Exercices sur la notion d’impédance

Ce document est une compilation des exercices posés en devoirs surveillés d’électricité au département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l’IUT de Nantes. Ces devoirs se sont déroulés généralement sans documents, sans calculette et *sans téléphone portable…*

Les devoirs d’une durée de 80 min sont notés sur 20 points. Donc chaque point proposé au barème correspond approximativement à une activité de 4 min.

Ces exercices correspondent aux chapitres 3, 4 et 5 de la **Baselecpro** sur le site IUTenligne.

Un corrigé avec barème de correction est remis aux étudiants en sortie du devoir (C’est souvent le seul moment où ils vont réfléchir à ce qu’ils ont su (ou pas su) faire dans ce devoir)

Personnellement, je me refuse à manipuler le barème d’un devoir lors de la correction dans le but d’obtenir une moyenne présentable. *(ni trop ni trop peu…)*
La moyenne d’un devoir doit refléter l’adéquation entre les objectifs de l’enseignant et les résultats des étudiants.

Les documents proposés ici sont délivrés dans un format qui permet tout assemblage/désassemblage ou modification à la convenance de l’utilisateur. Les dessins et les équations ont été réalisés avec Word97.

Nos étudiants disposent d’une masse considérable d’informations sur internet. Les enseignants sont maintenant soucieux de leur apprendre à utiliser intelligemment cet immense champ de connaissance. Ils leur apprennent notamment à citer les sources…

Une version de Baselecpro est disponible sous forme d’un livre aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre
ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l’électricité

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes – France

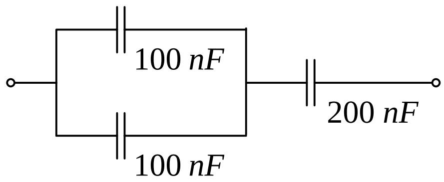
Table des matières

1 Questions de cours

•*(0,5 pt)* Ecrire l'expression de la capacité du condensateur équivalent à trois condensateurs de capacités C_1, C_2 *et* C_3 reliés en série.

•*(0,5 pt)* Ecrire l'expression de la capacité du condensateur équivalent à trois condensateurs de capacités C_1, C_2 *et* C_3 reliés en parallèle.

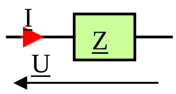
•Calculer la capacité équivalente du dipôle ci-dessous.2012



Corrigé :

(100 nF en parallèle avec 100 nF) = 200 nF. (200 nF en série avec 200 nF) = 100 nF Donc $C_{eq} = 100\ nF$

•



(2 pts) Soit une impédance Z:

➢ Quelle est la particularité des signaux $u(t)$ et $i(t)$ pour qu'on puisse utiliser la notion d'impédance ?

Ils sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence

➢ Quelle est la particularité du réseau électrique qui constitue le dipôle Z pour qu'on puisse utiliser la notion d'impédance ?

C'est un dipôle électrique linéaire passif

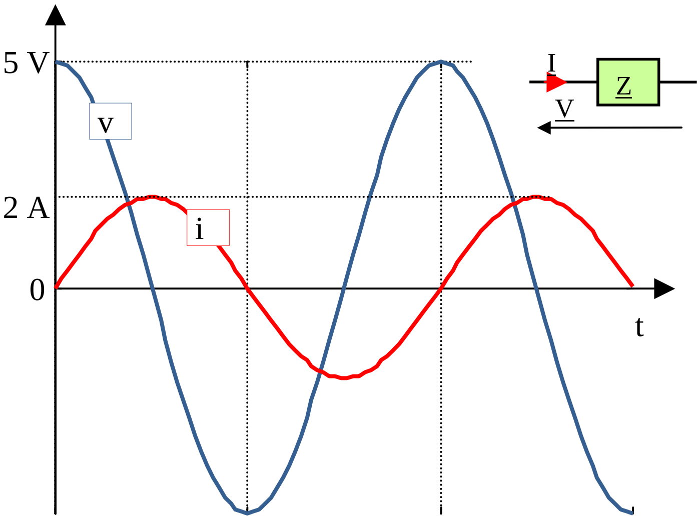
➢ Que représentent $|\underline{Z}|$ et $arg(\underline{Z})$ par rapport aux grandeurs caractéristiques de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$?

Réponses : $|\underline{Z}| = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$ et $arg(\underline{Z}) = (\vec{I}, \vec{U})$ déphasage de u(t) par rapport à i(t) en convention récepteur

•*(1 pt)* En utilisant la notation complexe, écrire la formule du pont diviseur de tension en régime alternatif sinusoïdal et représenter le schéma associé.

•*(1 pt)* En utilisant la notation complexe, écrire la formule du pont diviseur de courant en régime alternatif sinusoïdal et représenter le schéma associé.

2 Détermination d'une impédance à partir des graphes tension et courant. (1 pts)

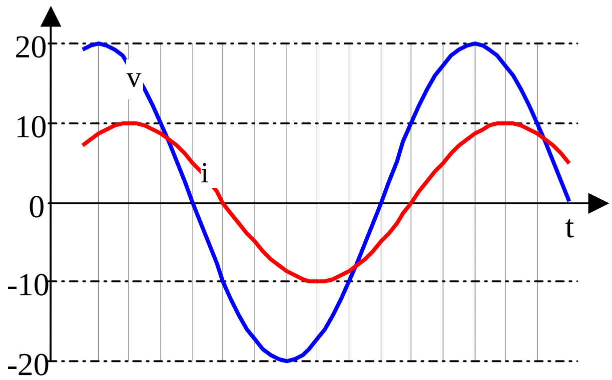


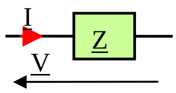
A partir des relevés de $v_{(t)}$ et $i_{(t)}$ ci-contre, déterminer la valeur de $\underline{Z}$ à la fréquence considérée.

Corrigé : $\left|\underline{Z}\right| = \dfrac{V_{max}}{I_{max}} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5\,\Omega$; $arg(\underline{Z}) = \left(\vec{I}\,,\vec{V}\right) = \dfrac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \underline{Z} = 2{,}5\,.\,e^{j\frac{\pi}{2}} = 2{,}5\,.\,j$

3 Détermination d'une impédance à partir des graphes tension et courant (1 pts)

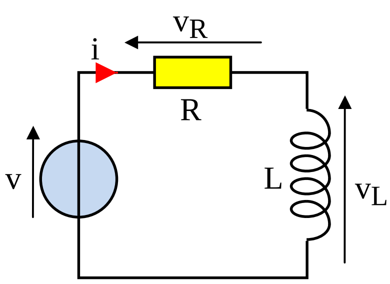




A partir des relevés de $v_{(t)}$ et $i_{(t)}$ ci-contre, déterminer la valeur de $\underline{Z}$ à la fréquence considérée.

