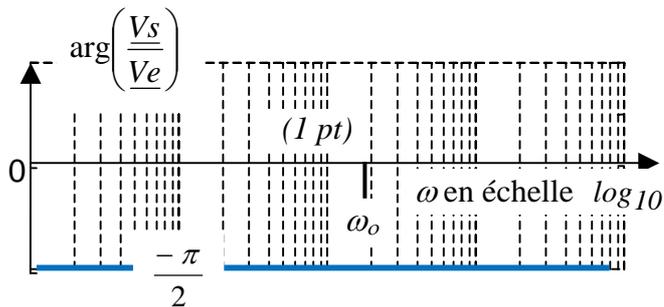
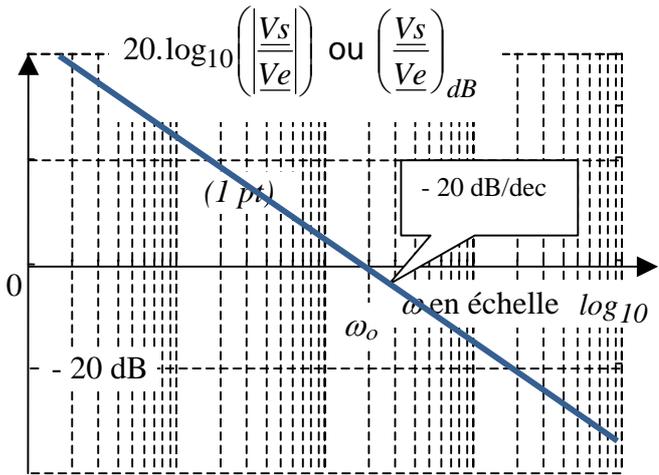
e) Dans quel domaine de fréquence peut-on considérer que le circuit « RC » ci-dessus se comporte comme l'intégrateur de la question a) ? Quel est alors sa constante « k » ?



$\arg \left( \frac{V_s}{V_e} \right)$  en rad



Corrigé :



a) et b)

$$v_e(t) = \frac{\hat{E}}{\omega} \cdot \sin(\omega t) + cte$$

$$= \frac{\hat{E}}{\omega} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 0$$

car  $cte = 0$  en régime permanent alternatif sinusoïdal.

$v_s(t) = k \cdot \int v_e(t)$  avec « k » : constante réelle fixée par la nature du réseau linéaire.

$$\Rightarrow v_s(t) = \frac{k \cdot \hat{E}}{\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{k \cdot \hat{E} \cdot e^{-j \cdot \frac{\pi}{2}}}{\hat{E} \cdot e^{-j \cdot 0}} = \frac{k}{\omega} \cdot e^{-j \cdot \frac{\pi}{2}}$$

; Donc  $\omega_o = k$

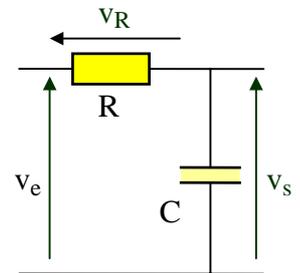
$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{k}{\omega} \cdot (-j) = \frac{k}{j \cdot \omega} = \frac{1}{j \cdot \frac{\omega}{k}}$$

c) et d)

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{I}{j \cdot C \cdot \omega}}{\frac{I}{j \cdot C \cdot \omega} + R} = \frac{I}{I + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}$$

$$= \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$$

avec  $\omega_o = \frac{1}{R \cdot C}$ .



e) Le circuit « RC » se comporte comme l'intégrateur de la question a) lorsque  $\omega > 10 \cdot \omega_o = 10 \cdot \frac{1}{RC}$

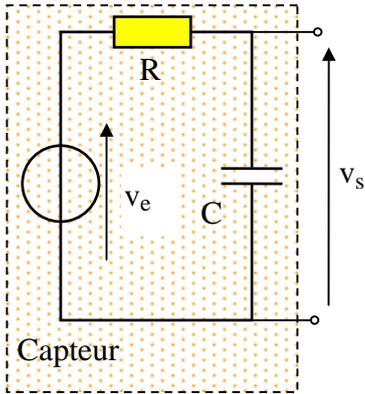
$$\Leftrightarrow f > \frac{10 \cdot \omega_o}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} \cdot \frac{1}{RC}$$

Sa constante « k » vaut  $\frac{1}{R \cdot C}$

En régime alternatif sinusoïdal, le circuit RC ci-dessus se comporte donc comme un intégrateur avec un facteur multiplicatif  $k = \frac{1}{R \cdot C}$  à condition que la pulsation du signal d'entrée soit supérieure à  $\frac{10}{R \cdot C}$

### 11 Diagramme de Bode de la réponse d'un capteur (11 pts)

Plusieurs questions sont indépendantes.



a) Un capteur délivre une information sous forme d'une tension  $v_e(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ . Son modèle présente une résistance interne « R » ainsi qu'une capacité parasite « C » comme indiqué ci-contre.

Exprimer le complexe  $\frac{V_s}{V_e}$  puis le mettre sous la forme  $\frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$ .

Préciser la valeur de la constante  $\omega_o$  en fonction de R et C.

b) Représenter ci-dessous (*sans justification*) le diagramme asymptotique de

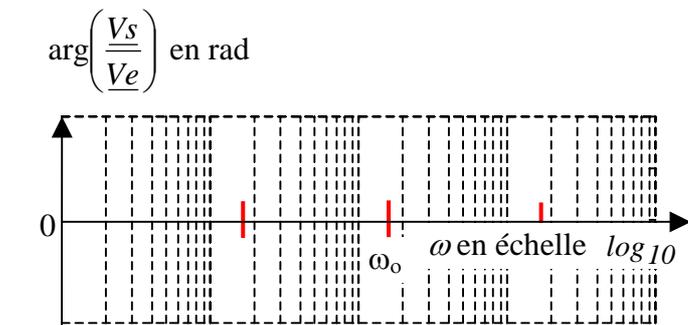
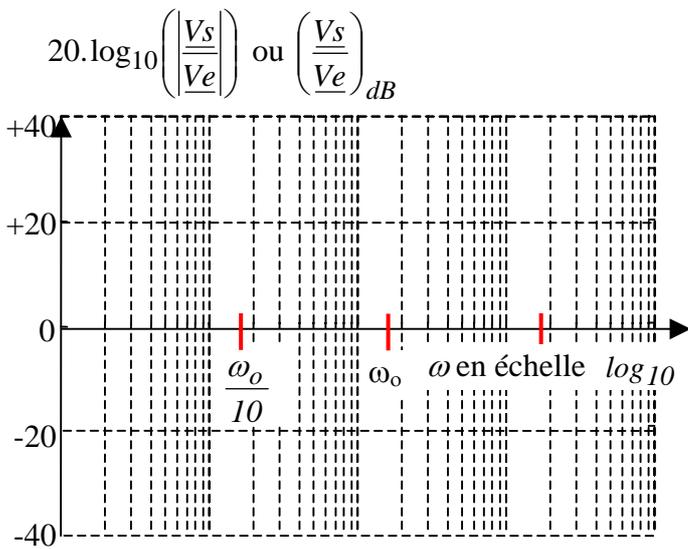
Bode (module et phase) du complexe  $\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}}$

(avec  $\omega_o$  réel constant positif)

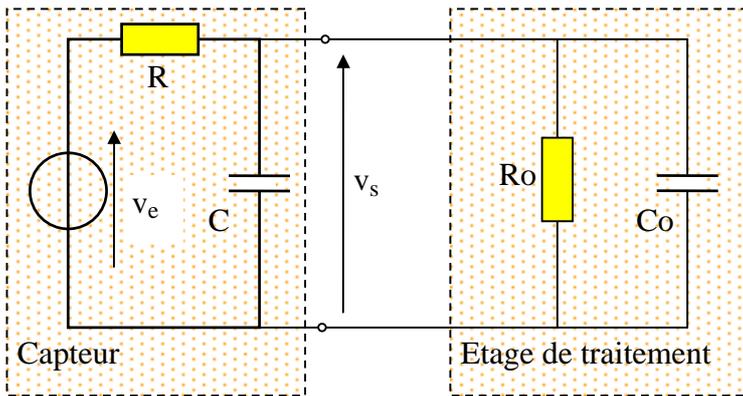
Indiquer la pente en dB/dec sur le graphe du module et graduer l'axe des arguments.

( $\omega_o$  est déjà positionnée sur le diagramme)

c) Dans quel intervalle de la pulsation  $\omega$  peut-on considérer que  $\underline{V_s} \approx \underline{V_e}$  <sup>(1)</sup> ?



<sup>(1)</sup>  $\frac{V_{smax}}{V_{emax}} \approx 1$  et déphasage de  $v_s(t)$  par rapport à  $v_e(t)$  voisin de zéro (*inférieure à 6°*)



**d)** La tension  $v_s(t)$  issue du capteur est appliquée à un module électronique « étage de traitement » chargé de traiter l'information  $v_s(t)$ . L'entrée de cet étage de traitement se modélise par une résistance «  $R_o$  » en parallèle avec un condensateur «  $C_o$  ». (voir le schéma ci-contre)

L'étage de traitement modifie donc l'information  $v_s(t)$  qu'il est chargé de mesurer.

Pour ce schéma électrique, on peut exprimer le complexe  $\frac{V_s}{V_e}$  à l'aide de la formule du pont diviseur de

tension : 
$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_s}{R + Z_s} = \frac{I}{I + R \cdot \frac{I}{Z_s}}$$

**d1)** Exprimer  $\frac{I}{Z_s}$  en fonction de C, Co et Ro. Attention  $Z_s$  n'est pas constituée que de Ro et Co.

**d2)** Si  $\omega$  est très faible, l'impédances des condensateurs est très grande par rapport aux valeurs des résistances. En raisonnant sur les impédances « grandes » et les impédances « petites » <sup>(2)</sup>, déterminer l'expression approchée de  $\frac{V_s}{V_e}$  dans le cas où  $\omega \rightarrow 0$ . On précisera le raisonnement employé.

