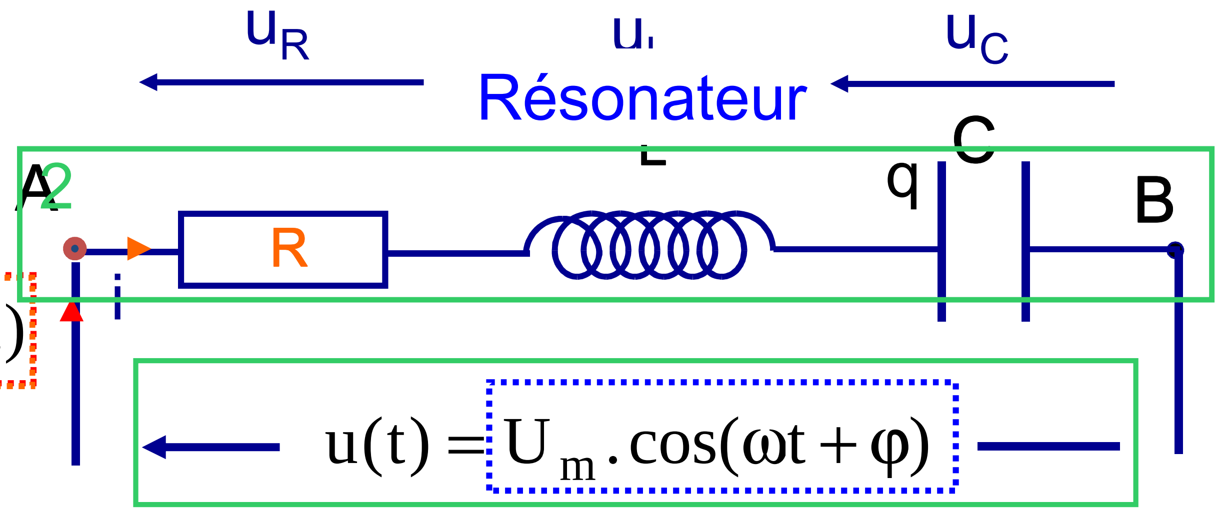
iutenligne
Le catalogue de ressources
de l'enseignement technologique
universitaire.

Résonance d'intensité

(circuit RLC série)

Hugues Ott
Maître de Conférences à l'IUT Robert Schuman
Université de Strasbourg Département Chimie

$$i(t) = I_m \cos(\omega t)$$



Excitateur

$$u(t) = u_R + u_L + u_C$$

$$U_m.\cos(\omega t + \varphi) = R.i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$U_m.\cos(\omega t + \varphi) = R.I_m \cos(\omega t) + L.\frac{d}{dt}\left(I_m \cos \omega t\right) + \frac{1}{C}\int I_m \cos \omega t.dt$$

$$U_m.\cos(\omega t + \varphi) = R.I_m \cos(\omega t) + L.I_m \frac{d}{dt}\left(\cos \omega t\right) + \frac{I_m}{C}\int \cos \omega t.dt$$

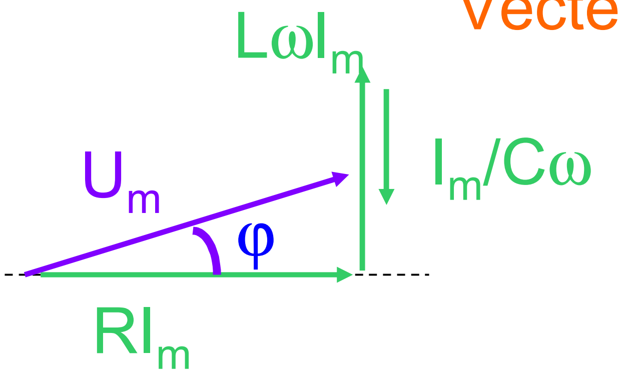
$$U_m.\cos(\omega t + \varphi) = R.I_m \cos(\omega t) + L.I_m \left(-\omega \sin \omega t\right) + \frac{I_m}{C}\frac{\sin \omega t}{\omega}$$

$$U_m \cos(\omega t+\varphi) = R.I_m \cos(\omega t) + LI_m(-\omega \sin \omega t) + \frac{I_m}{C}\frac{\sin \omega t}{\omega}$$

$$U_m \cos(\omega t+\varphi) = R.I_m \cos(\omega t)\boxed{-}L\omega I_m \underset{\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})}{\boxed{\sin \omega t}} + \frac{I_m}{C\omega}\underset{\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})}{\boxed{\sin \omega t}}$$