Réponse : $\underline{Z} = \dfrac{20}{10}\,.\,e^{j\frac{\pi}{6}} = 2\,.\,e^{j\frac{\pi}{6}}$

4 Notion d'impédance – impédances en série. (1,5 pt)



Le montage ci-contre est alimenté par une tension $v(t) = 100.cos(\omega.t)$.

a) Sachant que $R = L.\omega = 10\ \Omega$, calculer la valeur numérique de l'impédance du dipôle R.L à la pulsation considérée.

b) En déduire $i(t)$.

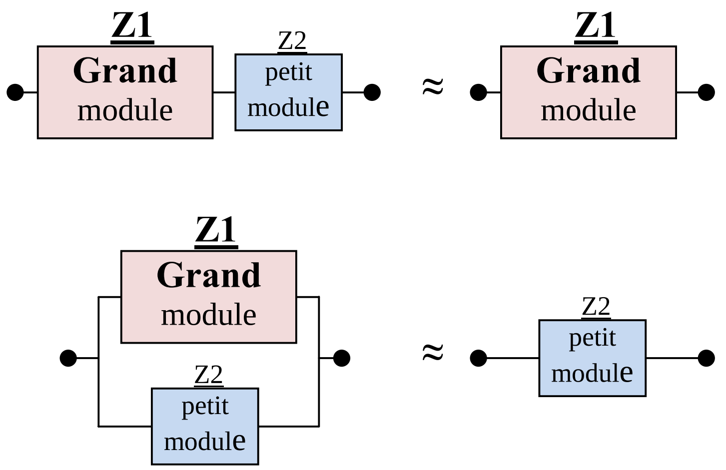
Corrigé : $\underline{Z_{RL}} = R + jL\omega = 10 + 10\,j = 10.\sqrt{2}.e^{j\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \underline{I} = \dfrac{\underline{V}}{\underline{Z_{RL}}} = \dfrac{100}{10.\sqrt{2}.e^{j\frac{\pi}{4}}} = 5.\sqrt{2}.e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$\Rightarrow i(t) = 5.\sqrt{2}.cos\left(\omega.t - \dfrac{\pi}{4}\right)$

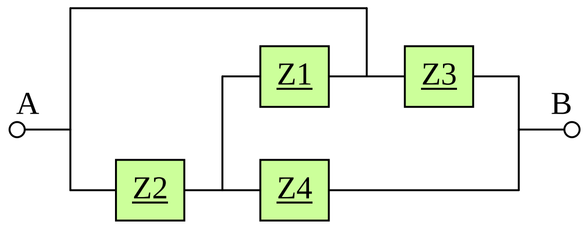
5 *Association de petites et grandes impédances (3 pts)*

Lorsqu'on utilise une calculette ou un logiciel de calcul, il est souvent fort utile de pouvoir vérifier l'ordre de grandeur d'un résultat pour détecter d'éventuelles erreurs…

Rappel de cours:



Soit le dipôle linéaire ci-dessous en régime alternatif sinusoïdal de fréquence « *f* ».



A la fréquence « *f* » considérée, les impédances des différents éléments qui le constituent ont les valeurs complexes suivantes :

$\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = 30.e^{j0}$

$\underline{Z_3} = 10.e^{-j.0,8}$

$\underline{Z_4} = 3000.e^{j.1,2}$

a) Donner l'expression littérale de l'impédance équivalent de ce dipôle en fonction de $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\underline{Z_3}$ et de $\underline{Z_4}$.

(Il n'est pas interdit de refaire un schéma…)

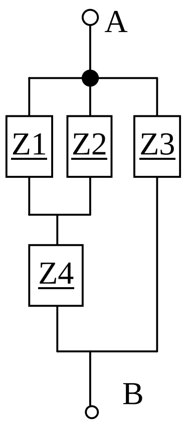
b) Pour la valeur de l'impédance équivalent de ce dipôle, cinq résultats différents sont proposés.
Sans justification, sélectionner (en l'encadrant) celui qui semble le plus réaliste :
(Bon : +1pt ; rien : 0 ; faux : -1pt)

$\underline{Z} = 46{,}290495.e^{-j0{,}4690398}$; $\underline{Z} = 3{,}0854023.e^{-j0{,}0738448}$; $\underline{Z} = 3000{,}0163.e^{j1{,}1999953}$;

$\underline{Z} = 30{,}123774.e^{-j0{,}7908687}$; $\underline{Z} = 10.013678.e^{j-0.7969640}$;

Corrigé : $\boxed{\underline{Z} = \left\{\left[\left(\underline{Z_1}^{-1} + \underline{Z_2}^{-1}\right)^{-1} + \underline{Z_4}\right]^{-1} + \underline{Z_3}^{-1}\right\}^{-1}} \Rightarrow \underline{Z} = \left\{\left[\frac{30}{2} + 3000.e^{j1,2}\right]^{-1} + \left(10.e^{-j0,8}\right)^{-1}\right\}^{-1}$

$$\boxed{\underline{Z} \approx \left\{\left[3000.e^{j1,2}\right]^{-1} + \left(10.e^{-j0,8}\right)^{-1}\right\}^{-1} \approx 10.e^{-j0,8}}$$



Calculs avec le logiciel Scilab :

```
j=%i;
z1=30;
z2=30;
z3=10*exp(-j*0.8);
z4=3000*exp(j*1.2);
z=(((z1^(-1)+z2^(-1))^(-1)+z4)^(-1)+z3^(-1))^(-1)
module_z=abs(z)
argument_z=atan(imag(z),real(z))
```

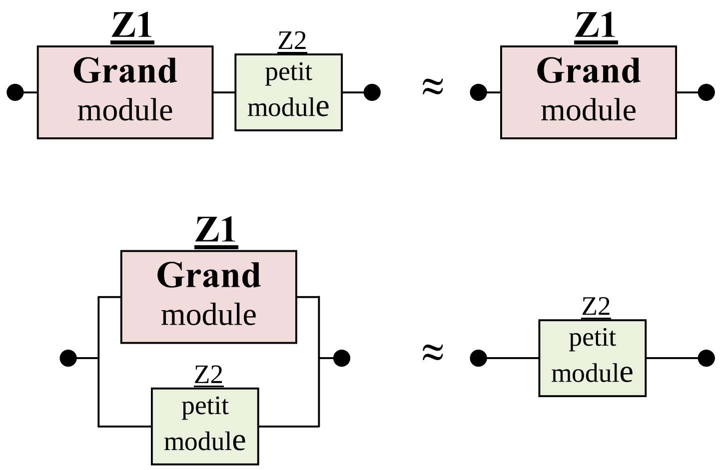
Résultats :

```
z  = 6.9983735 - 7.1621587i
module_z  = 10.013678
argument_z  = - 0.7969640
```