**d3)** Pour une pulsation  $\omega$  quelconque : 
$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_o}{R_o + R} \cdot \frac{I}{I + j \cdot \frac{R_o \cdot R}{R_o + R} \cdot (C + C_o) \cdot \omega} = k \cdot \frac{I}{I + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}}$$

Préciser les expressions des constantes k et  $\omega_1$ .

Lorsque  $\omega \rightarrow 0$ , montrer la cohérence entre cette expression de  $\frac{V_s}{V_e}$  et le résultat de la question **d2)** précédente.

Rédiger quelques mots d'explication

**d4)** On sait que 
$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_o}{R_o + R} \cdot \frac{I}{I + j \cdot \frac{R_o \cdot R}{R_o + R} \cdot (C + C_o) \cdot \omega}$$
,

Quelles sont les conditions sur les valeurs de Ro et Co (comparées aux valeurs de R et C) pour que l'influence de Ro et Co sur le rapport  $\frac{V_s}{V_e}$  soit négligeable quelque soit la valeur de  $\omega$ ? Justifier en quelques mots.

<sup>(2)</sup> Si deux impédances de modules très différents sont en parallèle, l'impédance équivalent est proche de l'impédance dont le module est le plus petit.

**d5)** Représenter ci-contre (sans justification) le diagramme asymptotique de Bode (module et phase) du

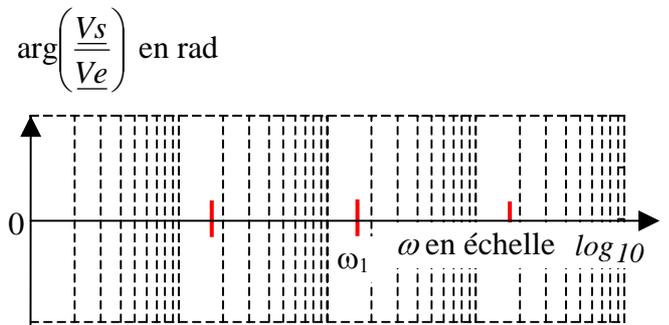
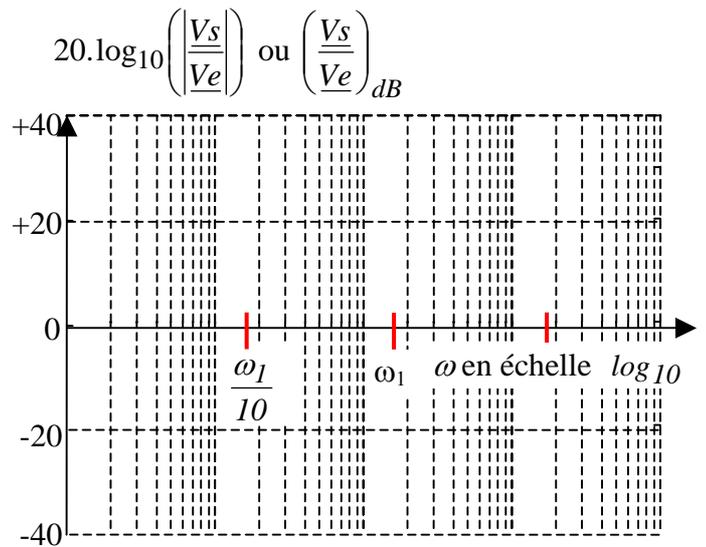
complexe 
$$\frac{V_s}{V_e} = k \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}}$$

(avec  $k$  et  $\omega_1$  réels constants).

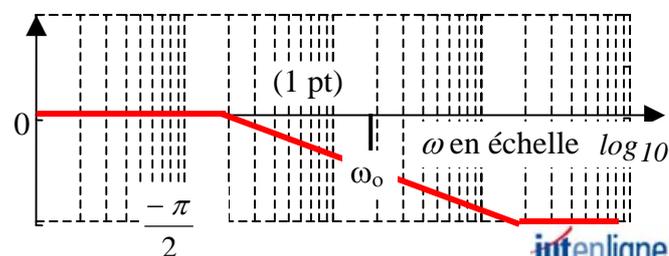
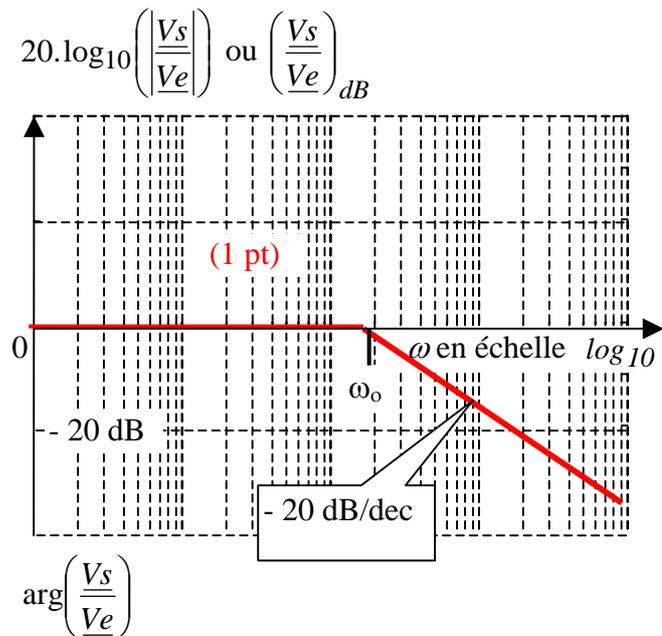
On prendra  $0 < k < 1$

Sur le graphe du module, indiquer la pente en dB/dec et l'ordonnée pour  $\omega \rightarrow 0$ .

Grader l'axe des arguments.



Corrigé



a) et b)

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\frac{1}{j.C.\omega} + R} = \frac{1}{1 + j.R.C.\omega} = \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}} \quad (1 \text{ pt})$$

avec  $\omega_o = \frac{1}{R.C} \cdot (1 \text{ pt})$

c) Si  $\omega < \frac{\omega_o}{10} : \frac{V_s}{V_e} \approx 1 \quad (1 \text{ pt})$

d1)  $\frac{1}{Z_s} = j.(C + C_o).\omega + \frac{1}{R_o} \quad (1 \text{ pt})$

d2) Si  $\omega \rightarrow 0$  : on peut négliger les impédances de  $C$  et de  $C_o$  par rapport à  $R_o$  (impédances en parallèle)

$$\Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_o}{R_o + R} \quad (\text{pont diviseur de tension}) \quad (1 \text{ pt}).$$

**d3)**

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_s}{R + Z_s} = \frac{1}{1 + R \cdot \frac{1}{Z_s}} = \frac{1}{1 + R \cdot \left( j \cdot (C + C_o) \cdot \omega + \frac{1}{R_o} \right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_o} + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega} = \frac{1}{\frac{R_o + R}{R_o} + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\left( \frac{R_o + R}{R_o} \right) \cdot \left( 1 + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega \cdot \frac{R_o}{R_o + R} \right)} = \frac{R_o}{R_o + R} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{R_o \cdot R}{R_o + R} \cdot (C + C_o) \cdot \omega} \quad \text{(non demandé)}$$

donc  $k = \frac{R_o}{R_o + R}$  (0,5pt) et  $\omega_1 = \frac{1}{\frac{R_o \cdot R}{R_o + R} \cdot (C + C_o)} = \frac{R_o + R}{R_o \cdot R \cdot (C + C_o)}$  (0,5pt)

Si  $\omega \rightarrow 0$  et donc si  $1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1} \approx 1$  :  $\frac{V_s}{V_e} \approx \frac{R_o}{R_o + R} \cdot \frac{1}{1} = k$  ce qui est cohérent avec **d2)** (0,5pt)

**d4)** si  $R \ll R_o$  :  $\frac{R_o}{R_o + R} \approx \left( \frac{R_o}{R_o} = 1 \right) \Rightarrow \frac{V_s}{V_e} \approx 1 \cdot \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega}$

et  $C \gg C_o \Rightarrow \frac{V_s}{V_e} \approx \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega} \approx \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}$

Indépendant de  $R_o$  et  $C_o$  (1pt)

L'impédance du dipôle  $R_o // C_o$  doit être très grande de façon que le courant prélevé au capteur par l'étage de traitement soit négligeable. Dans ce cas, on retrouve l'expression de **b)**.