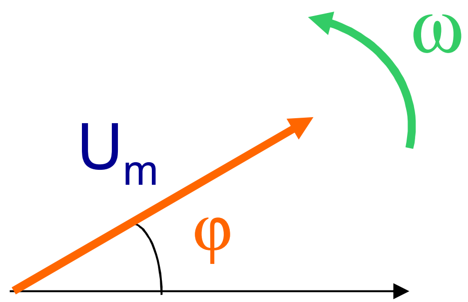
Représentation de Fresnel à instant t=0

$$\boxed{\boxed{U_m} \cos(\boxed{\omega t+\varphi}) = \underbrace{\underbrace{\boxed{R.I_m}\cos(\boxed{\omega t})}+\underbrace{\boxed{L\omega I_m}\cos(\boxed{\omega t+\frac{\pi}{2}})}+\underbrace{\boxed{\frac{I_m}{C\omega}}\cos(\boxed{\omega t-\frac{\pi}{2}})}}_{\text{Vecteur somme}}}$$

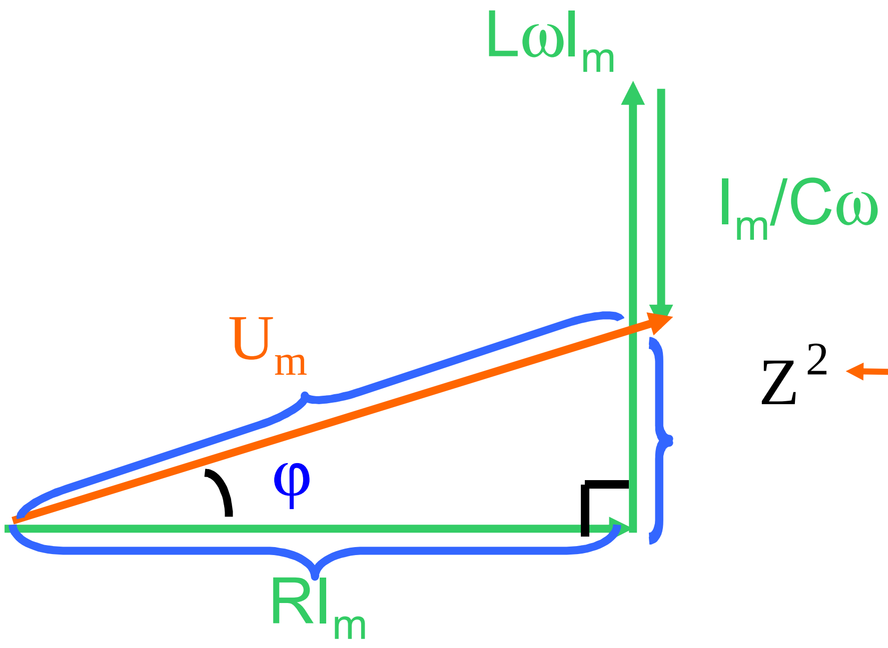


VECTEUR DE FRESNEL

- La fonction sinusoïdale $u(t) = U_m.\cos(\omega t+\varphi)$ est représentée par un vecteur (dit de Fresnel)
  - de longueur U_m
  - faisant par rapport à l 'axe horizontal
    - à instant t=0 un angle φ
    - à instant t un angle $(\omega t+j\ )$
  - tournant dans le sens trigo. à la vitesse angulaire ω



$$U_m \cos(\omega t + \varphi) = R.I_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



Théorème de Pythagore

$$\frac{U_m^2}{I_m^2} = \frac{(R.I_m)^2}{I_m^2} + \frac{\left(L\omega I_m - \dfrac{I_m}{C\omega}\right)^2}{I_m^2}$$

$$Z^2 \longleftrightarrow \boxed{\frac{U_m^2}{I_m^2}} = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Impédance du circuit RLC série

$$\tan\varphi = \frac{\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}{R}$$

Déphasage tension / courant

$$\cos\varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{R}{Z}$$

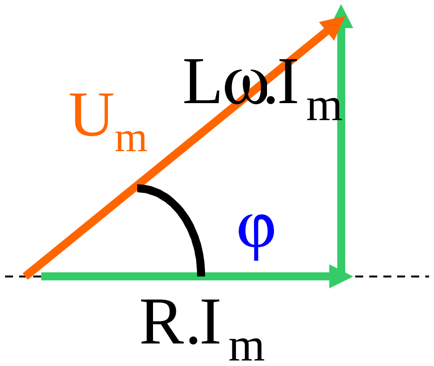
IMPÉDANCE

$$Z = \sqrt{\cancel{R^2} + \left(\cancel{L\omega} - \cancel{\frac{1}{C\omega}}\right)^2}$$