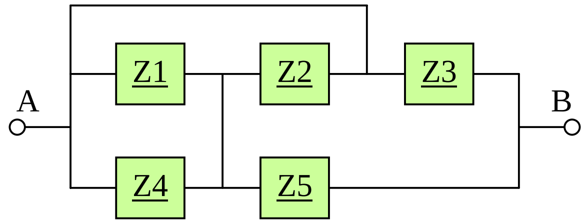
6 Association de petites et grandes impédances (3 pts)

Lorsqu'on utilise une calculette ou un logiciel de calcul, il est souvent fort utile de pouvoir vérifier l'ordre de grandeur d'un résultat pour détecter d'éventuelles erreurs…

Rappel de cours:



Soit le dipôle linéaire ci-dessous en régime alternatif sinusoïdal de fréquence « *f* ».



A la fréquence « *f* » considérée, les impédances des différents éléments qui le constituent ont les valeurs complexes suivantes :

$\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = \underline{Z_4} = 10.e^{j0}$

$\underline{Z_3} = 30.e^{-j.0,8}$; $\underline{Z_5} = 3000.e^{j.1,2}$

a) Redessiner le schéma du dipôle en faisant apparaître les éléments en parallèle ou en série. Donner l'expression littérale de l'impédance équivalent de ce dipôle en fonction de $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\underline{Z_3}$, $\underline{Z_4}$ et de $\underline{Z_5}$.

b) Pour la valeur de l'impédance équivalent de ce dipôle, cinq résultats différents sont proposés. Sans justification, sélectionner (en l'encadrant) celui qui semble le plus réaliste :
(Bon : +1pt ; rien : 0 ; faux : -1pt)

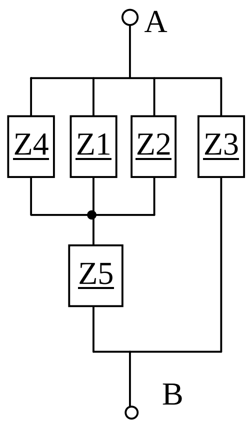
$\underline{Z} = 46{,}290495.e^{-j0{,}4690398}$; $\underline{Z} = 3{,}0854023.e^{-j0{,}0738448}$; $\underline{Z} = 9{,}9878067.e^{j0{,}0030955}$;

$\underline{Z} = 30{,}123774.e^{-j0{,}7908687}$; $\underline{Z} = 3000{,}0163.e^{j1{,}1999953}$

Corrigé :

$$\boxed{\underline{Z} = \left\{\left[\left(\underline{Z_4}^{-1} + \underline{Z_1}^{-1} + \underline{Z_2}^{-1}\right)^{-1} + \underline{Z_5}\right]^{-1} + \underline{Z_3}^{-1}\right\}^{-1}} \Rightarrow \underline{Z} = \left\{\left[\frac{10}{3} + 3000.e^{j1{,}2}\right]^{-1} + \left(30.e^{-j0{,}8}\right)^{-1}\right\}^{-1}$$

$$\boxed{\underline{Z} \approx \left\{\left[3000.e^{j1{,}2}\right]^{-1} + \left(30.e^{-j0{,}8}\right)^{-1}\right\}^{-1} \approx 30.e^{-j0{,}8}}$$



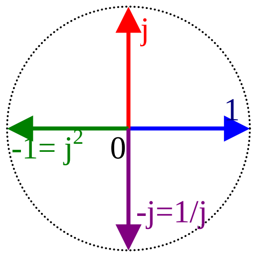
Calculs avec le logiciel Scilab :

```
j=%i;
z1=10;
z2=10;
z3=30*exp(-j*0.8);
z4=10;
z5=3000*exp(j*1.2);
z=(((z1^(-1)+z2^(-1)+z4^(-1))^(-1)+z5)^(-1)+z3^(-1))^(-1)
module_z=abs(z)
argument_z=atan(imag(z),real(z))
```

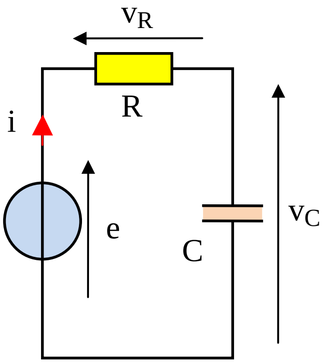
résultats :

```
z = 21.18388 - 21.416933i
module_z = 30.123774
argument_z = - 0.7908687
```

7 *Réseau linéaire en alternatif sinusoïdal R-C – complexes sans calculette. (2,5 pts)*



a) En vous aidant de la représentation graphique ci-contre, exprimer le complexe $1+j$ sous la forme exponentielle *(compléter les deux cases)*:

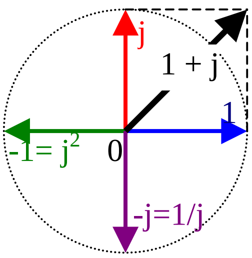


$$1+j = \boxed{}.e^{\,j\boxed{}}$$

b) $e(t)=10.cos(100\pi .t)$; $R=500\ \Omega$; $C=\dfrac{2.10^{-5}}{\pi}$F . ([1])

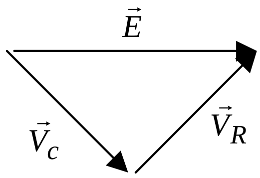
Par une méthode à votre choix, déterminer $v_C(t)$.