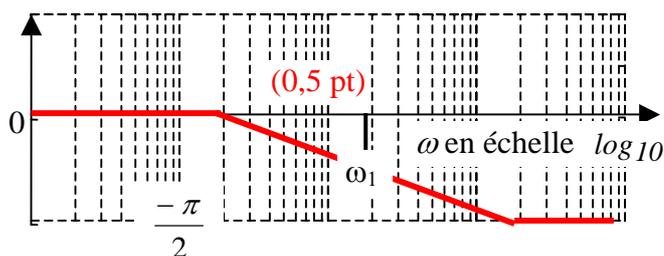
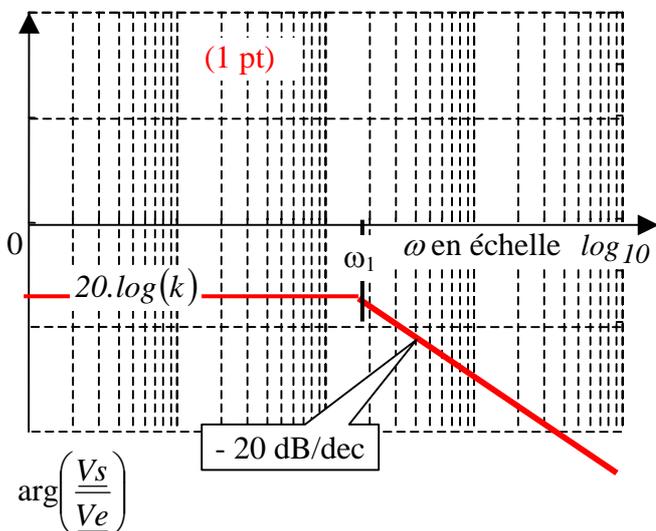
**d5)**

$$20 \cdot \log_{10} \left( \left| \frac{V_s}{V_e} \right| \right) = 20 \cdot \log_{10}(k) + 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}} \right)$$

Le diagramme de Bode des modules est décalé sur l'axe des dB d'une valeur  $20 \cdot \log_{10}(k)$  <sup>(3)</sup> par rapport au

diagramme de  $\left( \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}} \right)_{dB}$

$\left( \frac{V_s}{V_e} \right)_{dB}$



<sup>(3)</sup>(Cette valeur est négative car  $k < 1$ )

Le diagramme de Bode des arguments est identique au diagramme de  $\left( \frac{I}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}} \right)_{dB}$  car

$$\arg\left(\frac{V_s}{V_e}\right) = \arg(k) + \arg\left(\frac{I}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}}\right) = 0 + \arg\left(\frac{I}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}}\right) \quad (\omega_1 \text{ est déjà positionnée sur le diagramme})$$

### Variante

**d3)** pour une  $\omega$  quelconque, exprimer le complexe  $\frac{V_s}{V_e}$  puis le mettre sous la forme :  $\frac{V_s}{V_e} = k \cdot \frac{I}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1}}$ .

(Préciser les valeurs des constantes  $k$  et  $\omega_1$ ).

Vérifier que si  $\omega \rightarrow 0$  et donc si  $1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_1} \approx 1$ , on retrouve bien la valeur  $\frac{V_s}{V_e}$  de la question précédente.

### Corrigé d3):

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_s}{R + Z_s} = \frac{I}{1 + R \cdot \frac{I}{Z_s}} = \frac{I}{1 + R \cdot \left( j \cdot (C + C_o) \cdot \omega + \frac{1}{R_o} \right)} \quad (1pt)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{I}{1 + \frac{R}{R_o} + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega} = \frac{I}{\frac{R_o + R}{R_o} + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega}$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{I}{\left( \frac{R_o + R}{R_o} \right) \cdot \left( 1 + j \cdot R \cdot (C + C_o) \cdot \omega \cdot \frac{R_o}{R_o + R} \right)} = \frac{R_o}{R_o + R} \cdot \frac{I}{1 + j \cdot \frac{R_o \cdot R}{R_o + R} \cdot (C + C_o) \cdot \omega}$$

$$\text{donc } k = \frac{R_o}{R_o + R} \text{ et } \omega_1 = \frac{I}{\frac{R_o \cdot R}{R_o + R} \cdot (C + C_o)} = \frac{R_o + R}{R_o \cdot R \cdot (C + C_o)} \quad (1,5pt)$$

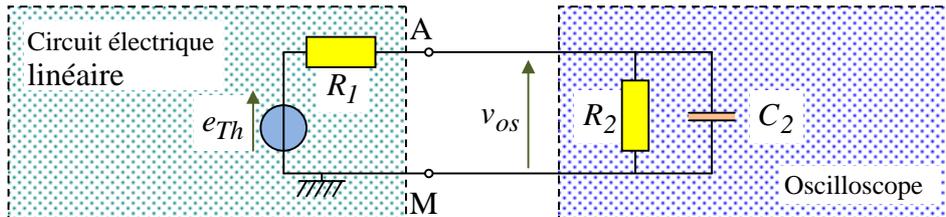
## 12 Diagramme de Bode d'une mesure à l'oscilloscope (7 pts)

A l'aide d'un oscilloscope, on veut effectuer le relevé d'une tension  $v_{AM}(t)$  à vide entre un point « A » d'un circuit électrique et sa masse « M ».

Ce circuit électrique est linéaire. Les courants et les tensions sont alternatifs sinusoïdaux de pulsation  $\omega$ .

Entre les points « A » et « M », ce circuit linéaire peut être modélisé par un modèle équivalent de Thévenin en complexe constitué de la tension équivalente  $E_{Th} = V_{AM} \text{ à vide}$  <sup>(4)</sup> en série avec une résistance équivalente  $R_1$ .

L'entrée de l'oscilloscope se comporte comme une résistance  $R_2$  en parallèle avec un condensateur  $C_2$ .



Le circuit « A,M » étant chargé par l'impédance d'entrée de l'oscilloscope, la tension  $v_{os}(t)$  reçue et visualisée par l'oscilloscope peut être différente de la tension  $v_{AM \text{ à vide}}(t) = e_{Th}(t)$  recherchée. C'est ce que nous allons étudier.

a) Exprimer l'impédance du dipôle  $R_2 // C_2$  sous la forme  $Z_2 = \frac{a}{1 + jb\omega}$

b) En utilisant la règle du pont diviseur de tension, exprimer  $\frac{V_{os}}{E_{Th}}$  sous la forme  $\frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{e}{c + jd\omega}$  puis sous la

forme « canonique » :  $\frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{d}{c}\omega} = \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Application numérique :  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$  et  $C_2 = 20 \text{ pF}$ . (on négligera 1 par rapport à 100).

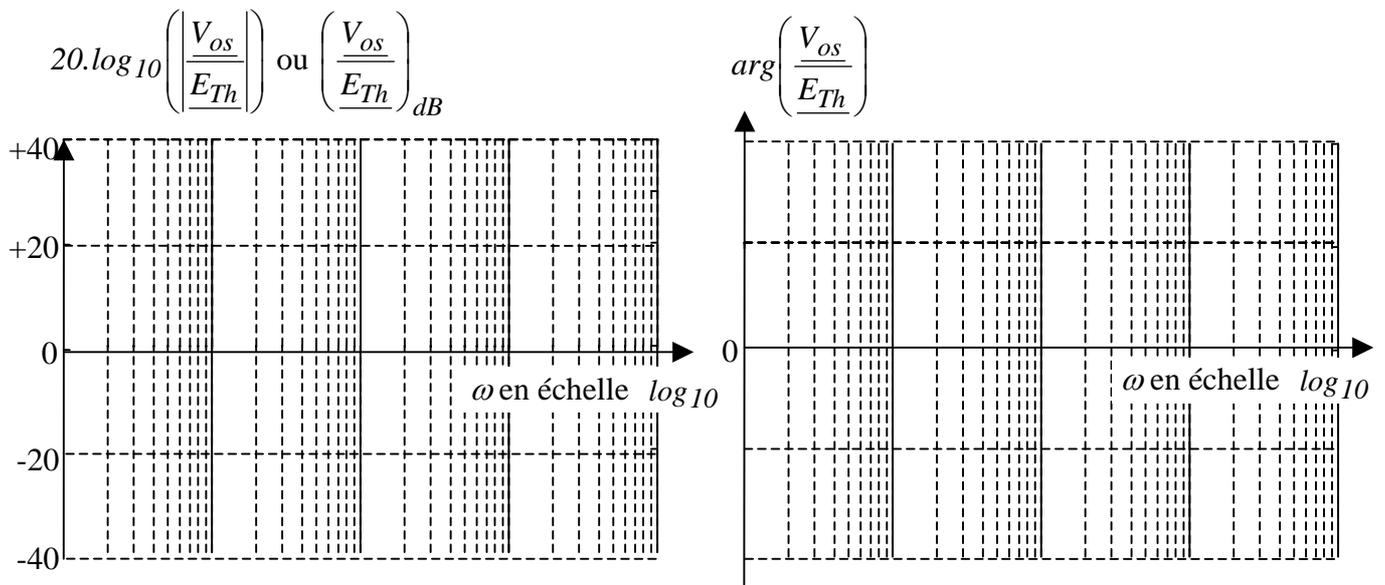
Calculer  $\left(\frac{V_{os}}{E_{Th}}\right)_{(\omega)}$  =  $\left(\frac{e}{c}\right) \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$  en précisant les valeurs numériques de  $\frac{e}{c}$  et de  $\omega_0$ .

c) Représenter (sans justification) le diagramme asymptotique de Bode du complexe  $\frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{5.10^7}}$ .

(Le diagramme de l'argument sera approximé par trois segments).

Indiquer la pente en dB/dec. Grader les axes qui ne le sont pas.