DÉPHASAGE

$$\tan\varphi = \frac{\left(\cancel{L\omega} - \cancel{\frac{1}{C\omega}}\right)}{R}$$

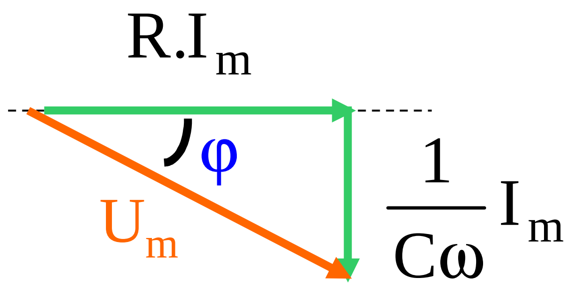
Circuit RL



$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R}$$

Circuit RC



$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\tan\varphi = -\frac{1}{RC\omega}$$

Condensateur C

$$Z = \frac{1}{C\omega}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\tan\varphi = -\infty$$

Bobine L

$$Z = L\omega$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{2}$$

$$\tan\varphi = +\infty$$

RÉSONANCE D 'INTENSITÉ

IMPÉDANCE

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$= 0$

$$Z = R$$

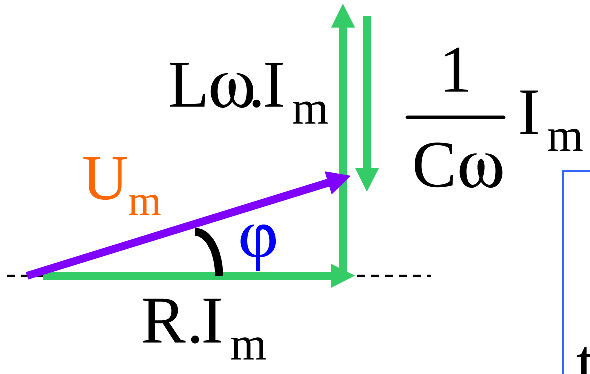
Z minimale

$$\boxed{U = Z.I}$$

Cste

Z mini

Max



$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

$$L.C.\omega^2 = 1$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0}$$

f $_{\text{excitateur}}$ = f $_{\text{résonateur}}$

DÉPHASAGE

$= 0$

$$\boxed{\tan\varphi = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{R}}$$

$$\tan\varphi = 0$$

$$\varphi = 0$$

u_{AB} et i sont en phase

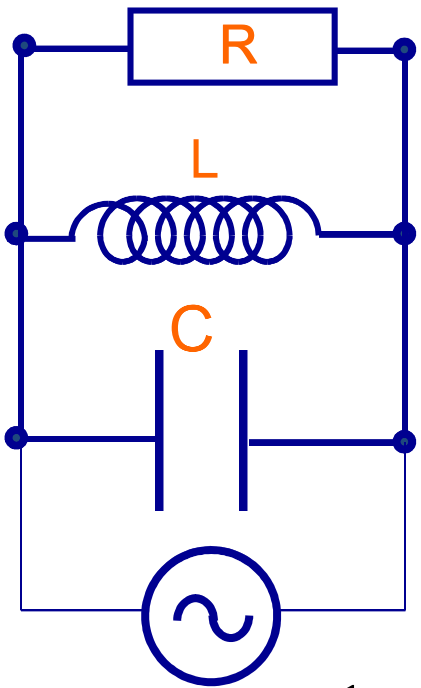
CIRCUIT RLC PARALLÈLE

On dit qu'il y a antirésonance

On parle de circuit bouchon

$$\underline{U} = \underline{Z}.\underline{I} \quad \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{Y}.\underline{U}$$

avec $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$ admittance complexe



$$\underline{Y}_R = \frac{1}{\underline{Z}_R} = \frac{1}{R}$$

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{jL\omega}$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = jC\omega$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j(\cancel{C\omega - \frac{1}{L\omega}})$$

Y mini

$\underline{I} = \underline{Y}.\underline{U}$

Cste

I mini

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C\omega = \frac{1}{L\omega}$$

iutenligne