Corrigé



0,5 pt

$$1+j=\sqrt{2}.e^{\,j\frac{\pi}{4}}$$



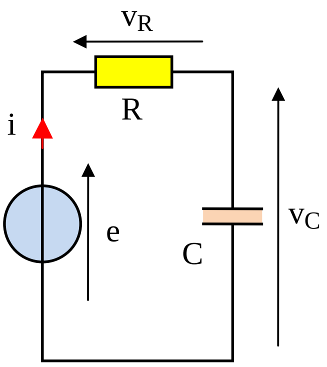
ou $\underline{Vc}=\underline{E}.\dfrac{\dfrac{1}{jC\omega}}{\dfrac{1}{jC\omega}+R}$ 1 pt

0,5 pt 0,5 pt

$$\underline{Vc}=\underline{E}.\frac{\dfrac{1}{jC\omega}}{\dfrac{1}{jC\omega}+R}=\frac{\underline{E}}{1+jRC\omega}=\frac{10}{1+j}=\frac{10}{\sqrt{2}.e^{\,j\pi/4}}=5.\sqrt{2}.e^{-j\pi/4}\Leftrightarrow \boxed{vc(t)=5.\sqrt{2}.\cos\left(100.\pi.t-\frac{\pi}{4}\right)}$$

([1]) Les valeurs ont été choisies pour que les calculs puissent se faire à la main

8 Réseau R-C sinusoïdal _ Complexes sans calculette. (4,5 pts)



$i(t) = 0{,}01.cos(1000.t)$; $R = 500\ \Omega$; $C = \dfrac{10^{-5}}{5.\sqrt{3}} F$ (2).

a) Déterminer l'expression numérique de $v_R(t)$.

b) Calculer l'expression numérique de l'impédance complexe $\underline{Z_C}$ du condensateur « C » à la pulsation considérée.

En déduire $V_{C_{max}}$ et le déphasage de $v_C(t)$ par rapport à $i(t)$.

Puis donner l'expression de $v_C(t)$

c) On a calculé $e(t) = E_{max}.cos\left(1000.t - \dfrac{\pi}{3}\right)$.

Par un diagramme de Fresnel ou par un calcul en complexe, déterminer la valeur numérique de E_{max}

Corrigé :

a) $v_R(t) = R.i(t) = 500.0{,}01.cos(1000.t) = 5.cos(1000.t)$ 1 pt

b) $\underline{Z_C} = \dfrac{-j}{C\omega} = \dfrac{-j.5.\sqrt{3}}{10^{-5}.1000} = -500.\sqrt{3}\ j = 500.\sqrt{3}\ e^{-j\frac{\pi}{2}}$ 0,5 pt 0,5 pt

$\left|\underline{Z_C}\right| = \dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{V_{C_{max}}}{I_{max}} \Rightarrow V_{C_{max}} = \left|\underline{Z_C}\right|.I_{max} = 500.\sqrt{3}.0{,}01 = 5.\sqrt{3}\ V$ 0,5 pt

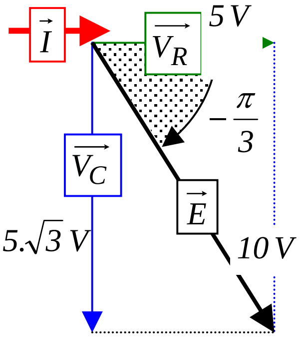
$arg\left(\underline{Z_C}\right) = -\dfrac{\pi}{2} =$ déphasage de $v_C(t)$ par rapport à $i(t)$. 0,5 pt

$\Rightarrow v_C(t) = 5.\sqrt{3}.cos(1000.t - \dfrac{\pi}{2})$ 0,5 pt

c) En appliquant la loi d'Ohm généralisée :

$\underline{E} = \left(\underline{Z_R} + \underline{Z_C}\right).\underline{I} \Rightarrow \left|\underline{E}\right| = \left|\underline{Z_R} + \underline{Z_C}\right|.\left|\underline{I}\right| \Leftrightarrow E_{max} = \left|\underline{Z_R} + \underline{Z_C}\right|.I_{max}$ 1 pt

$\Leftrightarrow E_{max} = \sqrt{500^2 + \left(500.\sqrt{3}\right)^2}.0.01 = \sqrt{500^2.(1+3)}.0.01 = 1000.0.01 = 10\,V$



Ou avec le diagramme de Fresnel ci-contre :

$E_{max} = \sqrt{5^2 + \left(5.\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{5^2.(1+3)} = 10\,V$ et $e(t) = 10.cos(100\pi.t - \dfrac{\pi}{3})$

Ou en appliquant la loi d'Ohm généralisée :

$\underline{E} = \left(\underline{Z_R} + \underline{Z_C}\right).\underline{I} = \left(500 - 500.\sqrt{3}.j\right).\underline{I} = \sqrt{500^2 + \left(500.\sqrt{3}\right)^2}.e^{-j.\frac{\pi}{3}}.0.01$

$= \sqrt{500^2.(1+3)}.e^{-j.\frac{\pi}{3}}.0.01 = 1000.e^{-j.\frac{\pi}{3}}.0.01 = 10.e^{-j.\frac{\pi}{3}}$

Ou avec la loi des mailles :

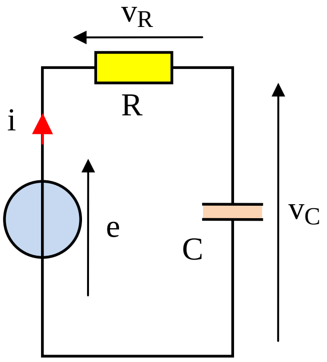
$e(t) = v_R(t) + v_C(t) \Leftrightarrow \underline{E} = \underline{V_R} + \underline{V_C} = 5.e^{j.0} + 5.\sqrt{3}.e^{-j.\frac{\pi}{2}} = 5 - 5.\sqrt{3}.j = 10.e^{-j.\frac{\pi}{3}}$

D'où $e(t) = 10.cos\left(1000.t - \dfrac{\pi}{3}\right)$

(2) La valeur est choisie de façon que les calculs numériques puissent être fait sans calculette.

9 Réseau linéaire R-C en alternatif sinusoïdal (3 pts)

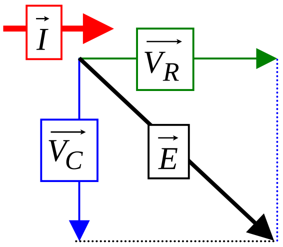
L'objectif de cet exercice est de tester votre maîtrise dans l'utilisation des vecteurs de Fresnel et/ou des complexes. (Les valeurs de ω, R,C et L ont été choisies pour faciliter les calculs. Les déphasages ont des valeurs particulières).



a) $i(t) = 0{,}01.cos(100.t)$; $R = 500\ \Omega$; $\dfrac{1}{C.100} = 500\ \Omega$

Déterminer $v_R(t)$, $v_C(t)$ et $e(t)$.

Corrigé :

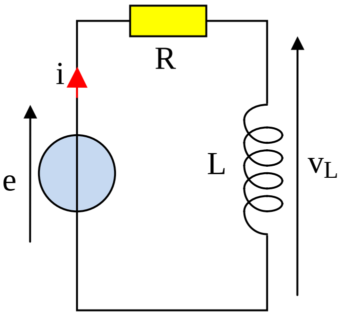


$v_R(t) = R\,.\,i(t) = 500\ .\ 0{,}01.cos(100.t) = 5.cos(100.t)$

Le diagramme de Fresnel ci-contre détermine un carré. Le théorème de Pythagore établit la relation entre les longueurs d'un côté et de la diagonale.