<sup>(4)</sup> C'est la définition de la tension équivalente de Thévenin



d) Indiquer la pulsation limite au delà de laquelle on ne peut pas considérer  $v_{os}(t) = e_{Th}(t)$

Corrigé :

$$\text{a) } \underline{Z_2} = \left( \frac{1}{R_2} + j.C_2.\omega \right)^{-1} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j.C_2.\omega}}{R_2 + \frac{1}{j.C_2.\omega}} = \frac{R_2}{1 + j.R_2.C_2.\omega} \quad (1 \text{ pt})$$

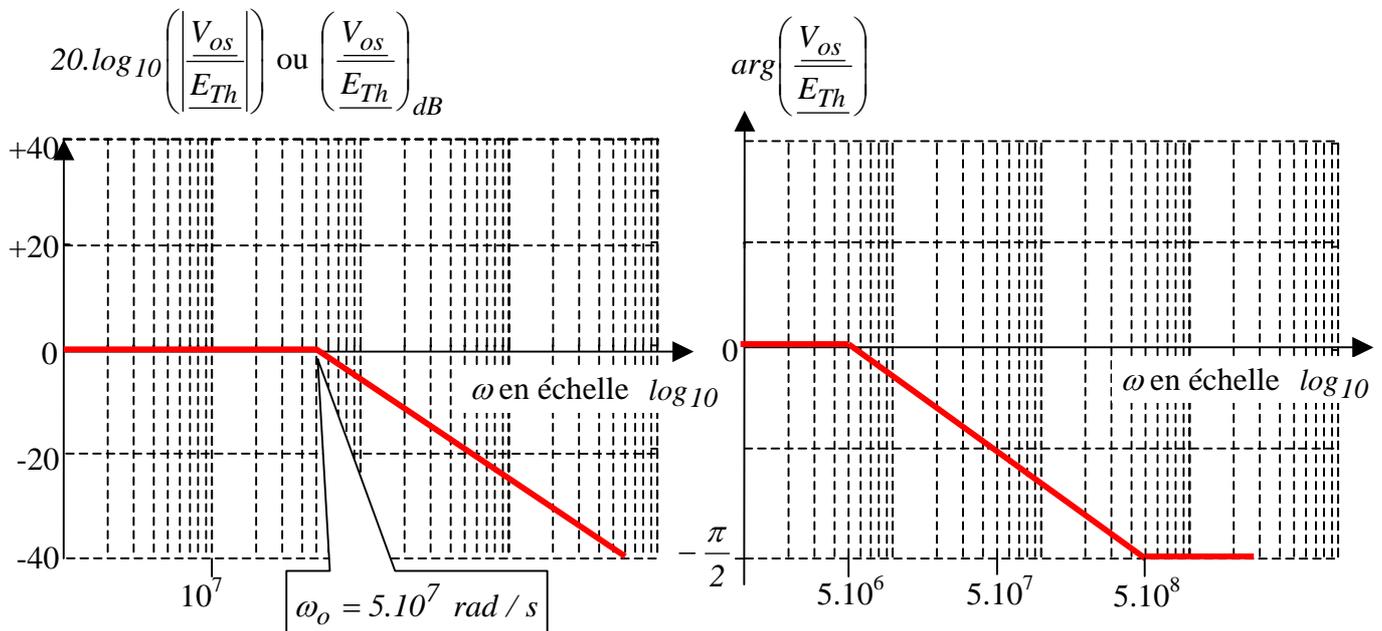
$$\text{b) En utilisant la règle du pont diviseur de tension : } \frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{\frac{R_2}{1 + j.R_2.C_2.\omega}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + j.R_2.C_2.\omega}} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\Rightarrow \frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{R_2}{R_1.(1 + j.R_2.C_2.\omega) + R_2} = \frac{R_2}{(R_2 + R_1) + j.R_1.R_2.C_2.\omega}$$

$$\boxed{\frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{R_2}{(R_2 + R_1)} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{R_1.R_2.C_2}{R_2 + R_1} \cdot \omega}} \quad (1,5 \text{ pt})$$

Application numérique:

$$\frac{V_{os}}{E_{Th}} = \frac{10^6}{(10^6 + 10^3)} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{10^3 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-11}}{10^6 + 10^3} \cdot \omega} \approx \frac{10^6}{10^6} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{10^6} \cdot \omega} = \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{5 \cdot 10^7}} \quad (1 \text{ pt})$$

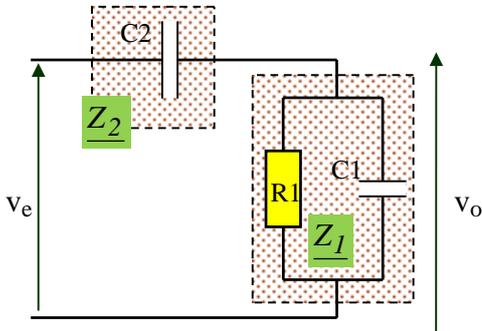


(2 pt)

d) Au delà de  $5 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$ , on ne peut pas considérer  $v_{os}(t) = e_{Th}(t)$ . (Ce qui correspond à une fréquence de 800 kHz) (1 pt)

### 13 La fonction AC/DC d'un oscilloscope

#### A) Fonction de transfert (4 pts)



On souhaite mesurer une tension alternative sinusoïdale  $v_e(t)$  à l'aide d'un oscilloscope.

L'entrée de l'oscilloscope se comporte comme une résistance  $R_1$  en parallèle avec un condensateur  $C_1$ .

Lorsque cette entrée est configurée en « AC », un condensateur  $C_2$  est ajouté en série avec l'ensemble  $R_1 // C_1$ .

On nomme  $\underline{Z}_1$  l'impédance du dipôle ( $R_1 // C_1$ ) et  $\underline{Z}_2$  l'impédance du condensateur  $C_2$ .

A1) Exprimer  $\underline{Z}_1^{-1}$  sous la forme algébrique  $\underline{Z}_1^{-1} = a + jb\omega$

A2) Exprimer  $\frac{V_o}{V_e}$  sous la forme  $\frac{V_o}{V_e} = \frac{\dots}{\dots + \underline{Z}_1}$

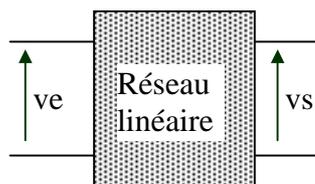
Démontrer que l'expression précédente peut se mettre sous la forme  $\frac{V_o}{V_e} = \frac{\frac{1}{\underline{Z}_2}}{\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_1}}$

A3) Mettre le résultat sous la forme « canonique » :  $\frac{V_o}{V_e} = \frac{j\dots\omega}{1 + j\dots\omega} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$

A4) Application numérique : Calculer les valeurs numériques de  $\omega_o$  et de  $\omega_1$  sachant que  $C_2 = 50 \text{ nF}$ ,  $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$  et  $C_1 = 20 \text{ pF}$ . (on négligera 1 par rapport à 100).

#### B) Diagramme de Bode. (5,5 pts)

soit un filtre, constitué d'un réseau électrique linéaire alimenté sous une tension  $v_e(t)$  et restituant en sortie une tension  $v_s(t)$ .

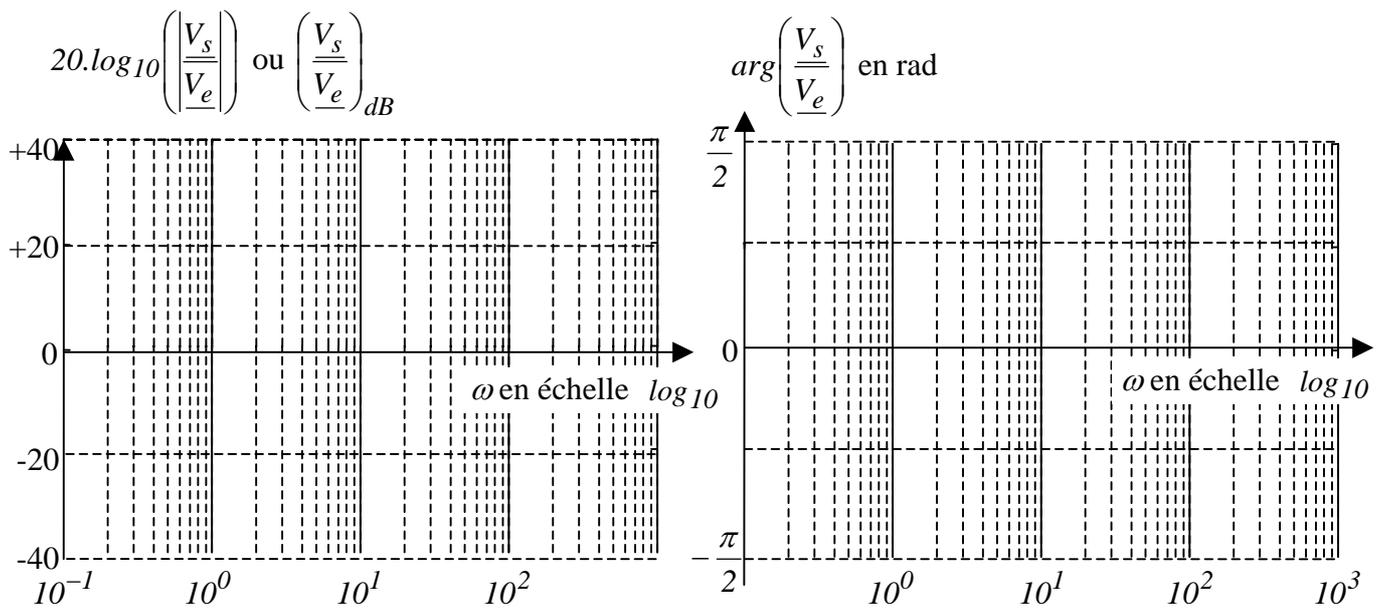


Le comportement fréquentiel est décrit dans le plan de Bode par la fonction de

transfert  $\frac{V_s}{V_e} = \frac{j\frac{\omega}{20}}{1 + j\frac{\omega}{20}}$ .

B1) Quelle est la caractéristique de  $v_e(t)$  indispensable pour qu'un point de fonctionnement puisse être décrit par un point du diagramme de Bode ?

**B2)** Représenter (*sans justification*) le diagramme asymptotique de Bode du complexe.  
 (Le diagramme de l'argument sera approximé par trois segments).



**B3)** A l'aide de ce diagramme de Bode, déterminer  $v_s(t)$  lorsque  $v_e(t) = 10 \cdot \cos(2t)$ . (*préciser la méthode*)

**B4)** Indiquer la pulsation limite en deça de laquelle on ne peut pas considérer  $v_s(t) = v_e(t)$  (*Justifier en quelques mots*)

Corrigé :

A1)  $\underline{Z}_1^{-1} = \frac{1}{R_1} + jC_1.\omega$  (0,5 pt)

A2) En appliquant la formule du pont diviseur de tension :  $\frac{V_o}{V_e} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$  (0,5 pt)

$\Leftrightarrow \frac{V_o}{V_e} = \frac{\underline{Z}_1 / (\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) / (\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2)} = \frac{\frac{1}{\underline{Z}_2}}{\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_1}}$  (0,5 pt)

A3)  $\Leftrightarrow \frac{V_o}{V_e} = \frac{j.C_2.\omega}{j.C_2.\omega + \frac{1}{R_1} + j.C_1.\omega} = \frac{j.C_2.\omega}{\frac{1}{R_1} + j.(C_1 + C_2).\omega} \cdot \frac{R_1}{R_1}$

$\Rightarrow \frac{V_o}{V_e} = \frac{j.R_1.C_2.\omega}{1 + j.R_1.(C_1 + C_2).\omega} = \frac{j.\left(\frac{\omega}{R_1.C_2}\right)}{1 + j.\left(\frac{\omega}{R_1.(C_1 + C_2)}\right)} = \frac{j.\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j.\frac{\omega}{\omega_1}}$  (1,5 pt)

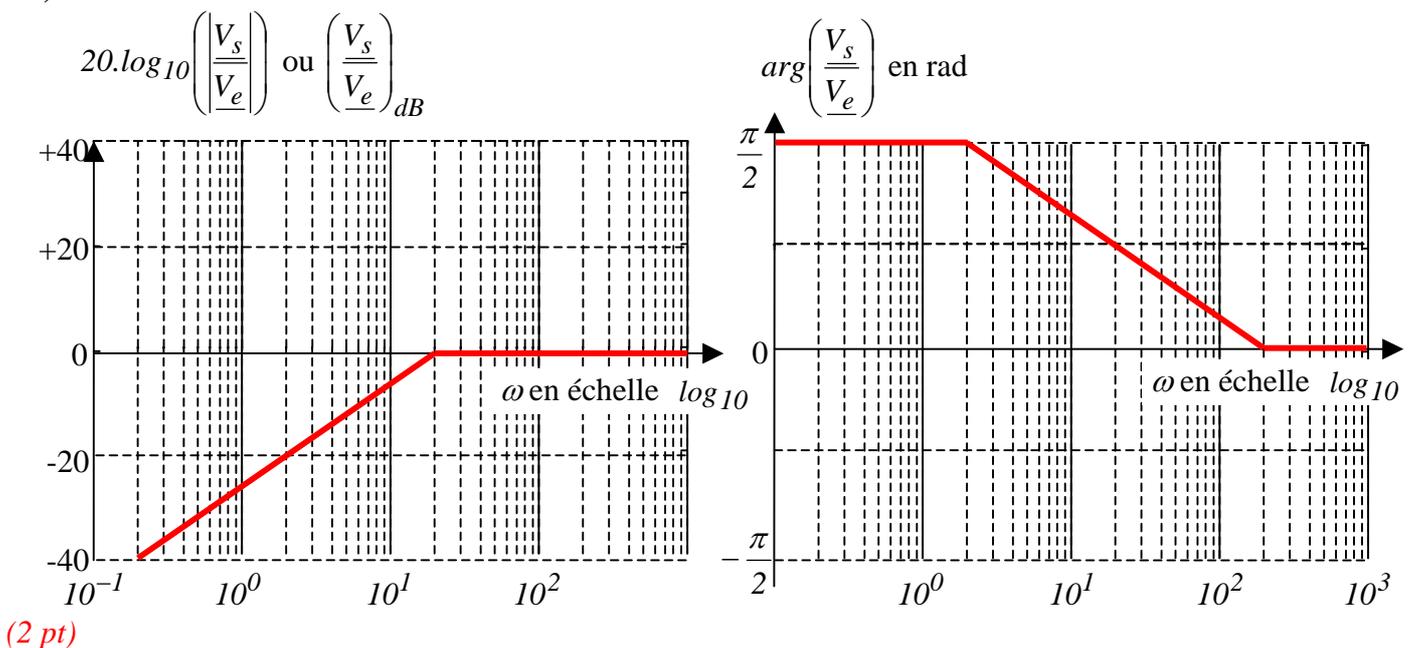
A4) Application numérique:

$\omega_o = \frac{1}{R_1.C_2} = \frac{1}{10^6 \cdot 50 \cdot 10^{-9}} = \frac{100}{5} = 20 \text{ rad/s}$  (0,5 pt)

$\omega_1 = \frac{1}{R_1.(C_1 + C_2)} = \frac{1}{10^6 \cdot (50 \cdot 10^{-9} + 20 \cdot 10^{-12})} \approx \frac{1}{10^6 \cdot 50 \cdot 10^{-9}} = \omega_o$  (0,5 pt)

B1) Pour utiliser la notion de plan de Bode, il faut que  $v_e(t)$  soit une fonction alternative sinusoïdale. (1pt)

B2)



$$\mathbf{B3)} \quad 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} \right) = -20 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} \right) = -1 \Leftrightarrow \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} = 10^{-1} \Leftrightarrow V_{s_{max}} = 0,1 \cdot V_{e_{max}} = 1 \text{ V}$$

$$\arg \left( \frac{V_s}{V_e} \right) = \frac{\pi}{2} = \text{déphasage de } v_s(t) \text{ par rapport à } v_e(t)$$

$$\Rightarrow v_s(t) = 1 \cdot \cos \left( 2t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{module : 1pt, phase à l'origine : 0,5pt})$$

**B4)** Au delà de  $200 \text{ rad/s}$  :

$$20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} \right) = 0 \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10} \left( \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{V_{s_{max}}}{V_{e_{max}}} = 10^0 = 1 \Leftrightarrow V_{s_{max}} = V_{e_{max}}$$

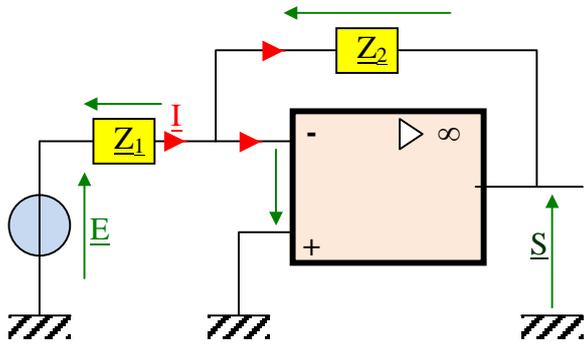
$$\text{et } \arg \left( \frac{V_s}{V_e} \right) = 0 : \text{ pas de déphasage de } v_s(t) \text{ par rapport à } v_e(t)$$

La pulsation limite en deçà de laquelle on ne peut pas considérer  $v_s(t) = v_e(t)$  est  $200 \text{ rad/s}$  ~~(Ce qui correspond à une fréquence de  $31,8 \text{ Hz}$ )~~ (1 pt)

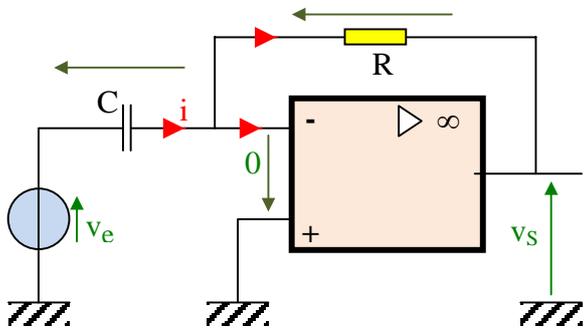
*La fonction AC/DC d'un oscilloscope utilise un condensateur (C2) pour bloquer la composante continue d'un signal. Elle est supposée transférer la composante alternative de ce même signal sans la déformer. Mais si la fréquence de la composante alternative est trop faible, cette dernière est déformée.*

### 14 Montages à AOP en régime alternatif sinusoïdal (5 pts)

Les deux montages ci-dessous fonctionnent en régime alternatif sinusoïdal. Ils peuvent donc être étudiés en utilisant les grandeurs complexes.



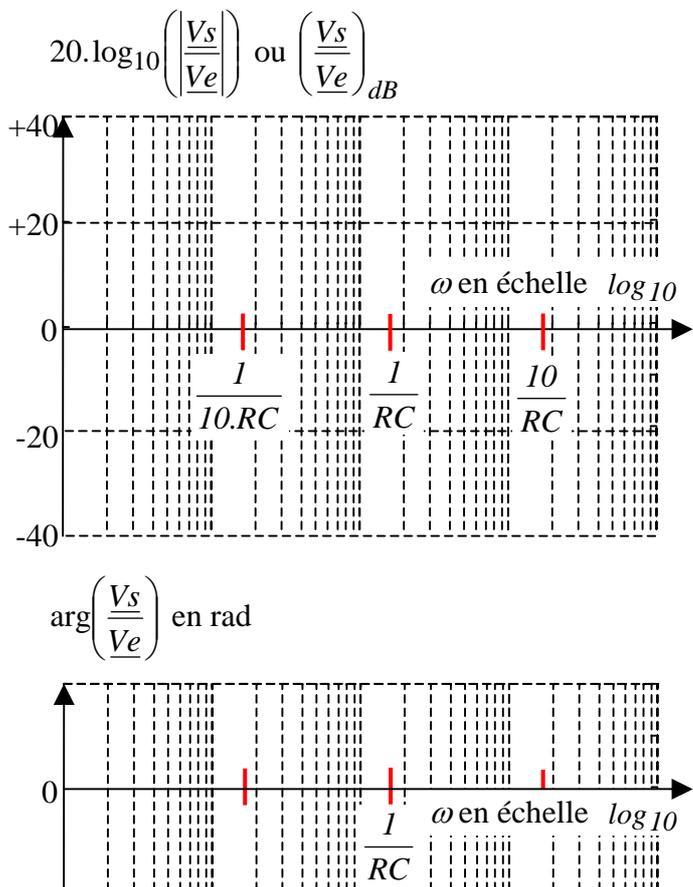
A) Déterminer l'expression du rapport  $\frac{S}{E}$  en fonction des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  en supposant l'amplificateur opérationnel idéal (non saturé). (1pt)



B) Application :

Exprimer  $\frac{V_s}{V_e}$  en régime alternatif sinusoïdal permanent

Représenter le diagramme de Bode associé.