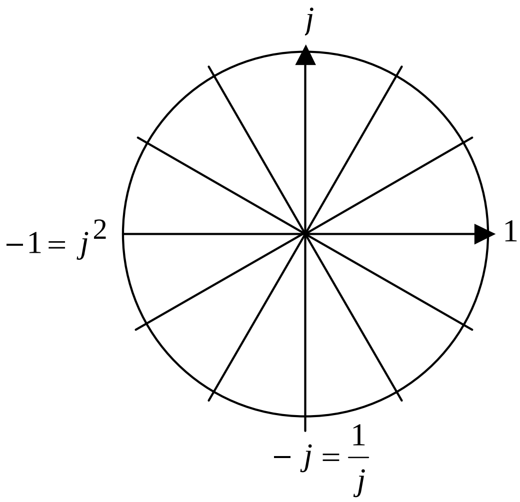
$v_C(t) = 5.cos(100.t - \dfrac{\pi}{2})$; $e(t) = 5.\sqrt{2}.cos(100.t - \dfrac{\pi}{4})$

10 Circuit R-L en alternatif sinusoïdal (3 pts)

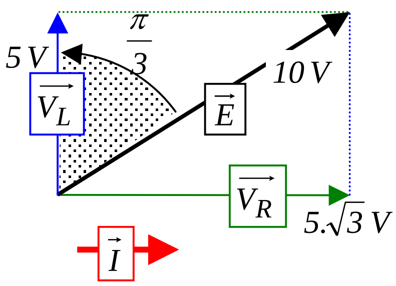


$e(t) = 10.\cos(\omega.t)$; $R = 500.\sqrt{3}\ \Omega$; $L.\omega = 500\ \Omega$

Déterminer $v_L(t)$. *(Les valeurs ont été choisies de façon que les calculs puissent se faire à la main avec des angles remarquables)*



Corrigé :



En complexe (avec la formule du pont diviseur de tension) ou avec un diagramme de Fresnel :

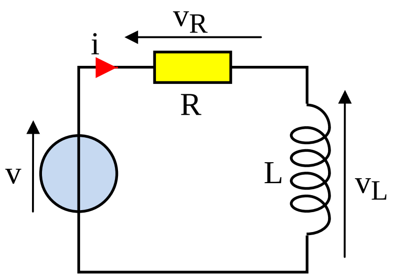
$$e(t) = 10.\cos(\omega.t) \quad \rightarrow \underline{E} = 10 = 10.e^{j0}$$

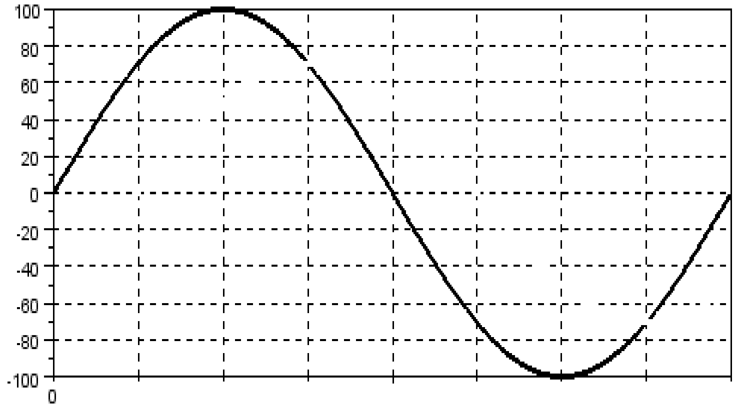
$$\Rightarrow \underline{V_L} = \frac{\underline{E}\,.\,jL\omega}{R + jL\omega} = \frac{10\,.\,500\,j}{500.\sqrt{3} + 500\,j} = \frac{10\,j}{\sqrt{3} + j} = \frac{10\,.\,e^{j\frac{\pi}{2}}}{2\,.\,e^{j\frac{\pi}{6}}} = 5\,.\,e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\rightarrow v_L(t) = 5.\cos(\omega.t + \frac{\pi}{3})$$

11 Circuit R-L en alternatif sinusoïdal (3 pts)

Soit le montage ci-dessous et le graphe de la tension $v(t)$.





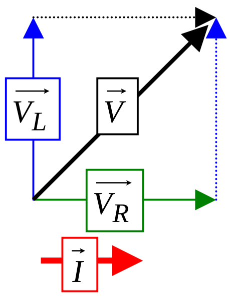
a) On sait que $R = 500\Omega$ et $L\omega = 500\Omega$.

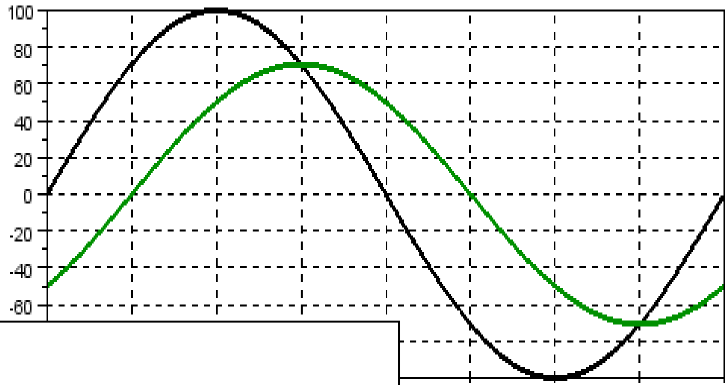
En prenant le vecteur de Fresnel $\vec{I}$ associé au courant $i(t)$ comme référence, représenter, à main levée, l'allure des vecteurs $\vec{V}_L$, $\vec{V}_R$ et $\vec{V}$ associés respectivement à $v_L(t)$, $v_R(t)$ et $v(t)$.

b) Représenter le graphe de $v_R(t)$ dans le même repère que $v(t)$. Préciser son amplitude.

Corrigé :

Le diagramme de Fresnel détermine un carré. Le théorème de Pythagore établit la relation entre les longueurs d'un côté et de la diagonale.