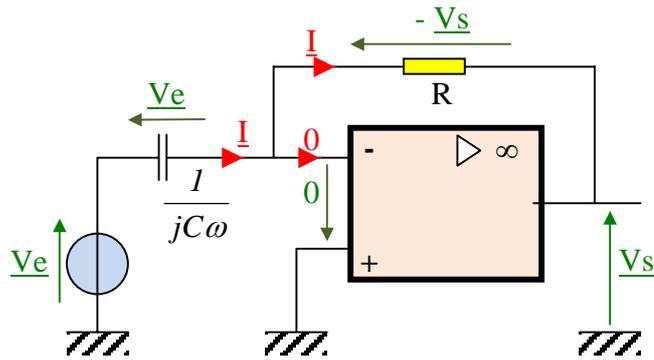
**Corrigé :**

A) Ce montage s'étudie de la même façon qu'un montage à amplificateur opérationnel avec des résistances en remplaçant les grandeurs réelles par les grandeurs complexes correspondantes.

$$\underline{E} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I} \quad ; \quad \underline{S} = -\underline{Z}_2 \cdot \underline{I}$$

$$\Leftrightarrow \underline{S} = -\frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{E}}{\underline{Z}_1} \Leftrightarrow \boxed{\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}}$$

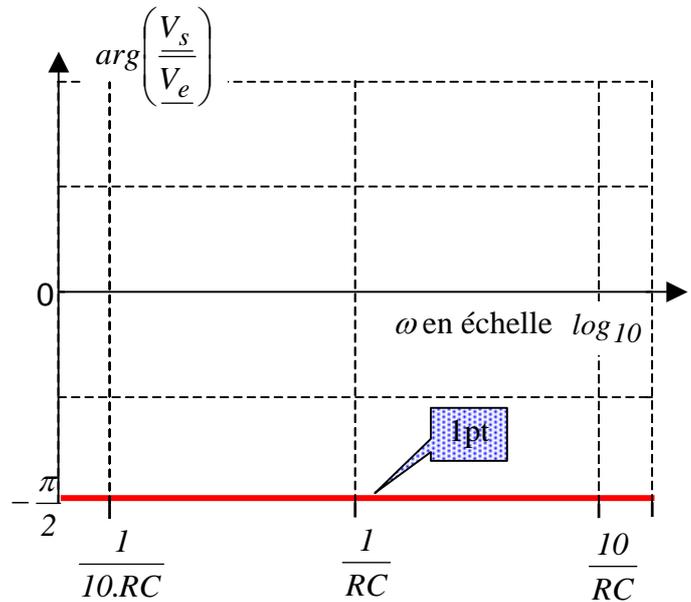
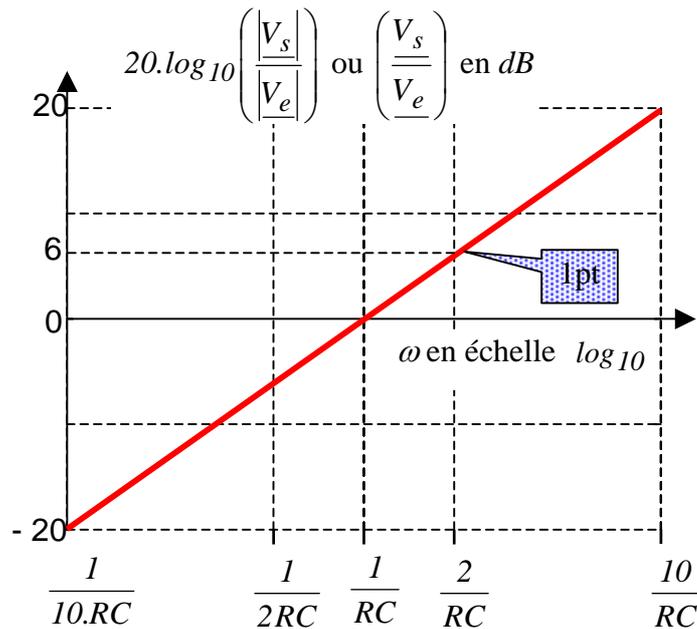
Démonstration 0,5pt  
 Résultat 0,5pt



B)  $\underline{Z}_1 = \frac{1}{jC\omega}$  ;  $\underline{Z}_2 = R$  1pt

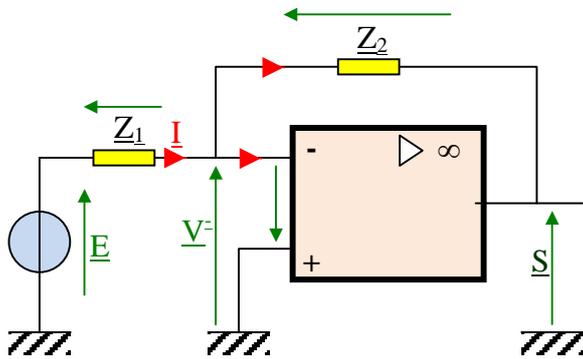
$$\Leftrightarrow \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -R \cdot jC\omega = -\frac{j \cdot \omega}{\frac{1}{R \cdot C}}$$
 1pt

de type :  $\Leftrightarrow \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = -\frac{j \cdot \omega}{\omega_o}$  avec  $\omega_o = \frac{1}{R \cdot C}$



### 15 Filtre à AOP en régime alternatif sinusoïdal

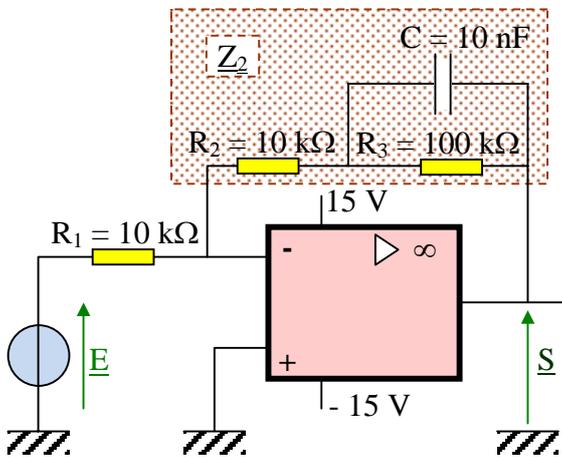
#### A - Amplificateur inverseur en régime alternatif sinusoïdal (1 pt)



Déterminer l'expression du rapport  $\frac{S}{E}$  en fonction des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  du montage ci-contre, en supposant l'amplificateur opérationnel idéal (non saturé).  
*Démonstration (1/2 pt), Résultat (1/2 pt)*

*Selon la méthode employée, l'utilisation de  $I$  pourra être nécessaire ou pas.*

#### B - Etude d'un filtre actif en régime alternatif sinusoïdal (3,5 pts)



a) Donner l'expression de l'impédance complexe  $Z_C$  d'un condensateur en fonction de sa valeur « C » et de la pulsation «  $\omega$  » du courant qui le traverse.

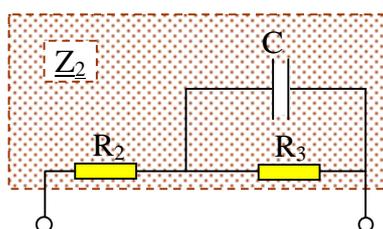
Sachant que  $C = 10 \text{ nF}$ , indiquer, dans le tableau ci-dessous, les valeurs numériques du **module** de  $Z_C$  pour les 2 valeurs de  $\omega$ .

$\omega$	10 rad/s	$10^6 \text{ rad/s}$
$ Z_C  \text{ en } \Omega$		
$Z_2 \approx$		
$\frac{S}{E} \approx$		

b) Quand deux impédances ont des modules très différents (*rapport minimum de 50*), on peut négliger l'une par rapport à l'autre... En déduire une approximation de  $Z_2$  (impédance équivalente encadrée sur le schéma ci-dessus) pour chaque pulsation du tableau. *Compléter les valeurs numériques dans le tableau.*

c) En utilisant le résultat de l'exercice précédent, déduire une approximation de la valeur du rapport  $\frac{S}{E}$  pour chaque pulsation du tableau. *Compléter les valeurs numériques dans le tableau.*

#### C - Calcul de l'impédance (4 pts)



a) Donner l'expression littérale de l'impédance complexe  $Z_2$  ci-contre en fonction de  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $C$  et de la pulsation «  $\omega$  » du courant qui la traverse.

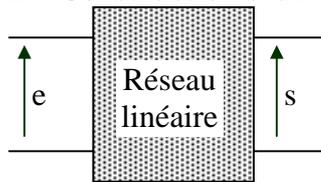
Puis mettre cette expression sous la forme  $Z_2 = \frac{c + jb \cdot \omega}{1 + ja \cdot \omega}$

b) Sachant que  $\underline{Z}_2 = \frac{c + jb \cdot \omega}{1 + ja \cdot \omega} = c \cdot \frac{1 + j \frac{b}{c} \cdot \omega}{1 + ja \cdot \omega}$ , on souhaite mettre cette expression sous la forme canonique

$$\underline{Z}_2 = c \cdot \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}. \quad \text{Exprimer } \omega_1 \text{ et } \omega_2 \text{ en fonction de a, b et c.}$$

c) En déduire les expressions de  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en fonction de  $R_2$ ,  $R_3$  et  $C$ .

**D - Construction d'un diagramme de Bode (4 pts)**



Soit un filtre linéaire, dont le comportement en fonction de la pulsation  $\omega$  du régime alternatif sinusoïdal est décrit par la fonction de transfert :

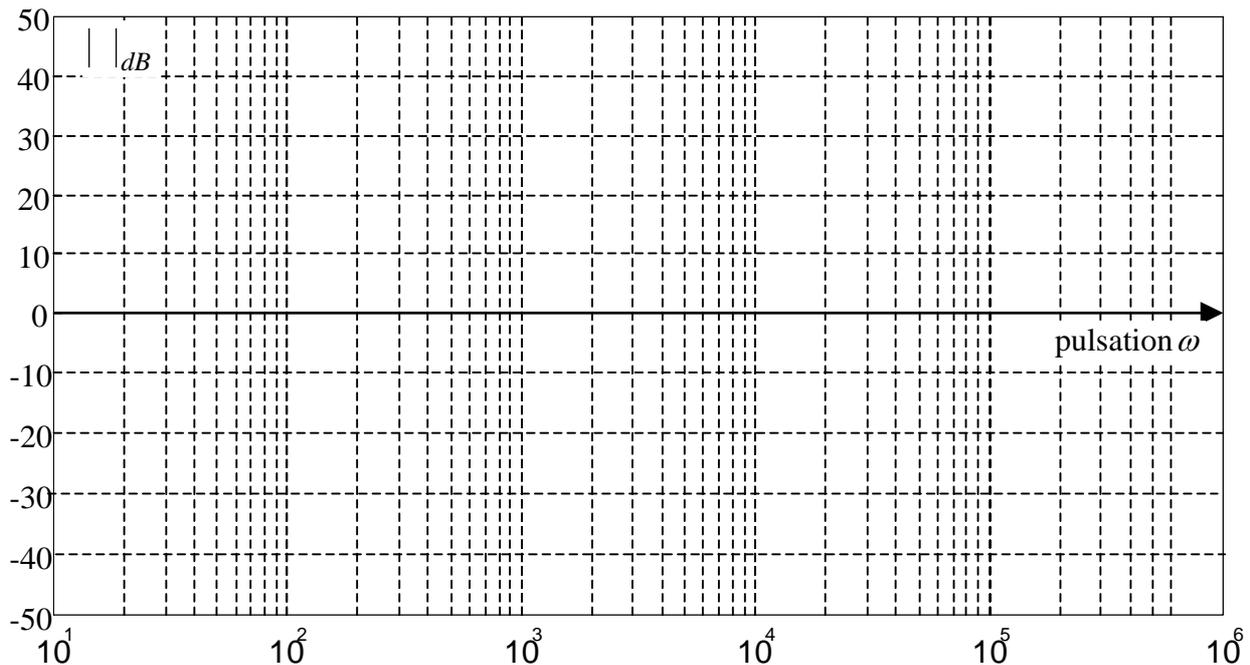
$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -11 \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{11 \cdot 10^3}}{1 + \frac{j\omega}{10^3}}$$

On précise que  $20 \cdot \log_{10}(11) = 20,8$

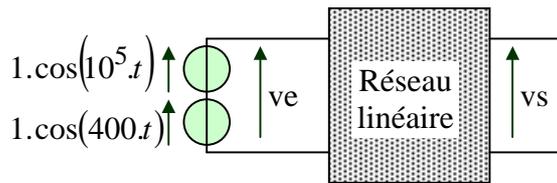
Représenter ci-dessous, en les identifiant clairement (par exemple avec des couleurs différentes) les quatre diagrammes de Bode asymptotiques des **modules** des expressions complexes suivantes.

(Pas de justifications demandées)

$$\underline{A1} = -11 \quad ; \quad \underline{A2} = 1 + \frac{j\omega}{11 \cdot 10^3} \quad ; \quad \underline{A3} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{10^3}} \quad \text{et} \quad \underline{A4} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -11 \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{11 \cdot 10^3}}{1 + \frac{j\omega}{10^3}} \quad (1pt \text{ par diagramme})$$

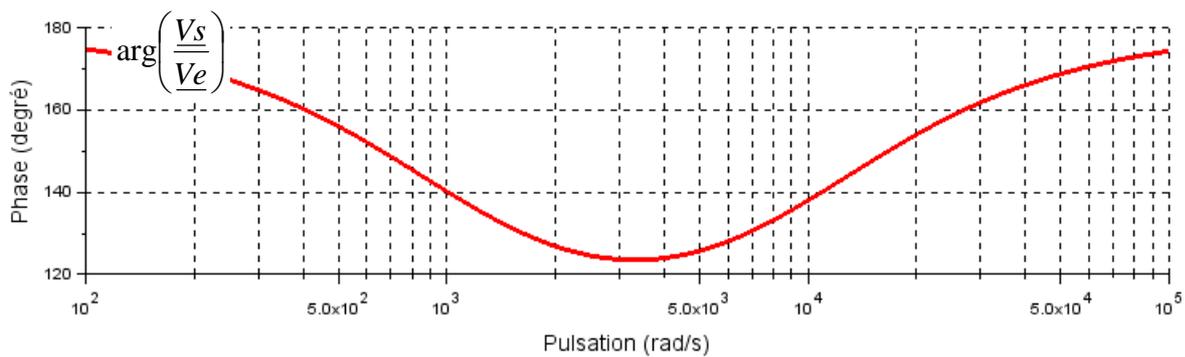
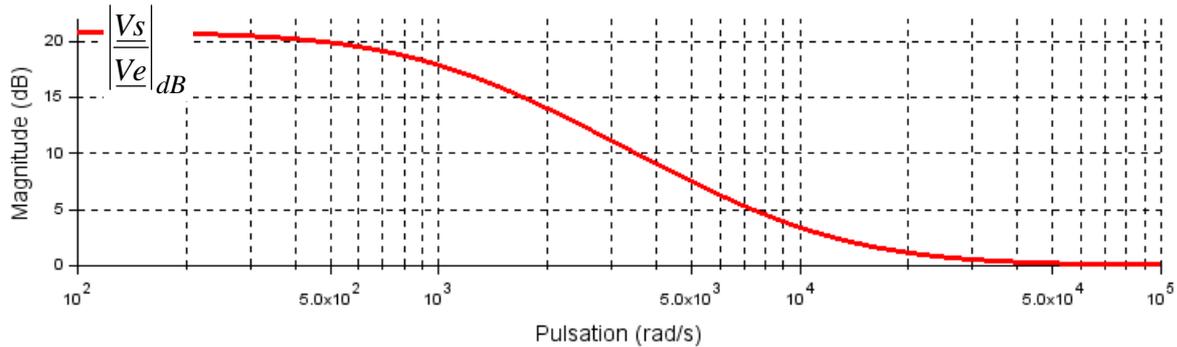


**E -Exploitation d'un diagramme de Bode ; (3 pts)**

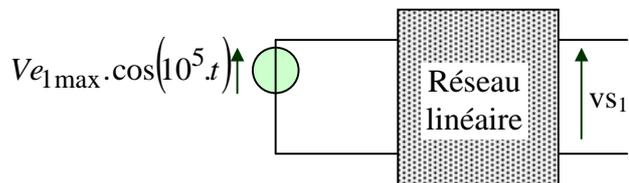


Soit un filtre, constitué d'un réseau électrique linéaire, dont le comportement fréquentiel est décrit dans le plan de Bode par la fonction de transfert de  $\frac{v_s}{v_e}(\omega)$  ci-dessous.

On applique en entrée de ce filtre une tension  $v_e(t) = 1.\cos(400.t) + 1.\cos(10^5.t)$ . L'objectif est de déterminer l'expression de  $v_s(t)$  en appliquant le théorème de superposition. Voir les questions suivantes.



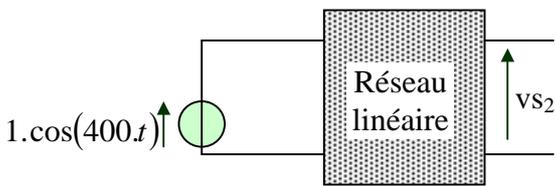
a): Si  $v_e(t) = V_{e_{1\max}} \cdot \cos(10^5.t)$ , on obtient  $v_s(t) = V_{s_{1\max}} \cdot \cos(10^5.t + \alpha_1)$



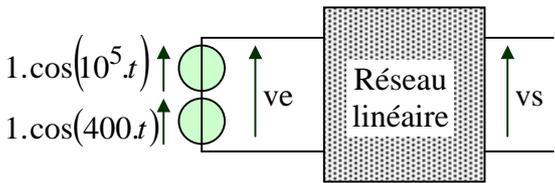
A partir de la lecture graphique de  $\left| \frac{V_s}{V_e} \right|_{dB}$ , déterminer la valeur  $\frac{V_{s_{1\max}}}{V_{e_{1\max}}}$  à la pulsation  $\omega = 10^5 \text{ rad/s}$

Dans le cas où  $v_e(t) = 1.\cos(10^5.t)$ , déterminer l'expression numérique de  $v_s(t)$ .<sup>(5)</sup>

<sup>(5)</sup> Les phases en degré seront notées entre guillemet. Exemple « -10° » ou « +25° »



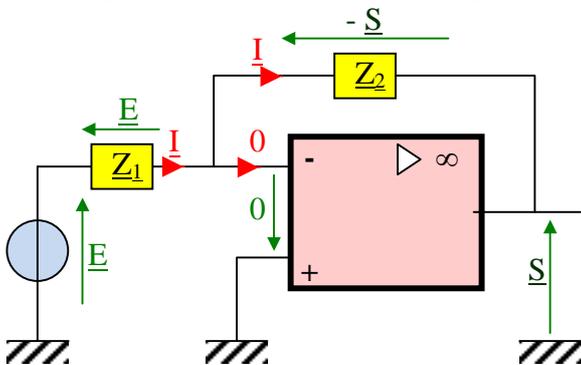
b) Dans le cas où  $ve(t) = 1.\cos(400.t)$ , déterminer l'expression numérique de  $vs(t)$ .



c) Dans le cas où  $ve(t) = 1.\cos(400.t) + 1.\cos(10^5.t)$ , déterminer l'expression numérique de  $vs(t)$ .