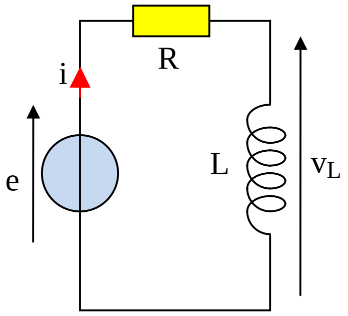




$V_{R_{max}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}}$

Déphasage de $v_R(t)$ par rapport à $v(t)$: $\frac{-\pi}{4}\ rad$

12 *Circuit R-L en alternatif sinusoïdal.* (2,5 PTS)



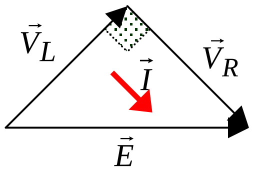
$e(t) = 10.\cos(10000.t)$; $R = 500\ \Omega$; $L = 50\ mH$. ([3])

Par une méthode à votre choix, déterminer $v_L(t)$

Corrigé :

$e(t) = 10.\cos(10000.t)$; $R = 500\ \Omega$; $L = 50\ mH$.

Par la méthode de Fresnel ou par la formule du pont diviseur en complexes :,



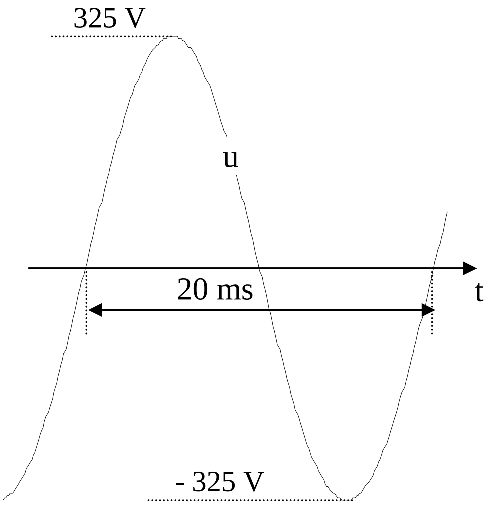
ou $\underline{V_L} = \underline{E}.\dfrac{j.L.\omega}{j.L.\omega + R}$ 1 pt

1,5 pt

$$\underline{V_L} = \underline{E}.\frac{j.L.\omega}{j.L.\omega + R} = \frac{10\,.\,500\,j}{500\,j + 500} = \frac{10\,j}{j+1} = \frac{10.e^{j\pi/2}}{\sqrt{2}.e^{j\pi/4}} = 5.\sqrt{2}.e^{j\pi/4} \Leftrightarrow \boxed{v_L(t) = 5.\sqrt{2}.\cos\left(10000.t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

([3]) Les valeurs ont été choisies pour que les calculs puissent se faire à la main

13 Moteur en régime alternatif sinusoïdal (3,5 pts)



Un moteur électrique monophasé est soumis à la tension *u(t)* ci-contre. Dans les conditions de fonctionnement envisagées, ce moteur peut être modélisé par un dipôle constitué d'une résistance $R = 3\,\Omega$ en série avec une inductance L.

A la pulsation considérée, $L.\omega = 28\,\Omega$.

(On précise que $\sqrt{3^2 + 28^2} = 28{,}16$ et $arctg\left(\frac{28}{3}\right) = 1{,}464$)

a) Représenter le dipôle électrique du modèle équivalent à ce moteur en orientant sa tension « u » à ses bornes et le courant « i » qui le traverse en convention récepteur.

b) Exprimer la valeur numérique de la pulsation de la tension (et donc du courant). *Préciser son unité.*

c) On a calculé l'amplitude du courant qui traverse ce dipôle, et on a trouvé $I_{max} = 11{,}54\ A$. Préciser le **raisonnement** et le **calcul** (littéral et numérique) qui ont permis d'obtenir ce résultat. *(une demi ligne).*

d) Représenter un diagramme de Fresnel de la tension « u » et du courant « i ». Préciser la valeur de l'angle **orienté** $\left(\vec{I},\vec{U}\right)$ ([4]) entre les deux vecteurs (avec son unité).

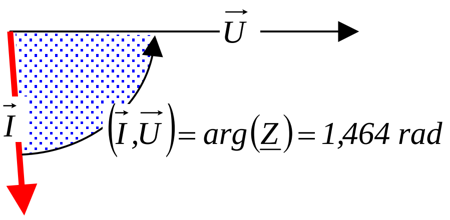
Corrigé :

Période : $T = 20\ ms \Leftrightarrow$ pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.10^{-2}} = 100\pi\ rad/s$

Impédance du dipôle modélisant le moteur:

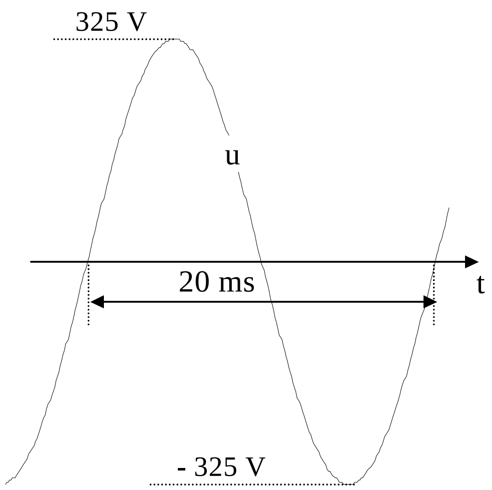
$$\underline{Z} = 3 + 28j \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} |\underline{Z}| = \sqrt{3^2 + 28^2} = 28{,}16 \\ arg(\underline{Z}) = arctg\left(\frac{28}{3}\right) = 1{,}464\ rad \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{Z} = 28{,}16.e^{j.1{,}464}$$

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{|\underline{Z}|} = \frac{325}{28{,}16} = 11{,}54\ A$$



([4]) Donc de $\vec{I}$ vers $\vec{U}$

14 Moteur en régime alternatif sinusoïdal variante (4 pts)



Un moteur électrique monophasé est soumis à la tension *u(t)* ci-contre. Dans les conditions de fonctionnement envisagées, ce moteur peut être modélisé par un dipôle constitué d'une résistance $R = 28\ \Omega$ en série avec une inductance *L*. A la pulsation considérée, $L.\omega = 10\ \Omega$.

(On précise que $\sqrt{28^2 + 10^2} = 29{,}73$ et $arctg\left(\frac{10}{28}\right) = 0{,}343\ rad$)

a) Représenter le dipôle électrique du modèle équivalent à ce moteur en orientant sa tension « u » à ses bornes et le courant « i » qui le traverse en convention récepteur.

b) Exprimer la valeur numérique de la pulsation de la tension (et donc du courant). *Préciser son unité*

c) Donner l'expression numérique de l'impédance $\underline{Z_{moteur}}$ du dipôle modélisant le moteur sous la forme algébrique $(a + j.b)$ et sous la forme exponentielle $(\rho.e^{j\theta})$. *(Pas de calcul ni de justification)*

d) On a calculé l'amplitude du courant qui traverse ce dipôle, et on a trouvé $I_{max} = 10{,}93\ A$. Préciser le **raisonnement** et le **calcul** (littéral et numérique) qui ont permis d'obtenir ce résultat. *(une demi ligne)*

e) Représenter l'allure du diagramme de Fresnel de la tension « u » et du courant « i ». Préciser la valeur de l'angle **orienté** $\left(\vec{I},\vec{U}\right)$ ([5]) entre les deux vecteurs (avec son unité).