Corrigé :

**A - Amplificateur inverseur en régime alternatif sinusoïdal (1 pts)**

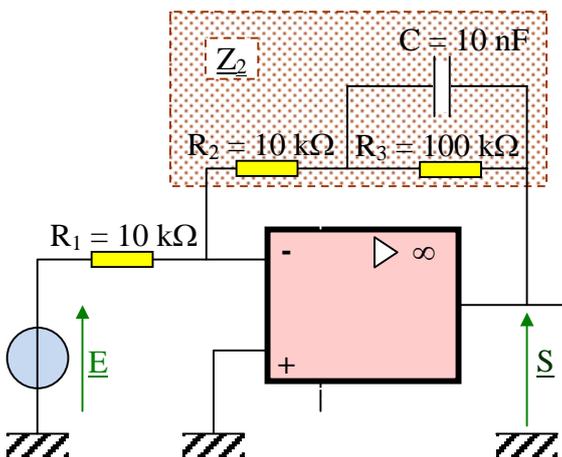


$$\underline{E} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I} \quad ; \quad \underline{S} = -\underline{Z}_2 \cdot \underline{I}$$

$$\Leftrightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_1} = \frac{-\underline{S}}{\underline{Z}_2} \Leftrightarrow \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

Démonstration 0.5pt  
 Résultat 0.5pt

**B - Etude d'un filtre actif en régime alternatif sinusoïdal (3,5 pts)**

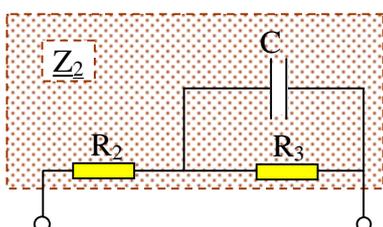


$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j.C.\omega} \quad \text{ou} \quad \underline{Z}_C = -\frac{j}{C.\omega} \quad \text{0.5pt}$$

0.5pt x 6

$\omega$	10 rad/s	$10^6$ rad/s
$ Z_C $ en $\Omega$	$\frac{1}{10^{-8} \cdot 10} = 10^7 \Omega$	$\frac{1}{10^{-8} \cdot 10^6} = 100 \Omega$
$\underline{Z}_2 \approx$	$R_2 + (R_3 // \underline{Z}_C) \approx$ $R_2 + R_3 = 110 \text{ k}\Omega$	$R_2 + (R_3 // \underline{Z}_C) \approx$ $R_2 + \underline{Z}_C \approx R_2 = 10 \text{ k}\Omega$
$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{\underline{Z}_2}{R_1} \approx$	$-\frac{R_2 + R_3}{R_1} = -11$	$-\frac{R_2}{R_1} = -1$

**C - Calcul de l'impédance (4 pts)**



$$\underline{Z}_2 = (R_3^{-1} + jC\omega)^{-1} + R_2 = \left( \frac{1}{R_3} + jC\omega \right)^{-1} + R_2 = \left( \frac{1 + jR_3.C.\omega}{R_3} \right)^{-1} + R_2 \quad \text{1pt}$$

1pt

$$\Leftrightarrow \underline{Z_2} = \frac{R_3}{1 + jR_3.C.\omega} + R_2 = \frac{(R_3 + R_2) + j(R_2.R_3.C).\omega}{1 + j(R_3.C).\omega} = \frac{c + jb.\omega}{1 + ja.\omega}$$

$$\underline{Z_2} = \frac{c + jb.\omega}{1 + ja.\omega} = c \cdot \frac{1 + j\left(\frac{b}{c}\right).\omega}{1 + ja.\omega} = c \cdot \frac{1 + j\left(\frac{c}{b}\right)\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\left(\frac{1}{a}\right)\frac{\omega}{\omega_2}}$$

0.5pt x 2

Par identification :  $\omega_1 = \frac{c}{b}$  ;  $\omega_2 = \frac{1}{a}$

Avec  $a = R_3.C$  ;  $b = R_2.R_3.C$  ;  $c = R_3 + R_2$  , on obtient :  $\omega_1 = \frac{R_3 + R_2}{R_2.R_3.C}$  ;  $\omega_2 = \frac{1}{R_3.C}$

0.5pt x 2

**D - Construction d'un diagramme de Bode**

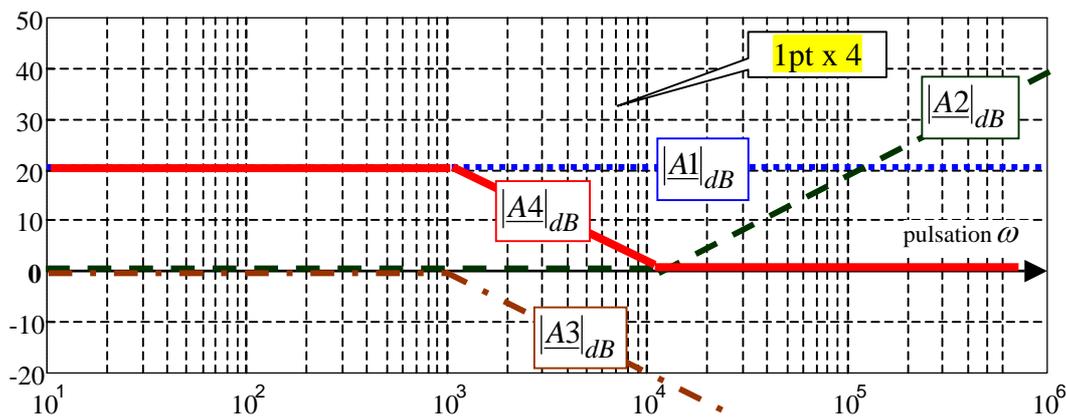
On précise que  $20.\log_{10}(11) = 20,8$

La fonction de transfert étudiée ici est celle du montage étudié aux questions B- et C- :

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{\underline{Z_2}}{R_1} = -\frac{c \cdot \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}}{R_1} = -\frac{R_3 + R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + j\left(\frac{R_3 + R_2}{R_2.R_3.C}\right)\omega}{1 + j\left(\frac{1}{R_3.C}\right)\omega} = -11 \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{11.10^3}}{1 + \frac{j\omega}{10^3}}$$

On remarque que si  $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{A4} \approx -11$  et si  $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \underline{A4} \approx -1$  (voir question B :-)

$\underline{A1} = -11$  ;  $\underline{A2} = 1 + \frac{j\omega}{11.10^3}$  ;  $\underline{A3} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{10^3}}$  et  $\underline{A4} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -11 \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{11.10^3}}{1 + \frac{j\omega}{10^3}}$



Le diagramme de Bode de  $\underline{A4}$  est la somme des diagrammes de Bode de  $\underline{A1}$  ,  $\underline{A2}$  et  $\underline{A3}$ .

**E - Exploitation d'un diagramme de Bode (3 pts)**

Le diagramme de Bode proposé dans cette question est celui de la question précédente.

a)  $\omega = 10^5 \text{ rad/s}$  :  $20.\log_{10}\left(\frac{V_{s1\max}}{V_{e1\max}}\right) = 0\text{dB} \Leftrightarrow \log_{10}\left(\frac{V_{s1\max}}{V_{e1\max}}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{V_{s1\max}}{V_{e1\max}} = 10^0 = 1 \text{ (0,5 pt)}$

$\omega = 10^5 \text{ rad/s} : V_{e_{\max}} = 1 \Leftrightarrow V_{s_{\max}} = 1$  (0,5 pt). Déphasage de  $v_s(t)$  par rapport à  $v_e(t)$  :  $175^\circ$ .

$$\Rightarrow v_s(t) = 1 \cdot \cos(10^5 t + "175^\circ") \quad (0,5 \text{ pt})$$

**d)**  $\omega = 400 \text{ rad/s} : \Leftrightarrow 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}} \right) = 20 \Leftrightarrow \frac{V_{s_{2\max}}}{V_{e_{2\max}}} = \frac{V_{s_{2\max}}}{1} = 10^1 = 10 \cdot \Leftrightarrow V_{s_{2\max}} = 10$ .

Déphasage de  $v_s(t)$  par rapport à  $v_e(t)$  :  $+160^\circ$ .  $\Rightarrow v_s(t) = 10 \cdot \cos(400 t + "160^\circ")$  (0,5pt + 0,5pt)

**e)** En appliquant le théorème de superposition, on en déduit :

$$v_s(t) = 10 \cdot \cos(400 t + "160^\circ") + 1 \cdot \cos(10^5 t + "175^\circ") \quad (0,5 \text{ pt})$$

*Ce filtre « boost » les basses fréquences*