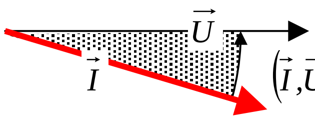
Corrigé :

Période : $T = 20\ ms \Leftrightarrow$ pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.10^{-2}} = 100\pi\ rad/s$

Impédance du dipôle modélisant le moteur:

$$\underline{Z} = 28 + 10j \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left|\underline{Z}\right| = \sqrt{28^2 + 10^2} = 29{,}73 \\ arg\left(\underline{Z}\right) = arctg\left(\frac{10}{28}\right) = 0{,}343\ rad \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{Z} = 29{,}73.e^{j0{,}343}$$

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{\left|\underline{Z}\right|} = \frac{325}{29{,}73} = 10{,}93\ A$$



$\left(\vec{I},\vec{U}\right) = arg\left(\underline{Z}\right) = 0{,}343\ rad$

([5]) Donc de $\vec{I}$ vers $\vec{U}$

15 Impédance équivalente calculée avec matlab® (3,5 pts)

L'exercice suivant ne demande aucune connaissance préalable du logiciel matlab®.

Introduction :

Voici l'exemple du calcul, à l'aide du logiciel "matlab", de l'impédance équivalente " $\underline{Z}$ " d'un dipôle constitué de deux impédances ($\underline{Z_1} = 1000.e^{j\,1,2}$ et $\underline{Z_2} = 520.e^{-j\,0,25}$) en parallèle:

Les instructions et les réponses dans matlab sont données dans des encadrés en pointillé.

Données entrées dans matlab:

```
z1 = 1000*exp(j*1.2);
z2 = 520*exp(-j*0.25);
z = (z1^-1 + z2^-1)^-1
```

Réponse matlab: (6)

```
ans : z = 4.3119 e+002  + 8.8394e+001i
```

Ce qui peut se traduire par $\underline{Z} = 4{,}3119.10^2 + j.8{,}8394.10^1$

On peut calculer le module de $\underline{Z}$ avec l'instruction "abs":

```
abs(z)
ans : 440.1531
```

Ce qui peut se traduire par $|\underline{Z}| = 440{,}1531$

On peut calculer l'argument de $\underline{Z}$ avec l'instruction " angle ":

```
angle(z)
ans : 0.20221
```

Ce qui peut se traduire par $\arg(\underline{Z}) = 0{,}20221$ rad

Suite à cette introduction, vous avez repéré le langage utilisé par le logiciel « matlab » pour effectuer des calculs avec des valeurs complexes. Vous avez remarqué en particulier la façon d'écrire $\underline{Z} = \left(\underline{Z_1}^{-1} + \underline{Z_2}^{-1}\right)^{-1}$

Enoncé de l'exercice :

Voici le calcul, à l'aide du logiciel "matlab", de l'impédance équivalente " $\underline{Z_{eq}}$ " d'un dipôle constitué de cinq impédances $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\underline{Z_3}$, $\underline{Z_4}$ et $\underline{Z_5}$ dont les valeurs ont été établies pour une fréquence f = 1000Hz):

```
z1=1000*exp(j*1.2);
z2=520*exp(-j*0.25);
z3=300*exp(j*0.8);
z4=200*exp(-j*0.2);
z5=900*exp(j*0.7);
zeq=(((z1^-1 + z2^-1)^-1 + z3 + z4)^-1 + z5^-1)^-1
ans :  zeq=3.9742e+002 +2.1723e+002i

abs(zeq)
ans : 452.9121

angle(zeq)
ans : 0.5002
```

a) Reconstituer le schéma montrant l'assemblage des 5 impédances.

b) Le dipôle constitué des 5 impédances est traversé par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence f = 1000Hz. L'amplitude de ce courant est de 10 mA. Déterminer l'amplitude U_{max} de la tension aux bornes du dipôle. Déterminer le déphasage $\left(\vec{I}, \vec{U}\right)$ (7) de la tension aux bornes du dipôle par rapport au courant. (On suppose le dipôle orienté en convention récepteur).

---

(6) « ans » pour « answer », ce qui signifie « réponse »

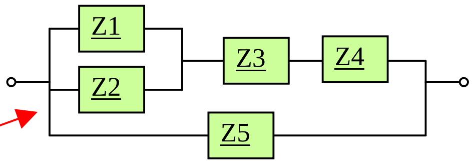
(7) Donc de $\vec{I}$ vers $\vec{U}$

Corrigé :

```
z1=1000*exp(j*1.2);
z2=520*exp(-j*0.25);
z3=300*exp(j*0.8);
z4=200*exp(-j*0.2);
z5=900*exp(j*0.7);
zeq=(((z1^-1 + z2^-1)^-1 + z3 + z4)^-1 + z5^-1)^-1
ans :  zeq=3.9742e+002 +2.1723e+002i

abs(zeq)
ans : 452.9121

angle(zeq)
ans : 0.5002
```



b) $U_{max} = |\underline{Z}| \cdot I_{max} = 453.10.10^{-3} = 4{,}53\ V$

$\left(\vec{I}\ ,\vec{U}\right) = arg\left(\underline{Z}\right) = 0{,}5002\ rad$

16 Impédance équivalente calculée avec Scilab® (3,5 pts)

L'exercice suivant ne demande aucune connaissance préalable du logiciel Scilab. Il est constitué de deux questions indépendantes

Introduction :

Voici l'exemple du calcul, à l'aide du logiciel "Scilab", de l'impédance équivalente " $\underline{Z}$ " d'un dipôle constitué de deux impédances ($\underline{Z_1} = 1000.e^{j\,1{,}2}$ et $\underline{Z_2} = 520.e^{-j\,0{,}25}$) en parallèle: *Les instructions et les réponses dans Scilab sont données dans des encadrés en pointillé.*

- Données entrées dans Scilab:

```
z1 = 1000*exp(%i*1.2);
z2 = 520*exp(-%i*0.25);
z = (z1^(-1) + z2^(-1))^(-1)
```

- Réponse Scilab:

```
z =  431.18588 + 88.393844i
```

- On peut calculer le module de $\underline{Z}$ avec l'instruction "abs":

```
abs(z)
ans : 440.1531
```

« ans » pour « answer », ce qui signifie « réponse »

Ce qui peut se traduire par $|\underline{Z}| = 440{,}1531$

- On peut calculer l'argument de $\underline{Z}$ avec l'instruction " atan ":

```
atan(imag(z),real(z))
ans : 0.20221
```

Ce qui peut se traduire par $\arg(\underline{Z}) = 0{,}20221$ rad

Suite à cette introduction, vous avez repéré le langage utilisé par le logiciel « Scilab » pour effectuer des calculs avec des valeurs complexes. Vous avez remarqué en particulier la façon d'écrire $\underline{Z} = \left(\underline{Z_1}^{-1} + \underline{Z_2}^{-1}\right)^{-1}$

Enoncé de l'exercice :

Voici le calcul, à l'aide du logiciel "Scilab", de l'impédance équivalente " $\underline{Z_{eq}}$ " d'un dipôle constitué de cinq impédances $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\underline{Z_3}$, $\underline{Z_4}$ et $\underline{Z_5}$ dont les valeurs ont été établies pour une fréquence f = 1000Hz):

```
z1=1000*exp(%i*1.2);
z2=520*exp(-%i *0.25);
z3=300*exp(%i *0.8);
z4=200*exp(-%i *0.2);
z5=900*exp(%i *0.7);
zeq=(((z1^(-1) + z2^(-1))^ (-1) + z3 + z4)^ (-1) + z5^(-1))^ (-1)

réponse : zeq=397.41806 + 217.22849i

abs(zeq)
ans : 452.9121

atan(imag(zeq),real(zeq))
ans : 0.5002
```

a) Reconstituer le schéma montrant l'assemblage des 5 impédances qui constituent le dipôle $\underline{Z_{eq}}$.

b) Le dipôle constitué des 5 impédances est traversé par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence f = 1000Hz L'amplitude de ce courant est $I_{max} = 10\ mA$. Déterminer l'amplitude U_{max} de la tension aux bornes du dipôle. Déterminer le déphasage $\left(\vec{I}\ ,\vec{U}\right)$ de la tension aux bornes du dipôle par rapport au courant. (On suppose le dipôle orienté en convention récepteur).

Corrigé :

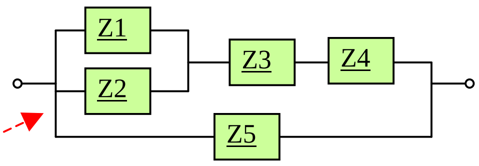
```
z1=1000*exp(%i*1.2);
z2=520*exp(-%i *0.25);
z3=300*exp(%i *0.8);
z4=200*exp(-%i *0.2);
z5=900*exp(%i *0.7);
zeq=(((z1^(-1) + z2^(-1))^(-1) + z3 + z4)^(-1) + z5^(-1))^(-1)
```

réponse : zeq=397.41806 + 217.22849i

```
abs(zeq)
ans : 452.9121

atan(imag(zeq),real(zeq))
ans : 0.5002
```

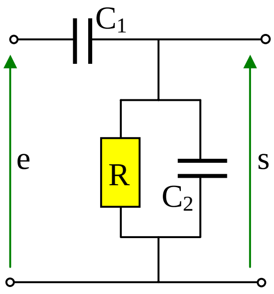
a)



b) $U_{max} = |\underline{Z}| \,.\, I_{max} = 453.10.10^{-3} = 4{,}53\,V$

$$\left(\vec{I}\,,\vec{U}\right) = arg\left(\underline{Z}\right) = 0{,}5002\ rad$$

17 Calcul d'une fonction de transfert (4,5 pts)



Soit le montage ci-contre en régime alternatif sinusoïdal de pulsation ω.

a) Exprimer l'impédance $\underline{Z_2}$ du dipôle $R \,//\, C_2$.

Mettre $\underline{Z_2}$ sous la forme $\underline{Z_2} = \dfrac{a}{1 + jb\omega}$

b) En utilisant la règle du pont diviseur de tension en complexe, exprimer $\dfrac{\underline{S}}{\underline{E}}$ en fonction des paramètres du montage : R, C_1 et C_2.

Mettre l'expression précédente sous la forme : $\dfrac{\underline{S}}{\underline{E}} = \dfrac{c.j\omega}{1 + d.j\omega}$, puis sous la forme $\dfrac{\underline{S}}{\underline{E}} = \dfrac{j\dfrac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}}$

Préciser les expressions de ω_1 et de ω_2 en fonction des paramètres du montage : R, C_1 et C_2.

Corrigé :

$$\underline{Z_2} = \left(R^{-1} + \left(\frac{1}{jC_2\omega} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{1}{\dfrac{1}{R} + jC_2\omega} = \frac{1}{\dfrac{1 + jRC_2\omega}{R}} = \frac{R}{1 + jRC_2\omega}$$

1 + 0,5 pt

ou

$$\underline{Z_2} = \frac{R \,.\, \dfrac{1}{jC_2\omega}}{R + \dfrac{1}{jC_2\omega}} = \frac{\left(R \,.\, \dfrac{1}{jC_2\omega}\right).\, jC_2\omega}{\left(R + \dfrac{1}{jC_2\omega}\right).\, jC_2\omega} = \frac{R}{1 + jRC_2\omega}$$

D'après la formule du pont diviseur de tension :

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_2} + \dfrac{1}{jC_1\omega}} = \frac{\dfrac{R}{1 + jRC_2\omega}}{\dfrac{R}{1 + jRC_2\omega} + \dfrac{1}{jC_1\omega}} = \frac{\left(\dfrac{R}{1 + jRC_2\omega}\right).(1 + jRC_2\omega).(jC_1\omega)}{\left(\dfrac{R}{1 + jRC_2\omega} + \dfrac{1}{jC_1\omega}\right).(1 + jRC_2\omega).(jC_1\omega)}$$

1 pt

$$\Leftrightarrow \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{jRC_1\omega}{jRC_1\omega + 1 + jRC_2\omega} = \frac{jRC_1\omega}{1 + jR(C_1 + C_2)\omega} = \frac{j\dfrac{\omega}{\left(\dfrac{1}{RC_1}\right)}}{1 + j\dfrac{\omega}{\left(\dfrac{1}{R(C_1 + C_2)}\right)}} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \dfrac{1}{RC_1} \\ \omega_2 = \dfrac{1}{R(C_1 + C_2)} \end{cases}$$

1 pt

1 pt